

## О ЗАЖИГАНИИ РЕАГИРУЮЩЕГО ГАЗА ТЕПЛОВЫМ ИСТОЧНИКОМ С КОНЕЧНЫМ ЗАПАСОМ ТЕПЛА

В. С. Берман, Ю. С. Рязанцев, В. М. Шевцова

(Москва)

Методом срачиваемых асимптотических разложений и путем численного интегрирования решается задача о зажигании газа телом с конечным запасом тепла с учетом выгорания реагента и изменения температуры нагревателя. Определена пространственно-временная картина распределения температуры и концентрации, получен закон изменения температуры поджигающего тела. Исследована зависимость времени зажигания от характерных параметров задачи: порядка реакции, числа Льюиса, энергии активации, теплофизических параметров нагревателя и др. При анализе принято, что зажигание имеет место, когда поток тепла через поверхность воспламенителя становится равным нулю.

Проведено сравнение результатов численного решения исходной задачи с приближенными аналитическими результатами. Установлено, что при  $\beta = E / (RT_0)$  порядка 20 они различаются между собой не больше чем на 15—20%; с увеличением  $\beta$  различие уменьшается.

Задача о тепловом зажигании реагирующей среды в различных модельных постановках исследовалась в работах [1-8] при помощи как приближенных аналитических [1, 3-8], так и численных методов [2].

**1. Постановка задачи.** Одномерная задача о зажигании газа нагретой пластиной конечной толщины при обычных упрощающих предположениях (см., например, [9]) описывается следующей системой уравнений и граничных условий:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t'} &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} \right) - m c_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} + Q \Phi(y, T_2) \\ \rho_2 \frac{\partial y}{\partial t'} &= \frac{\partial}{\partial z} \left( D \rho_2 \frac{\partial y}{\partial z} \right) - m \frac{\partial y}{\partial z} + \Phi(y, T_2) \\ dT_1 / dt' &= \lambda_1 (c_1 \rho_1 R_0)^{-1} (\partial T_2 / \partial z)_{z=R_0} \\ \partial \rho_2 / \partial t' + \partial m / \partial z &= 0, \quad T_2 \rho_2 = \text{const} \\ z = R_0, \quad T_2(R_0, t') &= T_1(R_0, t'), \quad \partial y / \partial z = 0 \quad (m(z = R_0, t') = 0) \\ z = \infty, \quad T_2(\infty, t') &= T_-, \quad y(\infty, t') = 0 \\ t' = 0, \quad T_2(z, 0) &= T_-, \quad y(z, 0) = 0, \quad T_1(0) = T_0 \end{aligned}$$

Здесь  $t'$  — время,  $z$  — пространственная координата,  $R_0$  — характерный размер нагретого тела,  $T_1$  — температура инертного тела,  $T_2$  — температура газа,  $y$  — массовая доля продукта реакции,  $n$  — порядок реакции,  $\lambda_i$ ,  $c_i$  и  $\rho_i$  — теплопроводность, теплоемкость и плотность инертного тела ( $i = 1$ ) и газа ( $i = 2$ ),  $Q$  — тепловой эффект реакции,  $k$  — предэкспо-

ненциальный множитель,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $E$  — энергия активации,  $T_-$  — начальная температура газа,  $T_0$  — начальная температура тела ( $(T_0 - T_-) E / (RT_0^2) \gg 1$ ).

Для существования решения принимается, что функция тепловыделения отлична от нуля и везде, кроме малого интервала температур  $T_- \leq T < T_e$ , где она обращается в нуль [9], определяется выражением

$$\Phi = k\rho_2^n (1 - y)^n \exp[-E / (RT_2)]$$

В уравнении баланса тепла для поджигающей пластины распределение температуры внутри тела считается однородным, т. е.  $T_1(z, t') = T_1(t)$ , что вполне оправдано в случае, если температуропроводность тела  $\lambda_1 / (\rho_1 c_1)$  достаточно велика

Перейдем от переменных  $(t', z)$  к переменным  $(t', \psi)$  по формулам

$$(1.2) \quad m = -\partial\psi / \partial t', \quad \rho_2 = \partial\psi / \partial z, \quad \psi(z = R_0, t') = 0$$

В переменных (1.2) уравнение непрерывности удовлетворяется тождественно. Остальные соотношения (1.1) запишутся в безразмерных переменных в виде

$$(1.3) \quad \frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\partial^2\theta}{\partial X^2} + \beta(1 - y)^n \Gamma(\theta) \exp[\beta(\theta - 1) / (\theta + \sigma)]$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = L^{-1} \frac{\partial^2 y}{\partial X^2} + \beta\gamma(1 - y)^n \Gamma(\theta) \exp[\beta(\theta - 1) / (\theta + \sigma)]$$

$$\partial a / \partial t = \alpha (\partial\theta / \partial X)_{X=0}$$

$$X = 0, \quad \theta(0, t) = a(0, t), \quad \partial y / \partial X = 0$$

$$X = \infty, \quad \theta(\infty, t) = 0, \quad y(\infty, t) = 0$$

$$t = 0, \quad \theta(X, 0) = 0, \quad a(0) = 1$$

$$\theta = (T_2 - T_-) / (T_0 - T_-), \quad \sigma = T_- / (T_0 - T_-), \quad \beta = (E / RT_0)$$

$$X = \psi / \Delta x, \quad t = t' / \Delta t, \quad \gamma = c_2 (T_0 - T_-) / Q$$

$$(\Delta x)^2 = \lambda_2 \Delta t \rho_2 / c_2, \quad \Delta t = \beta\gamma / [\rho_0^{n-1} k \exp(-\beta)], \quad L = \lambda_2 / (D\rho_2 c_2)$$

$$\alpha = \lambda_1 \rho_2 \Delta t / (c_1 \rho_1 R_0 \Delta x), \quad a = (T_1 - T_-) / (T_0 - T_-), \quad \Gamma(\theta) = (\rho / \rho_0)^{n-1}, \quad \rho_0 = \rho(T_0)$$

Здесь считаем, что  $D\rho_2^2$ ,  $\lambda_2\rho_2 = \text{const}$ , поскольку обычно  $D \sim T^2$ ,  $\rho \sim 1/T$ ,  $\lambda \sim T$ ;  $c_2 = \text{const}$ . В качестве масштабов пространственной координаты и времени выбраны характерная толщина зоны прогрева стационарной волны горения и характерное время прогрева стационарной волны горения соответственно.

**2. Решение задачи.** Задачу (1.3) будем решать численным и приближенным аналитическим методами. При аналитическом рассмотрении применим метод сращиваемых асимптотических разложений в предположении больших энергий активации ( $\beta \gg 1$ ). За момент зажигания примем момент, когда поток тепла от нагревателя в газ становится равным нулю. Приближенное решение задачи (1.3) будем искать в виде суммы

$$(2.1) \quad \theta(X, t) = \Theta_i(X, t) + u(X, t)$$

Здесь функция  $\Theta_i$  описывает стадию инертного прогрева, т. е.

$$(2.2) \quad \partial\Theta_i / \partial t = \partial^2\Theta_i / \partial X^2$$

Решение задачи (2.2) имеет вид

$$(2.3) \quad \Theta_i = \frac{X}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\exp[-X^2/(4(t-\tau))]}{(t-\tau)^{3/2}} a(\tau) d\tau$$

После подстановки (2.1) в (1.3) получим

$$(2.4) \quad \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial^2 u}{\partial X^2} + \beta(1-y)^n \Gamma(\theta) \exp\left(\frac{\beta(\theta_i + u - 1)}{\theta_i + u + \sigma}\right) \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= L^{-1} \frac{\partial^2 y}{\partial X^2} + \beta\gamma(1-y)^n \Gamma(\theta) \exp\left(\frac{\beta(\theta_i + u - 1)}{\theta_i + u + \sigma}\right) \\ \frac{da}{dt} &= \alpha \left[ \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial X}\right)_{X=0} + \left(\frac{\partial u}{\partial X}\right)_{X=0} \right] \\ u(0, t) &= u(\infty, t) = u(X, 0) = 0 \\ y(\infty, t) &= 0, \quad (\partial y / \partial X)_{X=0} = 0, \quad y(X, 0) = 0 \\ a(0) &= 1 \end{aligned}$$

Выделим в интервале изменения переменной  $0 \leq X \leq \infty$  внутреннюю область, прилегающую к поверхности нагретой пластины (погранслою), в которой введем переменную  $x = \beta X$ . Во внешней области член, описывающий химическую реакцию, экспоненциально мал.

Во внутренней и внешней областях будем искать решение задачи (2.4) в виде разложений

$$(2.5) \quad \begin{aligned} u(X, t) &= \beta^{-1}u_1(x, t) + \beta^{-2}u_2(x, t) + O(\beta^{-3}) \\ y(X, t) &= y_0(x, t) + \beta^{-1}y_1(x, t) + O(\beta^{-2}) \\ a(t) &= 1 + \beta^{-1}a_1(t) + O(\beta^{-2}) \end{aligned}$$

$$(2.6) \quad \begin{aligned} u(X, t) &= \beta^{-1}v_1(X, t) + \beta^{-2}v_2(X, t) + O(\beta^{-3}) \\ y(X, t) &= Y_0(X, t) + \beta^{-1}Y_1(X, t) + O(\beta^{-2}) \end{aligned}$$

В каждой из областей асимптотические разложения (2.5), (2.6) должны удовлетворять начальным и граничным условиям. Соответствие между областями устанавливается из условия срачивания [10, 11].

Из (2.4) — (2.6) для главных членов разложения во внутренней области получим

$$(2.7) \quad \partial^2 u_1 / \partial x^2 + (1 - y_0)^n \exp\left(\frac{a_1 + u_1 - x/\sqrt{\pi t}}{1 + \sigma}\right) = 0$$

$$(2.8) \quad \partial^2 y_0 / \partial x^2 = 0$$

$$(2.9) \quad \begin{aligned} da_1/dt &= \alpha_0 [-(\pi t)^{-1/2} + (\partial u_1 / \partial x)_{x=0}] \\ u_1(0, \tau) &= u_1(x, 0), \quad (\partial y_0 / \partial x)_{x=0} = 0, \quad a_1(0) = 0 \end{aligned}$$

Из уравнения (2.8) и граничного условия при  $x = 0$  следует, что  $y_0 = y_0(t)$ .

Общее решение уравнения (2.7) имеет вид

$$(2.10) \quad \begin{aligned} u_1(x, t) &= x/\sqrt{\pi t} - a_1(t) + (1 + \sigma) [-n \ln(1 - y_0) + \ln C_2 - \\ &\quad - 2 \ln \operatorname{ch}(C_1 + x\sqrt{C_2/(2(1 + \sigma))})] \end{aligned}$$

Из граничного условия для  $u_1(0, t)$  следует

$$(2.11) \quad u_1(0, t) = -a_1(t) + (1 + \sigma) [-n \ln(1 - y_0) + \ln C_2 - 2 \ln \operatorname{ch} C_1] = 0$$

$$\operatorname{ch}^2 C_1 = (1 - y_0(t))^n \exp(-a_1(t)/(1 + \sigma)) C_2(t)$$

Из выражения (2.10) для градиента температуры на поверхности воспламенителя получим

$$(2.12) \quad (\partial\theta/\partial x)_{x=0} = -(\pi t)^{1/2} F(t)$$

$$F(t) = [1 - 2\pi(1 + \sigma)t(1 - y_0)^n \exp(a_1/(1 + \sigma))]^{1/2}$$

Из (2.12) следует, что поток тепла становится равным нулю при обращении в нуль подкоренного выражения. В этот момент инертное тело из источника тепла превращается в сток; в соответствии с принятым определением этот момент примем за момент зажигания. Уравнение для определения времени зажигания имеет вид  $F(t) = 0$  (во втором выражении (2.12)  $y_0(t)$  и  $a_1(t)$  — неизвестные функции).

С учетом (2.12) уравнение (2.9) запишем в виде

$$(2.13) \quad da_1/dt = -\alpha_0(\pi t)^{-1/2} F(t)$$

Для сращивания главных членов внутреннего и внешнего разложений (2.5) и (2.6) получим из (2.10) асимптотическое выражение для  $u_1$  при  $x \rightarrow \infty$ :

$$(2.14) \quad u_1(x \rightarrow \infty, t) = x [(\pi t)^{-1/2} - (2(1 + \sigma)C_2)^{1/2}] + f(t) + O(1)$$

$$f(t) = (1 + \sigma) [-n \ln(1 - y_0) + \ln C_2 - 2C_1 + \ln 4] - a_1(t)$$

Температура при  $x \rightarrow \infty$  должна быть конечной, поэтому получаем

$$C_2 = 1/(2\pi t(1 + \sigma)), \quad C_2 = \tau_0/t, \quad \tau_0 = 1/(2\pi(1 + \sigma))$$

Условие (2.14) представляет собой граничное условие для решения задачи во внешней области при  $X \rightarrow 0$ . Как следует из (2.4) и (2.6), решения во внешней области должны удовлетворять следующим уравнениям и граничным условиям:

$$(2.15) \quad \partial v_1/\partial t = \partial^2 v_1/\partial X^2$$

$$v_1(X \rightarrow 0, t) = f(t), \quad v_1(\infty, t) = v_1(X, 0) = 0$$

$$(2.16) \quad \partial Y_0/\partial t = L^{-1}\partial^2 Y_0/\partial X^2$$

$$Y_0(X \rightarrow 0, t) = y_0(t), \quad Y_0(\infty, t) = Y_0(X, 0) = 0$$

Решение задачи (2.15), (2.16) имеет вид

$$(2.17) \quad v_1(X, t) = \frac{X}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t f'(t') \frac{\exp[-X^2/(4(t-t'))]}{(t-t')^{3/2}} dt'$$

$$(2.18) \quad Y_0(X, t) = \frac{XL^{1/2}}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t y_0(t') \frac{\exp[-X^2/(4(t-t'))]}{(t-t')^{3/2}} dt'$$

При  $X \rightarrow 0$  из (2.18) имеем

$$(2.19) \quad Y_0(X, t) = y_0(t) - \frac{X\sqrt{L}}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{y_0(t')}{\sqrt{t-t'}} dt' + O(X) = \\ = y_0(t) - \frac{x}{\beta} \sqrt{\frac{L}{\pi}} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{y_0(t')}{\sqrt{t-t'}} dt' + O(\beta^{-1})$$

Формула (2.19) позволяет получить асимптотическое выражение для  $y_1(x, t)$  — второго члена асимптотического разложения для концентрации во внутренней области. С точностью до членов  $\beta^{-1}$  из (2.4), (2.5) получим

$$L^{-1} \partial^2 y_1 / \partial x^2 - \gamma \partial^2 u_1 / \partial x^2 = 0, \quad (\partial y_1 / \partial x)_{x=0} = 0$$

Интегрируя, имеем

$$L^{-1} \frac{\partial y_1}{\partial x} - \gamma \frac{\partial u_1}{\partial x} = C_3(t), \quad \left( \frac{\partial y_1}{\partial x} \right)_{x=0} = 0; \quad C_3(t) = -\gamma \left( \frac{\partial u_1}{\partial x} \right)_{x=0}$$

Следовательно

$$(2.20) \quad \frac{\partial y_1}{\partial x} = L\gamma \left[ \frac{\partial u_1}{\partial x} - \left( \frac{\partial u_1}{\partial x} \right)_{x=0} \right]$$

Из уравнения (2.19) находим асимптотическое выражение для  $y_1(x \rightarrow \infty, t)$

$$(2.21) \quad y_1 \rightarrow -x \sqrt{\frac{L}{\pi}} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{y_0(t')}{\sqrt{t-t'}} dt'$$

В уравнении (2.20), которое получено при решении внутренней задачи, перейдем к внешнему пределу  $x \rightarrow \infty$ . Тогда из (2.12), (2.22) и (2.23) найдем

$$(2.22) \quad \partial y_1 / \partial x = -L\gamma (\partial u_1 / \partial x)_{x=0}$$

Из (2.10) следует

$$\left( \frac{\partial u_1}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{t}} - \frac{1}{\sqrt{\tau_0}} \left[ \frac{\tau_0}{t} - (1 - y_0)^n \exp(a_1 / (1 + \sigma)) \right]^{1/2} \right\}$$

Тогда соотношение (2.22) запишется в безразмерных переменных следующим образом:

$$(2.23) \quad \frac{d}{d\tau} \int_0^\tau \frac{y_0(\tau')}{\sqrt{\tau-\tau'}} d\tau' = \varepsilon [\tau^{-1/2} - G_n(\tau)]$$

$$G_n(\tau) = [1/\tau - (1 - y_0)^n e^{-z}]^{-1/2}$$

$$a_1 = -z(1 + \sigma), \quad \tau = t/\tau_0, \quad \varepsilon = \gamma \sqrt{L}$$

Уравнение, описывающее изменение температуры нагревателя, запишем в виде

$$(2.24) \quad dz/d\tau = \delta G_n(\tau), \quad \delta = \alpha\beta(1 + \sigma)^{-1} (\tau_0/\pi)^{1/2}$$

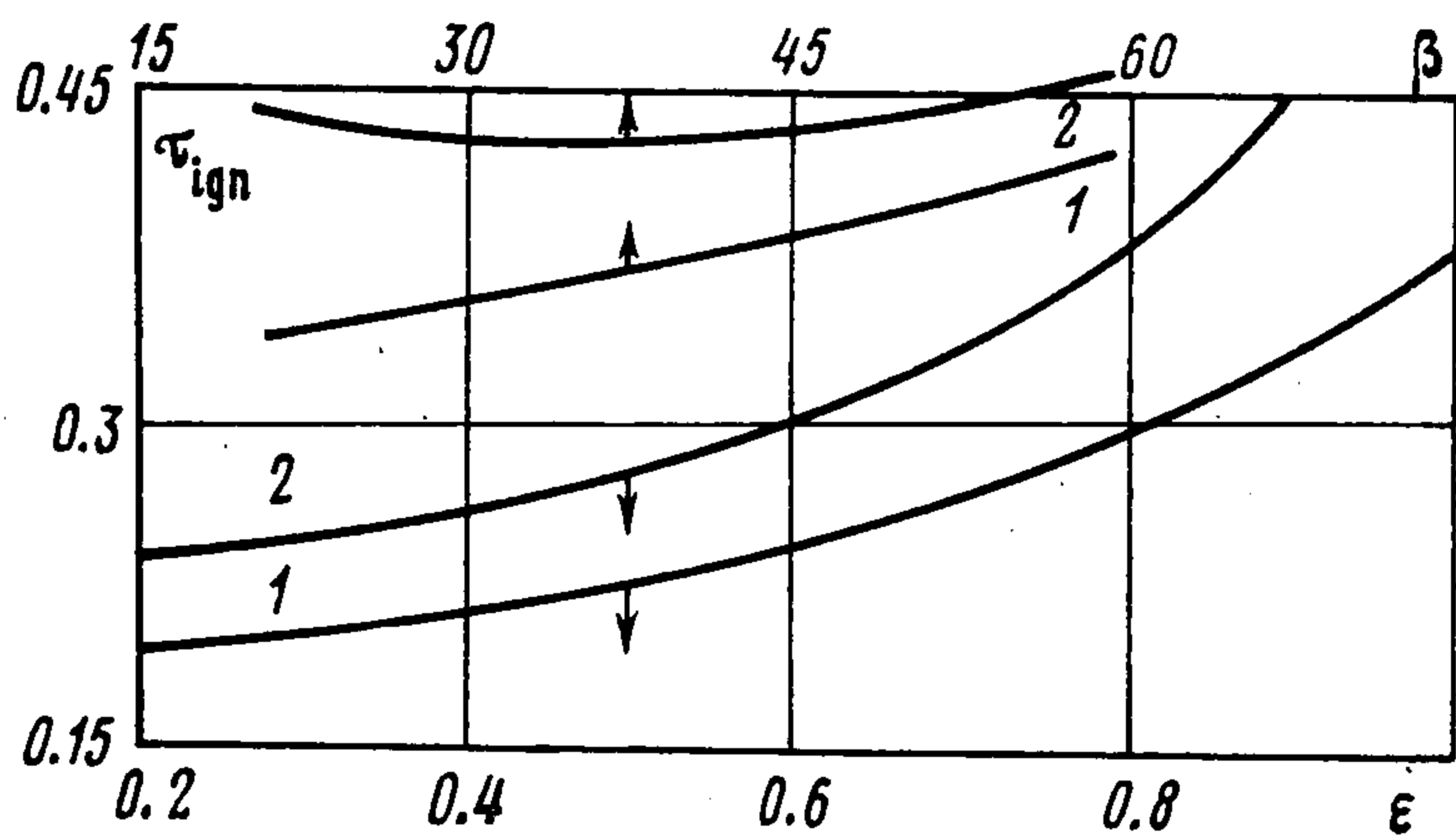
Таким образом, приближенный анализ задачи (2.4) методом сращиваемых асимптотических разложений приводит к системе уравнений (2.23),

(2.24) для времени зажигания, распределения концентрации в газе и температуры поджигающего тела.

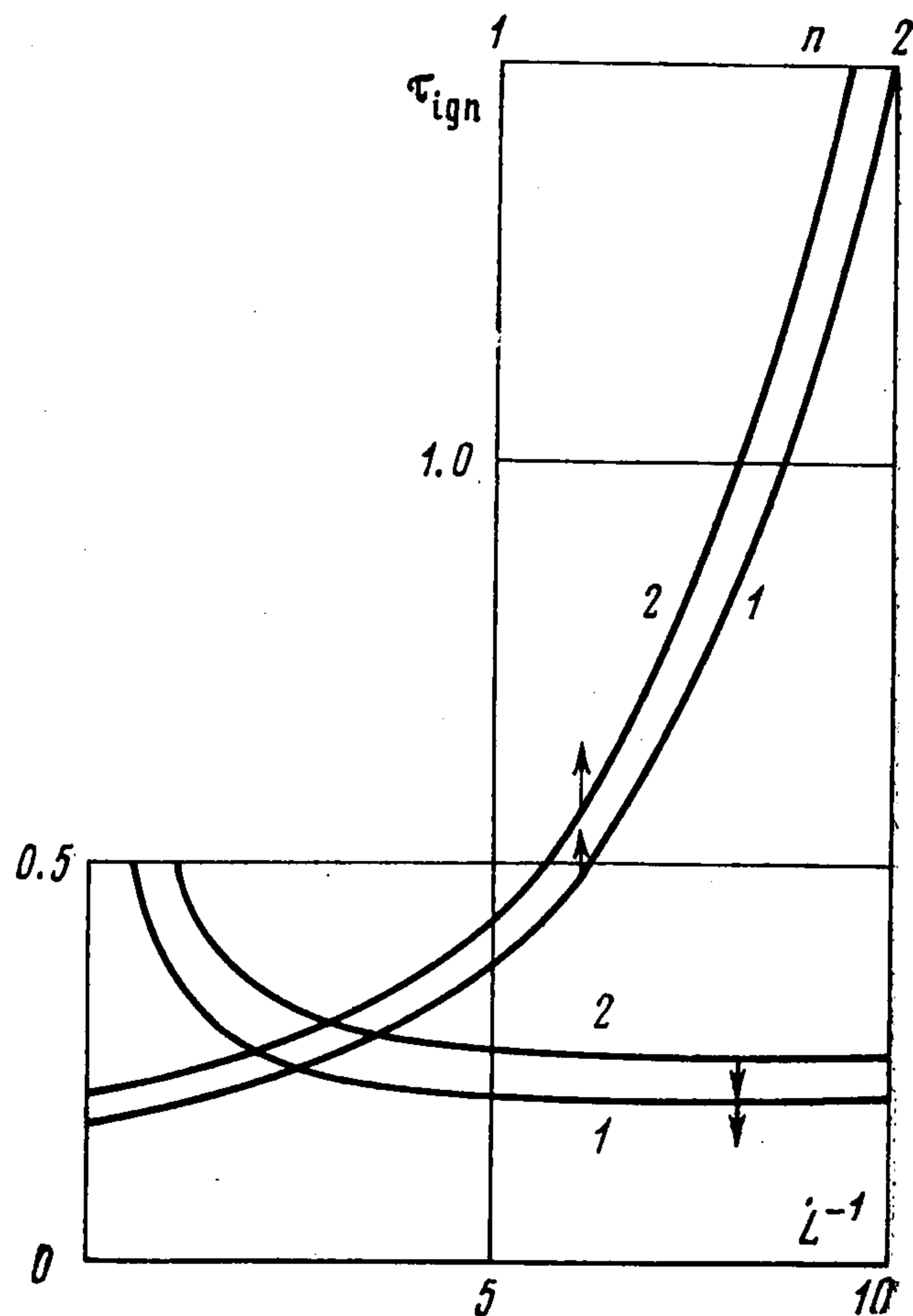
Уравнения (2.23), (2.24) применимы в интервале  $0 \leq \tau \leq \tau_{\text{ign}}$  ( $\tau_{\text{ign}}$  — безразмерное время зажигания).

После нахождения  $y_0(t)$ ,  $z(t)$  из соотношений (2.10), (2.17), (2.18) определяется  $u_1(x, t)$ ,  $v_1(X, t)$ ,  $Y_0(X, t)$ , т. е. полное решение задачи в первом приближении от момента начала работы теплового источника до момента зажигания.

Как показывают уравнения (2.23), (2.24), на величину времени зажигания влияют три безразмерных параметра  $\delta$ ,  $\varepsilon$ ,  $n$ , в то время как исходная формулировка задачи (1.15), (1.20) включает



Фиг. 1



Фиг. 2

шесть безразмерных комбинаций  $L$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $n$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$ . Это упрощает анализ получаемых результатов.

Уравнения (2.23), (2.24) в частном случае  $\delta = 0$  описывают зажигание газа накаливаемой поверхностью с постоянной температурой, рассмотренное в [8]; при  $\varepsilon = 0$  они соответствуют задаче о зажигании газа телом с конечным запасом тепла без учета выгорания реагента [6].

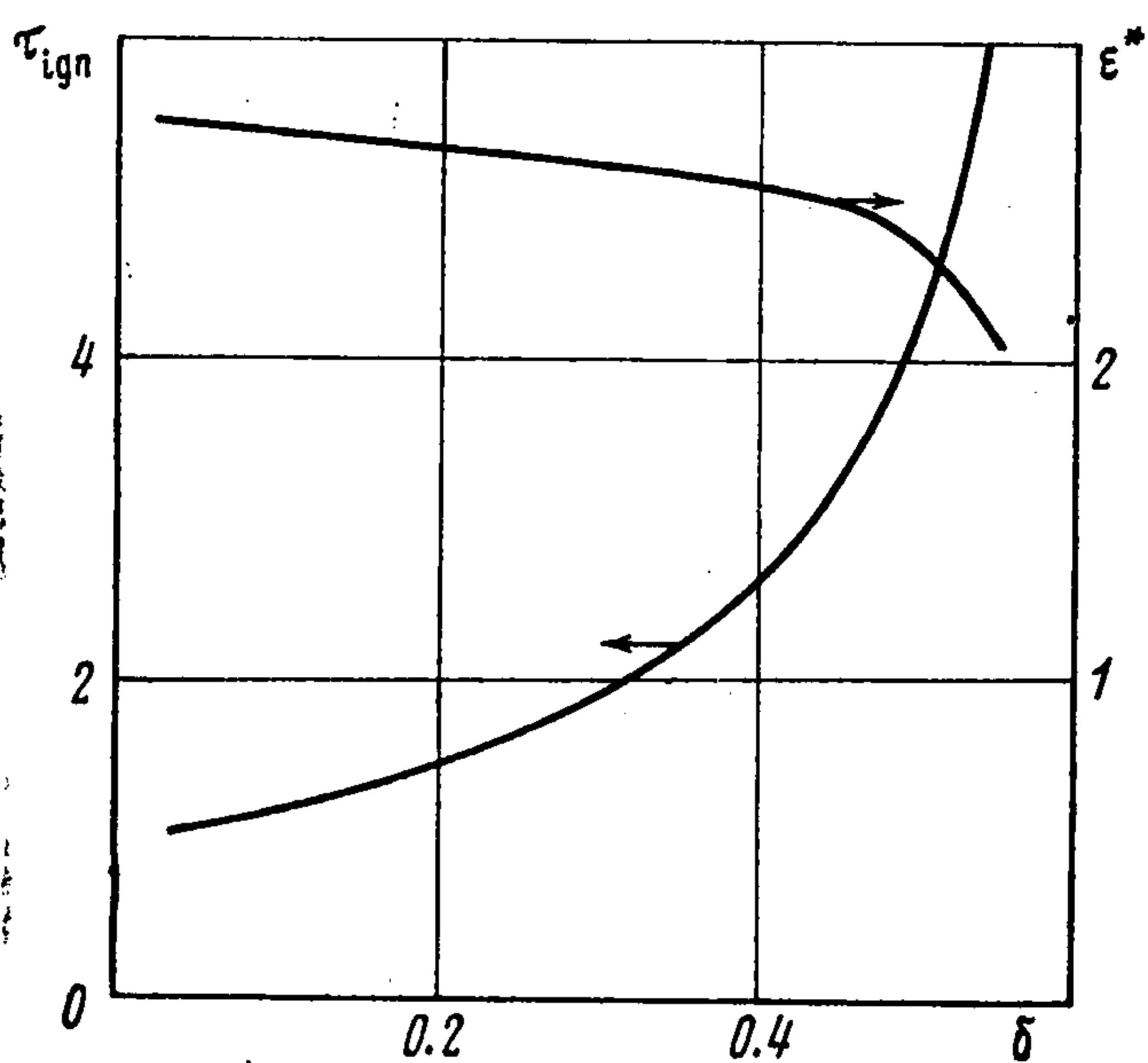
Решения уравнений (2.23), (2.24) определялись численно. Результаты численного интегрирования, представленные в виде зависимости  $\tau_{\text{ign}}$  от параметров  $\varepsilon$ ,  $n$ ,  $\delta$ , приведены на нижней шкале фиг. 1—3. При фиксированном  $\delta$  (кривые 1 и 2 соответствуют  $\delta = 0.088$  и  $0.77$ ) с увеличением  $\varepsilon$  время зажигания увеличивается. Физически это связано с увеличением выгорания при увеличении  $\varepsilon$ ; поскольку скорость реакции определяется законом  $(1 - y_0)^n \exp[-E/(RT_2)]$ , то с увеличением выгорания температура нарастает медленнее и время зажигания увеличивается.

Как показано на верхней шкале фиг. 2 (кривая 1 соответствует  $\beta = 20$ , 2 —  $\beta = 30$ ), с увеличением порядка реакции время зажигания резко увеличивается, что также связано с увеличением выгорания.

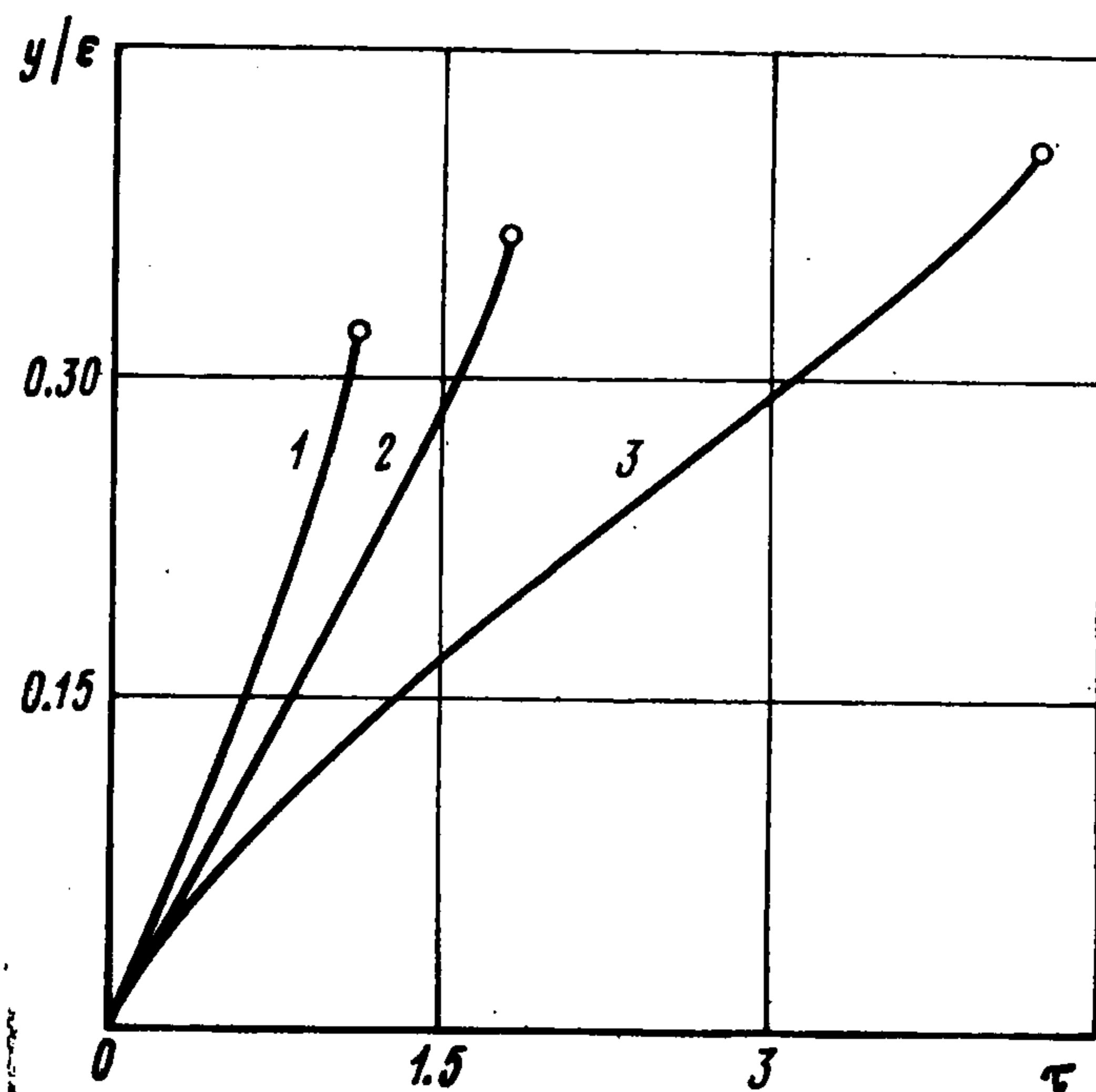
На фиг. 2 иллюстрируется поведение полученной в результате численного решения системы (2.23), (2.24) кривой зажигания в зависимости от

числа Льюиса  $L = \lambda/(D\rho c)$  для разных  $\beta$  (здесь кривая 1 соответствует  $\beta = 20$ , 2 —  $\beta = 80$ ). Характерные значения  $L$  для газов имеют порядок единицы.

С уменьшением  $L$  величина  $\tau_{\text{ign}}$  уменьшается; последнее связано с тем, что с уменьшением  $L$  усиливается диффузионный приток свежего горючего и роль выгорания сказывается слабее. В то же время скорость реакции следует закону  $\Phi \sim \exp[-E/(RT_2)]$ , следовательно, в этом случае температура нарастает быстрее и время зажигания увеличивается.



Фиг. 3



Фиг. 4

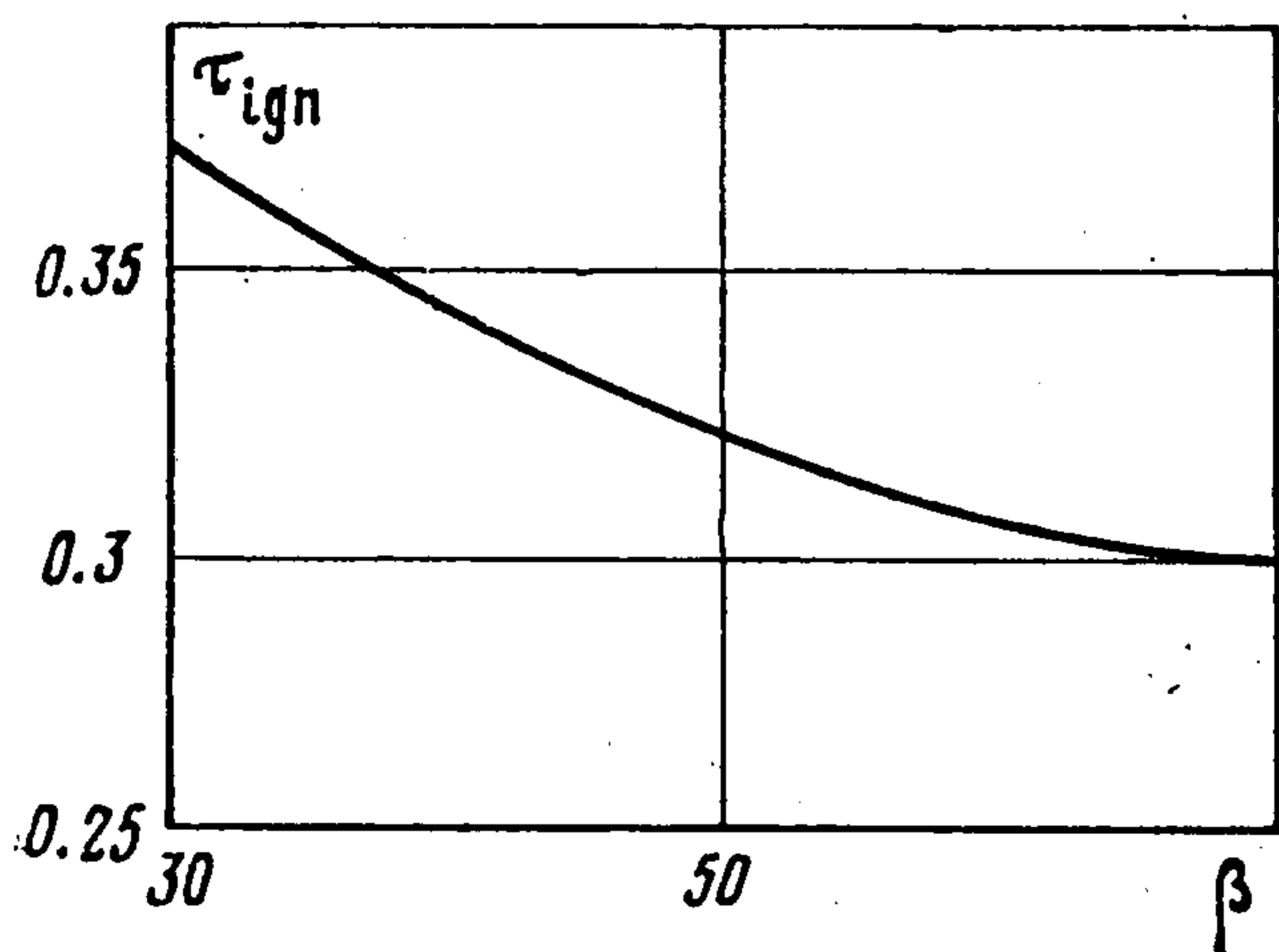
Приведенные примеры соответствовали случаям, когда зажигание всегда имело место. Возможны ситуации, когда сток тепла от теплового источника превысит рост тепловыделения, связанного с химическим превращением, и зажигания не произойдет. Рассмотрим этот случай, предположив для простоты, что реакция имеет нулевой порядок, так что скорость химической реакции равна  $k \exp[-E/(RT_2)]$  при  $0 \leq y \leq 1$  и обращается в нуль при  $y > 1$ .

Зависимость  $\tau_{\text{ign}}$  от  $\delta$ , полученная путем численного интегрирования уравнений (2.23), (2.24) при  $n = 0$ , приведенная на фиг. 3, показывает, что с увеличением  $\delta$  время зажигания увеличивается. Существует такое  $\delta^*$ , что при  $\delta > \delta^*$  зажигание не наступает. Отметим, что все результаты следует понимать в асимптотическом смысле. Так как при  $\delta > \delta^*$  время зажигания велико по сравнению с единицей, а данное асимптотическое рассмотрение включает времена порядка единицы по отношению к  $\beta$ , то в рассматриваемом приближении при  $\delta > \delta^*$  зажигание не наступает. Критическое значение  $\delta = \delta^*$ , найденное путем численного интегрирования, есть  $\delta^* = 0.57$ .

При достаточно больших  $\epsilon$  полное выгорание может наступить раньше зажигания. На фиг. 4 показано изменение поля концентраций со временем до момента зажигания для разных  $\delta$ ; здесь кривая 1 соответствует  $\delta = 0.1$ , 2 —  $\delta = 0.3$ , 3 —  $\delta = 0.5$ . Существует значение  $\epsilon = \epsilon^*$ , при котором  $y$  становится равным единице раньше, чем наступит зажигание. Зави-

симось  $\varepsilon^*$  от  $\delta$  показана на фиг. 3. Для  $\varepsilon$ , лежащих выше  $\varepsilon^*$ , полное выгорание наступает раньше зажигания, для  $\varepsilon < \varepsilon^*$  зажигание наступает раньше выгорания. Для  $\varepsilon$ , лежащих на кривой, зажигание и полное выгорание наступают одновременно.

Для исследования точности асимптотических методов в приложении к задачам зажигания уравнения (1.3) решались численным путем. Решения



Фиг. 5

проводились по схеме «счет с пересчетом» [12]. Проведено сравнение результатов, полученных численным и приближенным аналитическим методами, которое можно проследить на фиг. 1 для  $n = 1$ ,  $\alpha = 10^{-2}$  (верхняя шкала) и на фиг. 5 для  $n = 1$ ,  $\alpha = 0$ , где приведены зависимости времени зажигания от  $\beta$ , полученные приближенным аналитическим (кривые 1) и численным (кривые 2) методами.

Как и следовало ожидать, точность результатов растет с ростом  $\beta$ . Различие приближенных аналитических и точных численных данных при  $\beta = 20$  составляет около 20% и с увеличением  $\beta$  уменьшается до 5–10%. Отметим, что в работе найдены только главные члены разложения; при определении следующих членов разложения результаты, полученные аналитическим и численными методами, будут сближаться.

Полученное хорошее совпадение результатов этих двух методов указывает на перспективность использования метода сращиваемых асимптотических разложений в других задачах горения.

Поступила 3 IV 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. К теории зажигания. Докл. АН СССР, 1963, т. 150, № 2.
2. Шкадинский К. Г., Барзыкин В. В. Закономерности зажигания газов накаливаемой поверхностью с учетом диффузии и гидродинамики. Физика горения и взрыва, 1968, т. 4, № 2.
3. Alkidas A., Durbetaku P. Ignition of a gaseous mixture by a heated surface. Combustion Sci. and Technol., 1973, vol. 7, No. 3.
4. Linan A., Williams F. A. Theory of ignition of a reactive solid by constant energy flux. Combustion Sci. and Technol., 1971, vol. 3, No. 2, p. 91.
5. Linan A., Williams F. A. Radiant ignition of a reactive solid with in-depth absorption. Combustion and Flame, 1972, vol. 18, No. 1, p. 85.
6. Берман В. С., Рязанцев Ю. С. О поджигании гомогенной реагирующей среды тепловым источником с конечным запасом тепла. ПММ, 1976, т. 40, вып. 6.
7. Буркина Р. С., Вилюнов В. Н. Асимптотический анализ задачи зажигания реакционноспособного вещества нагретой поверхностью. ПМТФ, 1976, № 6.
8. Берман В. С., Рязанцев Ю. С. Асимптотический анализ зажигания газа накаливаемой поверхностью. ПМТФ, 1977, № 1.
9. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
10. Коул Дж. Д. Методы возмущений в прикладной математике. М., «Мир», 1972.
11. Найфэ А. Х. Методы возмущений. М., «Мир», 1976.
12. Чудов Л. А. Хорошо стабилизирующая разностная схема для расчета течений в пограничном слое. Тр. Всес. семинара по численным методам механики вязкой жидкости. Новосибирск, «Наука», 1969.