

К ТЕОРИИ ДИФРАКЦИИ ЛИНЕЙНЫХ ВЯЗКОУПРУГИХ ВОЛН

И. Г. Филиппов

(Москва)

В линейном приближении рассматриваются двумерные задачи дифракции вязкоупругих волн на жестких контурах произвольной формы и, в частности, на прямолинейных разрезах. Решения строятся методом, обобщающим метод Вольтерра.

Данные задачи для упругих сред рассматривались в работах [1-7] и решались методом Вольтерра или другими методами.

1. Постановка и решение общей задачи дифракции вязкоупругих волн. Будем предполагать, что среда изотропна, обладает мгновенной упругостью и ядра вязкоупругих операторов произвольны. Связь между компонентами тензоров напряжения и деформации будем брать в виде интегральных больцмановских соотношений

$$(1.1) \quad \sigma_{jj} = L(\varepsilon) + 2M(\varepsilon_{jj}) \quad (j = x, y), \quad \sigma_{xy} = M(\varepsilon_{xy})$$

Здесь $L(\zeta)$ и $M(\zeta)$ — линейные интегральные операторы, $h_j(\alpha)$ и γ_{mj} — непрерывные и дискретные функции времен релаксаций

$$L(\zeta) = \lambda \left[\zeta(t) - \int_0^t f_1(t-\xi) \zeta(\xi) d\xi \right]$$

$$M(\zeta) = \mu \left[\zeta(t) - \int_0^t f_2(t-\xi) \zeta(\xi) d\xi \right]$$

$$f_j(t) = \int_0^\infty h_j(\alpha) \exp\left(-\frac{t}{\alpha}\right) d\alpha + \sum_{m=1}^{m_0} \frac{\gamma_{mj}}{\tau_m} \exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right) \quad (j = 1, 2)$$

Вводя потенциальные функции Φ и Ψ , уравнения движения можно свести к системе интегро-дифференциальных уравнений (a и b — скорости распространения упругих продольной и поперечной волны)

$$(1.2) \quad L_0(\Delta\Phi) = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad M_0(\Delta\Psi) = \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

$$L_0(\zeta) = \zeta(t) - \int_0^t [\alpha_0 f_1(t-\xi) + 2\beta_0 f_2(t-\xi)] \zeta(\xi) d\xi$$

$$M_0(\zeta) = \mu^{-1} M(\zeta), \quad \alpha_0 = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}, \quad \beta_0 = \frac{\mu}{\lambda + 2\mu}$$

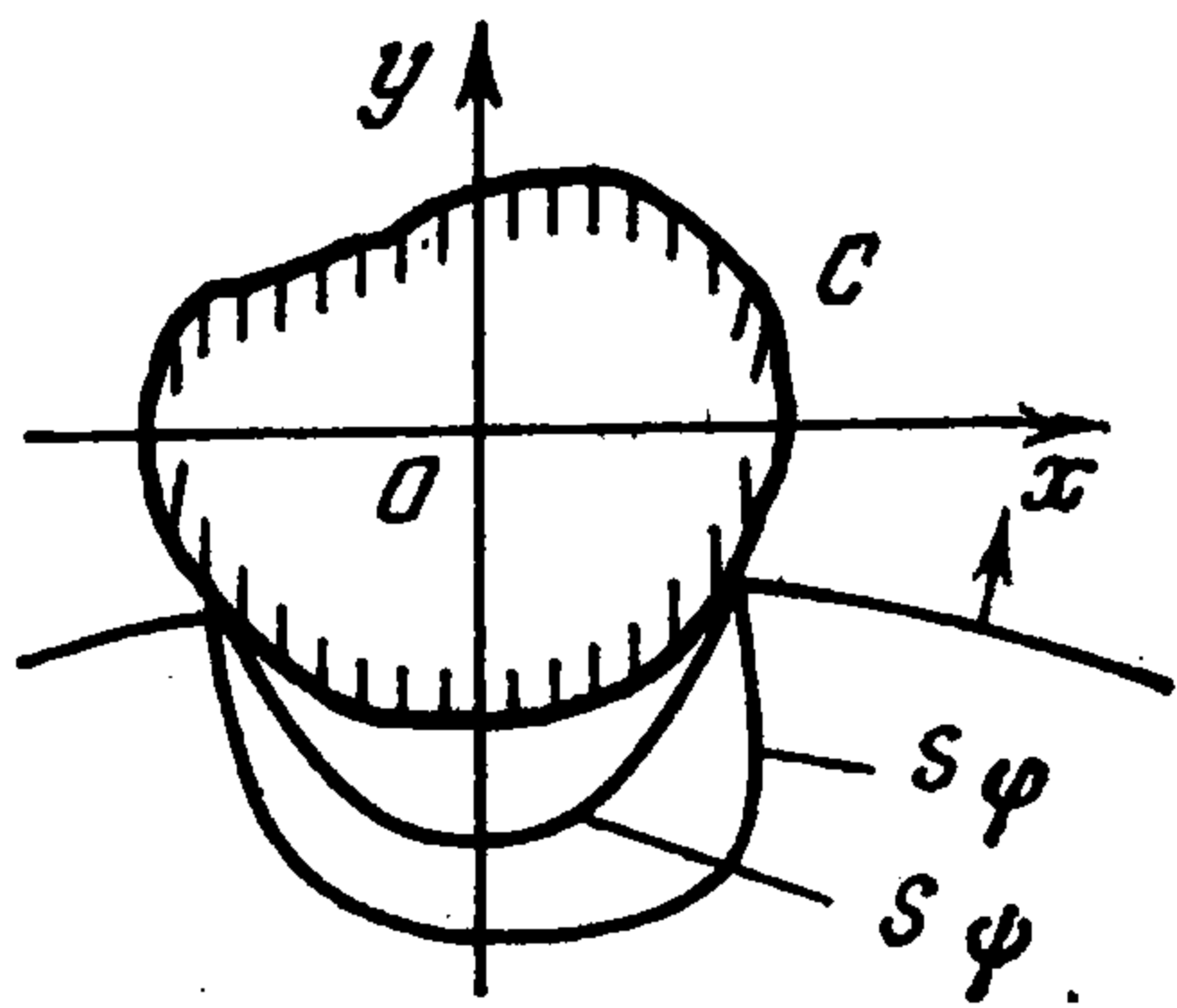
$$\left(u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y}, v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)$$

Рассмотрим задачу дифракции произвольной вязкоупругой волны на контуре C (фиг. 1). Имеем два основных вида граничных условий на контуре

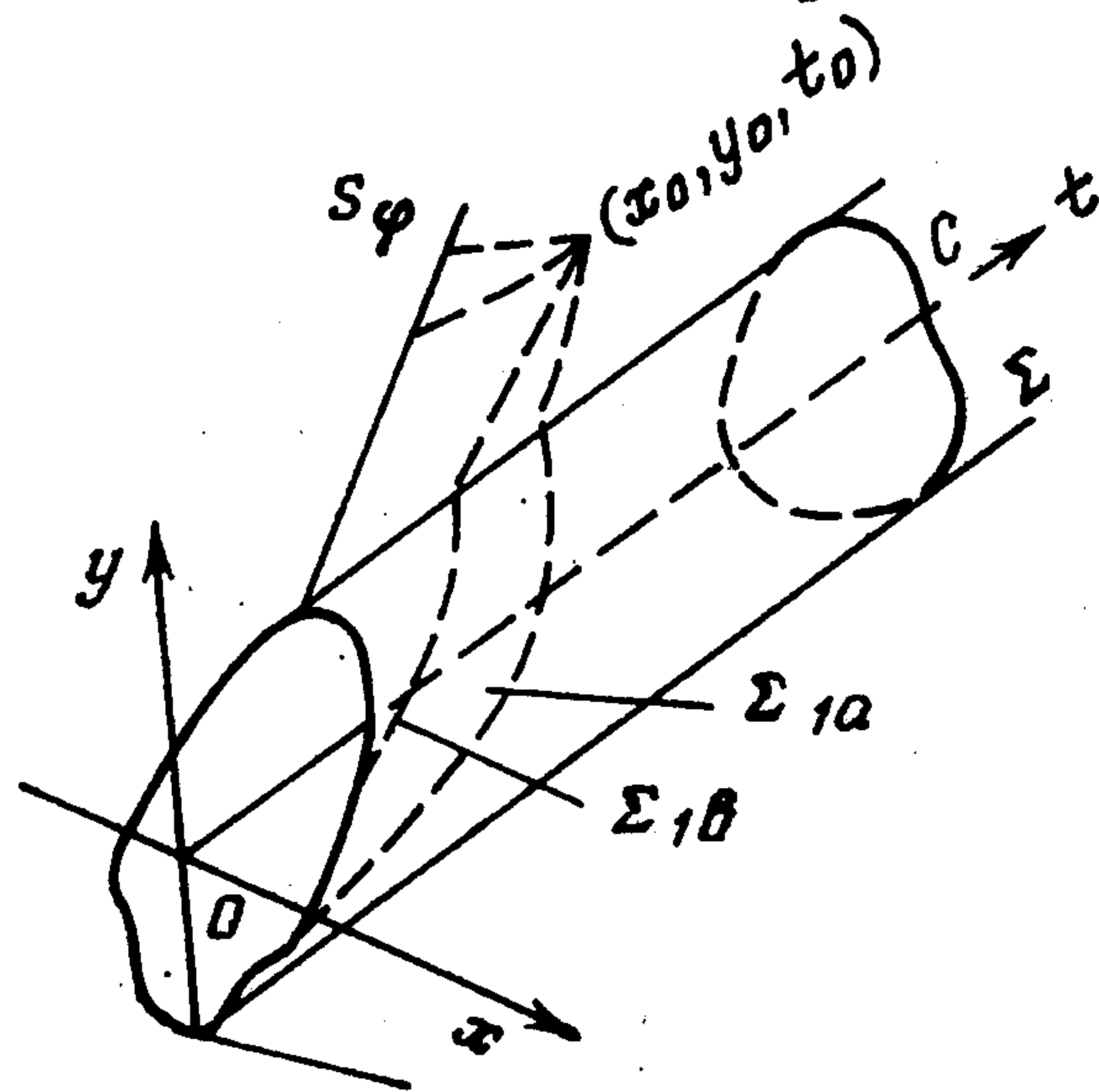
$$(1.3) \quad u_n = v_s = 0 \quad (C)$$

$$(1.4) \quad u_n = \sigma_{ns} = 0 \quad (C)$$

соответствующих случаю контура, жестко связанного с окружающей средой, и случаю отсутствия трения между средой и контуром. Здесь n и s — нормаль и дуга контура C .



Фиг. 1



Фиг. 2

На фронтах S_ϕ и S_ψ , отраженных продольной и поперечной волн, выполняются условия

$$(1.5) \quad \Phi = \Phi_0 (S_\phi), \quad \Psi = \Psi_0 (S_\psi)$$

где Φ_0 и Ψ_0 — потенциалы в падающей вязкоупругой волне. В дальнейшем будем полагать, что $\Psi_0 = 0$.

Положим

$$\Phi = \phi + \Phi_0, \quad \Psi = \psi$$

где ϕ и ψ — потенциалы дифрагированных волн. Для определения потенциалов ϕ и ψ имеем интегро-дифференциальные уравнения

$$(1.6) \quad L_0(\Delta\phi) = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}, \quad M_0(\Delta\psi) = \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

с граничными и начальными условиями

$$(1.7) \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \psi}{\partial s}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi_0}{\partial s} - \frac{\partial \phi}{\partial s} \quad (C)$$

или

$$(1.8) \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi_0}{\partial n}, \quad \psi = 0 \quad (C)$$

$$\phi = 0 \quad (S_\phi), \quad \psi = 0 \quad (S_\psi)$$

$$\phi = \frac{\partial \phi}{\partial t} = \psi = \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \quad (t \leq 0)$$

Рассмотрим процесс дифракции продольной вязкоупругой волны в пространстве (x, y, t) , как это делалось в работах [5,6]. Как и в работе [5],

приближенное решение задачи (1.6) — (1.8) в пространстве (x, y, t) имеет вид

$$(1.9) \quad \begin{aligned} \varphi(x_0, y_0, t_0) &= \frac{1}{2\pi} L_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1a}} L_0 \left(\varphi \frac{\partial v_a}{\partial n} - v_a \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dq \right\} \\ \psi(x_0, y_0, t_0) &= \frac{1}{2\pi} M_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1b}} M_0 \left(\psi \frac{\partial v_b}{\partial n} - v_b \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dq \right\} \\ L_{01}(\zeta) &= \zeta + \frac{c_{12}}{2} \int_0^t \zeta(\xi) d\xi, \quad c_{12} = \int_0^\infty \alpha h(\alpha) d\alpha + \sum_{m=1}^{m_0} \gamma_m \tau_m^{-1} \\ M_{01}(\zeta) &= \zeta + \frac{c_{22}}{2} \int_0^t \zeta(\xi) d\xi, \quad c_{22} = \int_0^\infty \alpha h_2(\alpha) d\alpha + \sum_{m=1}^{m_0} \gamma_{m2} \tau_m^{-1} \\ h(\alpha) &= \alpha_0 h_1(\alpha) + 2\beta_0 h_2(\alpha), \quad \gamma_m = \alpha_0 \gamma_{m1} + 2\beta_0 \gamma_{m2} \end{aligned}$$

где Σ_{1a} и Σ_{1b} — части цилиндрической поверхности Σ (фиг. 2) в пространстве (x, y, t) , отсекаемые конусами влияния $a^2(t_0 - t)^2 - r^2 = 0$, $b^2(t_0 - t)^2 - r^2 = 0$, $r^2 = (x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2$ из произвольной точки (x_0, y_0, t_0) , v_a и v_b — фундаментальные решения интегро-дифференциальных уравнений (1.6)

$$v_c(x, y, t; x_0, y_0, t_0) = \int_0^{V_c} \Phi_c(t_0 - t, r \operatorname{ch} \alpha) d\alpha \quad (c = a, b)$$

$$\Phi_c(t, \xi) = L^{(0)} \left\{ \frac{\sqrt{1 - f_c(p)}}{cp} \exp \left[- \frac{p\xi c}{\sqrt{1 - f_c(p)}} \right] \right\}$$

$L^{(0)}(\zeta)$ — оператор обратного преобразования Лапласа, $f_a(p)$ и $f_b(p)$ — преобразованные по Лапласу функции $\alpha_0 f_1(t) + 2\beta_0 f_2(t)$ и $f_2(t)$, V_c — функция Вольтерра соответствующего волнового уравнения [5].

В частности, для тела Максвелла

$$\begin{aligned} v_c(x, y, t; x_0, y_0, t_0) &= \exp \left(- \frac{t_0 - t}{2\tau} \right) \int_0^{V_c} I_0 \times \\ &\times \left[\frac{1}{2c\tau} \sqrt{c^2(t_0 - t)^2 - r^2 \operatorname{ch}^2 \alpha} \right] d\alpha \end{aligned}$$

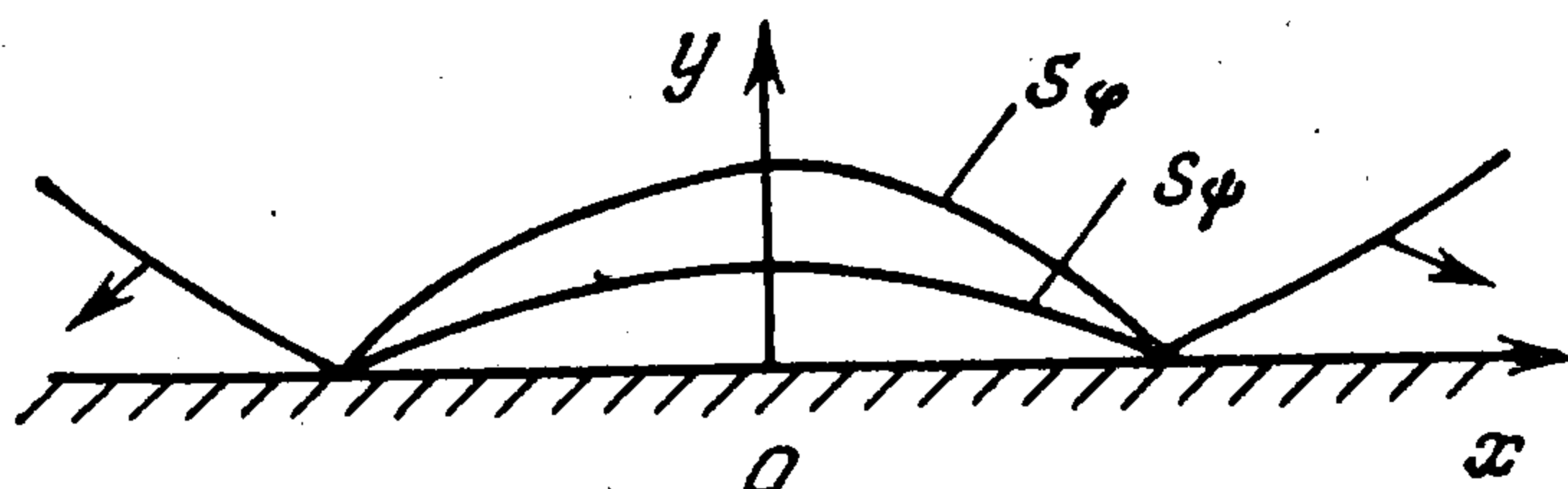
где τ — время релаксации. Для упругих тел при $f_1(t) = f_2(t) = 0$ функции v_a , v_b переходят в функции Вольтерра.

При отсутствии трения между контуром C и средой потенциал $\psi \equiv \equiv 0$ и отражается только продольная волна.

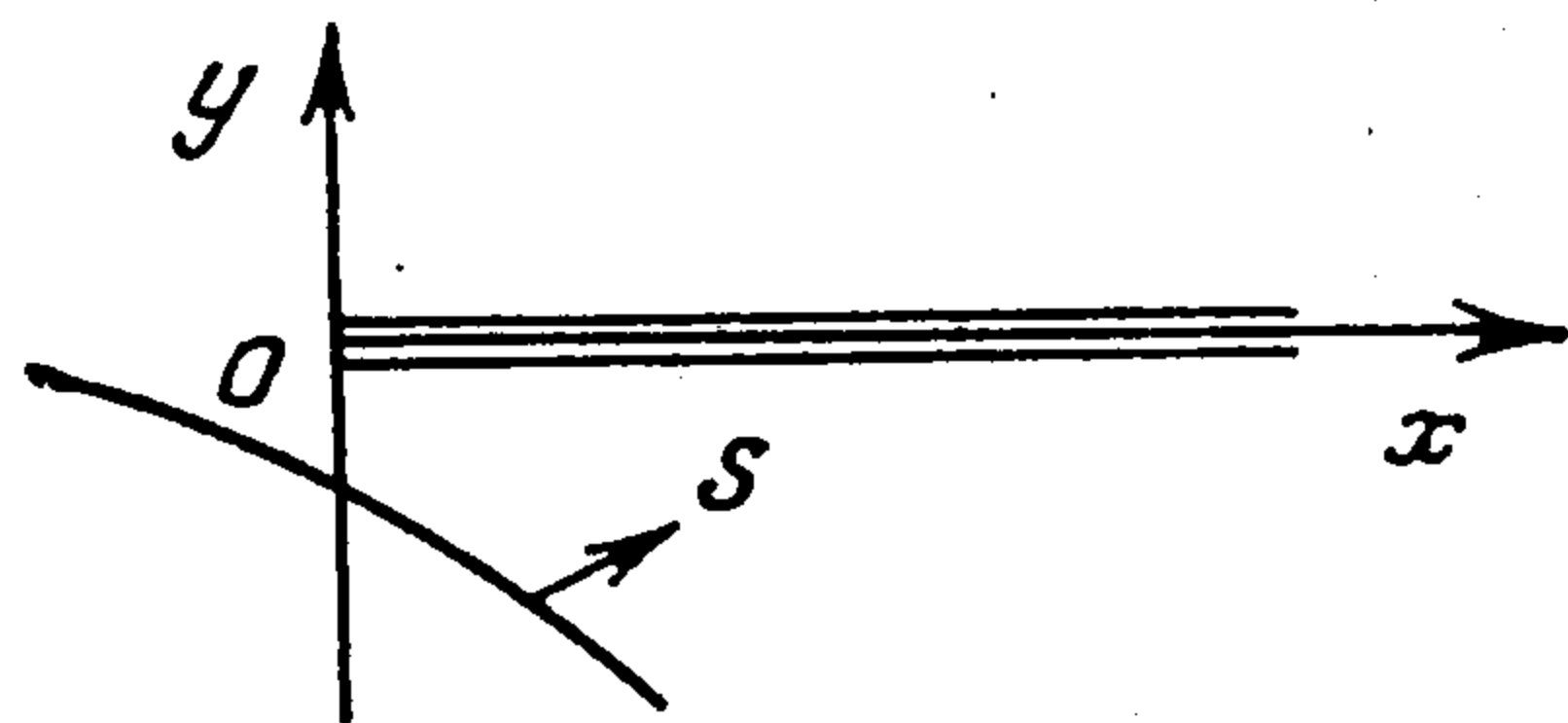
Функции φ и ψ на контуре C неизвестны, поэтому устремляя точку (x_0, y_0, t_0) к поверхности Σ , получим систему интегральных уравнений для определения φ и ψ на Σ . Решая эти уравнения относительно φ и ψ на Σ и подставляя в формулы (1.9), получим решение задачи дифракции. Таким образом, общая задача дифракции вязкоупругой волны сводится к решению интегральных уравнений Вольтерра относительно φ и ψ на Σ типа (1.9).

Рассмотрим частные задачи дифракции, решение которых можно получить в квадратурах, используя общие формулы (1.9).

2. Дифракция вязкоупругой волны на полубесконечном разрезе. Прежде чем решать задачу дифракции, рассмотрим отражение вязкоупругой цилиндрической волны от бесконечной стенки. Направим ось x вдоль стенки, ось y — по нормали к ней (фиг. 3). В этом случае в форму-



Фиг. 3



Фиг. 4

лах (1.9) будем писать y вместо n , причем поверхность Σ в пространстве (x, y, t) есть полуплоскость $t \geq 0$, $-\infty < x < \infty$, передний край которой ограничен кривой

$$(2.1) \quad f(x, 0, t) = 0$$

Здесь $f(x, y, t) = 0$ — фронт падающей продольной вязкоупругой волны.

Рассмотрим точку $(x_0, -y_0, t_0)$ и применим формулы (1.9) при $y > 0$. Так как эта точка не лежит в области $y > 0$, то формулы (1.9) дадут

$$(2.2) \quad 0 = \frac{1}{2\pi} L_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1a}} L_0 \left(\varphi \frac{\partial v_{a1}}{\partial y} - v_{a1} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) dq \right\}$$

$$0 = \frac{1}{2\pi} M_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1b}} M_0 \left(\psi \frac{\partial v_{b1}}{\partial y} - v_{b1} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) dq \right\}$$

$$v_{c1}(x, y, t; x_0, y_0, t_0) = v_c(x, y, t; x_0, -y_0, t_0)$$

Видно, что функции v_{c1} , v_c при $y = 0$ удовлетворяют условиям

$$v_{c1} = v_c, \quad \partial v_{c1} / \partial y = -\partial v_c / \partial y \quad (y = 0)$$

Следовательно, если при $y = 0$ заданы $\partial \varphi / \partial y$ и $\partial \psi / \partial y$, то, складывая правые и левые части формул (1.9) ($n = y$) и (2.2), получим

$$(2.3) \quad \varphi(x_0, y_0, t_0) = -\frac{1}{\pi} L_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1a}} v_a \frac{\partial L_0(\varphi)}{\partial y} dq \right\}$$

$$\psi(x_0, y_0, t_0) = -\frac{1}{\pi} M_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1b}} v_b \frac{\partial M_0(\psi)}{\partial y} dq \right\}$$

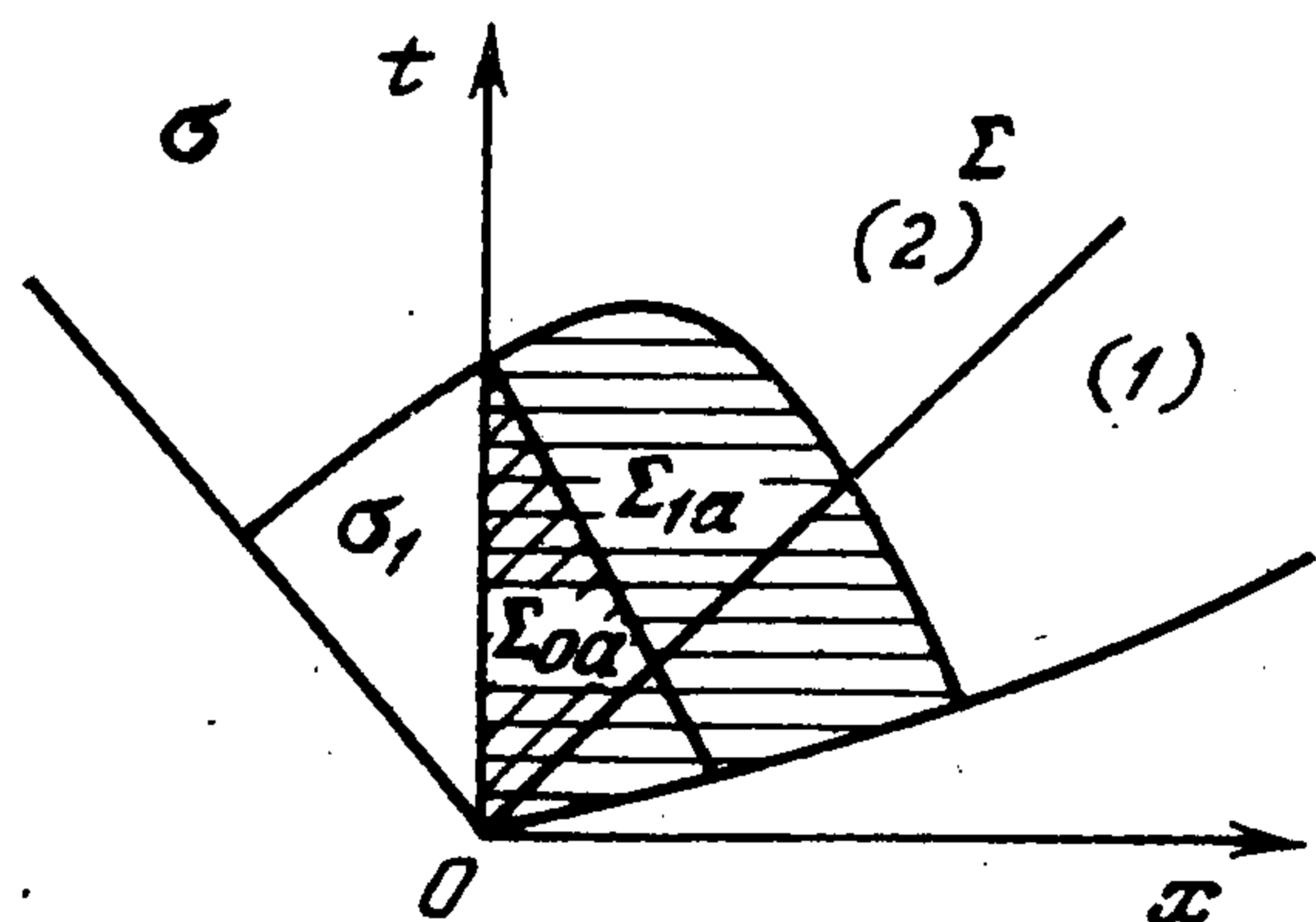
Аналогично, если на Σ заданы φ и ψ , то

$$(2.4) \quad \varphi(x_0, y_0, t_0) = \frac{1}{\pi} L_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1a}} \varphi \frac{\partial L_0(v_a)}{\partial y} dq \right\}$$

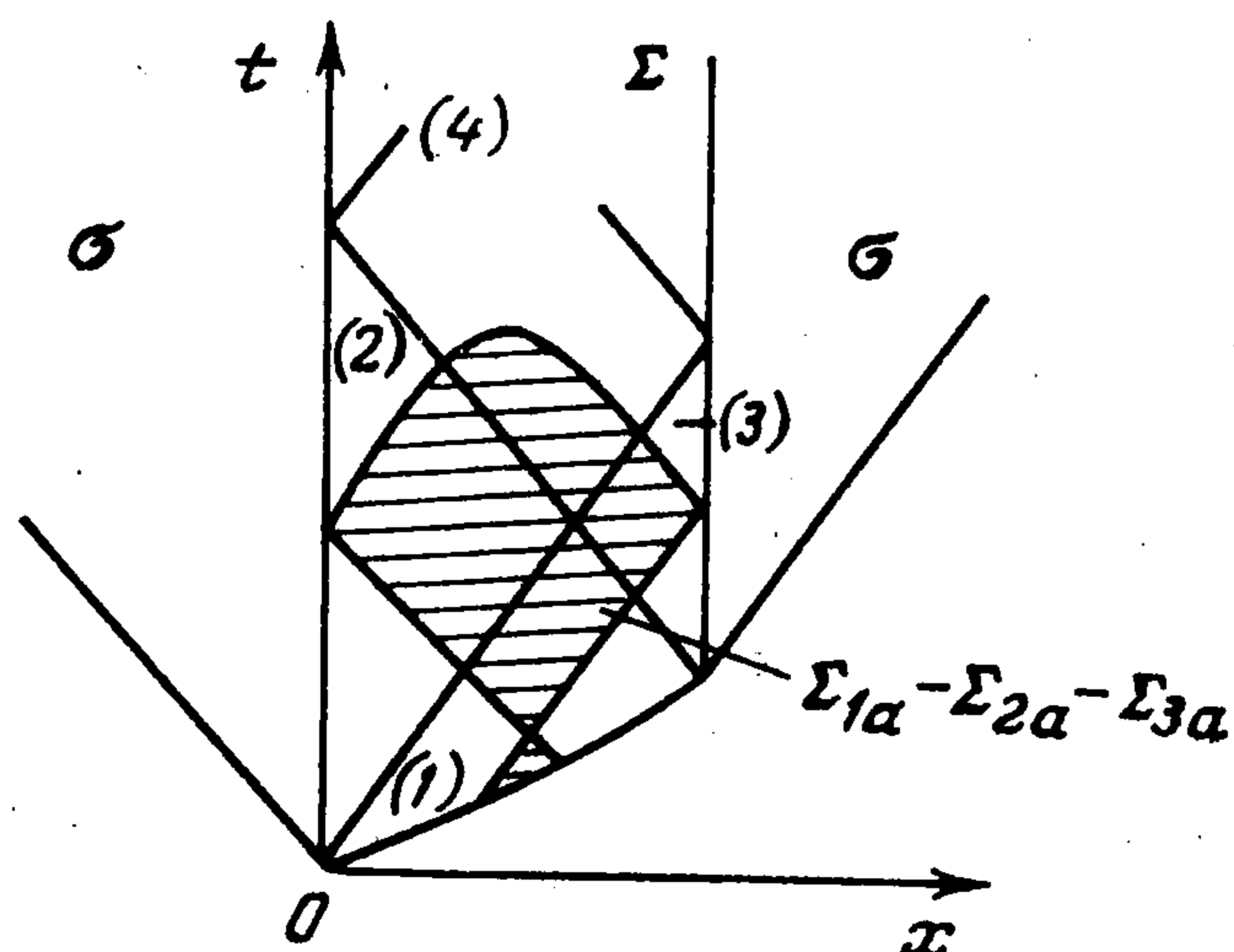
$$\psi(x_0, y_0, t_0) = \frac{1}{\pi} M_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1b}} \psi \frac{\partial M_0(v_b)}{\partial y} dq \right\}$$

В частности, если на стенке трение отсутствует, то потенциал $\psi \equiv 0$, а первая формула (2.3) дает точное решение задачи в квадратурах без сведения к системе интегральных уравнений относительно φ и ψ на поверхности Σ .

Перейдем к построению решения задачи дифракции на полубесконечном разрезе.



Фиг. 5



Фиг. 6

Пусть на полубесконечный разрез $y = 0$, $0 \leq x < \infty$ падает продольная волна, задаваемая потенциалом $\Phi_0(x, y, t)$ (фиг. 4).

В пространстве (x, y, t) поверхность Σ является четвертьплоскостью (фиг. 5), передняя кромка которой ограничена кривой (2.1).

Предположим, что разрез жесткий и трение между разрезом и средой отсутствует. Тогда $\psi \equiv 0$ и задача сводится к определению потенциала φ , удовлетворяющего уравнению (1.6) и граничным и начальным условиям

$$(2.5) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \Phi_0}{\partial y} \quad (y = 0, 0 \leq x < \infty), \quad \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \quad (t \leq 0)$$

Разобьем поверхность Σ на две части: (1) и (2), как показано на фиг. 5.

При влиянии на потенциал φ точек области (1) для потенциала φ можем воспользоваться первой формулой (2.3), т. е.

$$(2.6) \quad \varphi(x_0, y_0, t_0) = \frac{1}{\pi} L_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1a}} v_a \frac{\partial L_0(\Phi_0)}{\partial y} dq \right\}$$

Аналогично при влиянии точек областей (1) и (2) для φ будем иметь

$$(2.7) \quad \varphi(x_0, y_0, t_0) = -\frac{1}{\pi} L_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1a} + \sigma_1} v_a \frac{\partial L_0(\varphi)}{\partial y} dq \right\}$$

где σ_1 — часть σ плоскости $y = 0$ вне Σ (см. фиг. 5), на которой величина $\partial \varphi / \partial y$ неизвестна.

{В силу первого условия (2.5) при $y = 0$ потенциал φ — нечетная функция координаты y и, следовательно, $\varphi = 0$ на σ .

Для определения $\partial\varphi/\partial y$ в точках σ устремим точку (x_0, y_0, t_0) к поверхности σ . Имеем

$$0 = \frac{1}{\pi} L_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{11} + \sigma_{10}} v_a \frac{\partial L_0(\varphi)}{\partial y} dq \right\}$$

или

$$(2.8) \quad 0 = \iint_{\Sigma_{11} + \sigma_{10}} \frac{\partial v_a}{\partial t_0} \frac{\partial L_0(\varphi)}{\partial y} dq$$

Меняя порядок интегрирования во внутренних интегралах правой части формулы (2.8), приведем ее к виду

$$(2.9) \quad \iint_{\Sigma_{11} + \sigma_{10}} \frac{\partial\varphi}{\partial y} \frac{Q_a(t_0, t; x_0, x)}{\sqrt{a^2(t_0 - t)^2 - (x_0 - x)^2}} dq = 0$$

$$Q_a(t_0, t; x_0, x) = [1 - f_0(0) + f_0(t_0 - t - |x_0 - x|)] \times$$

$$\times \left\{ \Phi_a(t_0 - t, t_0 - t) + \sqrt{a^2(t_0 - t)^2 - (x_0 - x)^2} \int_0^{v_a} \frac{\partial\Phi_a}{\partial t_0} d\alpha \right\}$$

$$f_0(t_0 - t - |x_0 - x|) - f_0(0) =$$

$$\int_{t_0 - |x_0 - x|}^{t_0 - |x_0 - x|} [\alpha_0 f_1(t - \xi) + 2\beta_0 f_2(t - \xi)] d\xi$$

Здесь было учтено, что величина $\partial v_a/\partial t_0$ равна отношению величины в фигурных скобках в формуле для Q_a к $\sqrt{a^2(t_0 - t)^2 - (x_0 - x)^2}$.

В характеристических координатах

$$(2.10) \quad \mu = at + x, \quad \nu = at - x$$

формула (2.9) преобразуется к виду

$$(2.11) \quad \int_0^{\mu_0} \frac{d\mu}{\sqrt{\mu_0 - \mu}} \left\{ - \int_{A(\mu)}^{\mu} \frac{\partial\Phi_0}{\partial y} \frac{Q_{0a}(\mu_0, \mu; \nu_0, \nu)}{\sqrt{\nu_0 - \nu}} + \int_{\mu}^{\nu_0} z \frac{Q_{0a}(\mu_0, \mu; \nu_0, \nu)}{\sqrt{\nu_0 - \nu}} d\nu \right\} = 0$$

$$Q_{0a}(\mu_0, \mu; \nu_0, \nu) = Q_a(t_0, t; x_0, x)$$

где $z = \partial\varphi/\partial y$ на σ , $\nu = A(\mu)$ — уравнение передней кромки Σ в координатах (2.10).

Видно, что (2.11) — двукратное интегральное уравнение Абеля относительно z , решая которое, получим

$$(2.12) \quad z = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \nu_0} \int_{\mu_0}^{\nu_0} \frac{d\nu}{\sqrt{\nu_0 - \nu}} \int_{A(\mu_0)}^{\mu_0} \frac{\partial\Phi_0}{\partial y} \frac{Q_{0a}(\mu_0, \mu_0; \nu, \xi)}{\sqrt{\nu - \xi}} d\xi$$

$$Q_{0a}(\mu_0, \mu_0; \nu_0, \nu_0) \equiv 1$$

Подставляя найденное значение z в правую часть формулы (2.7), после преобразований получим окончательное выражение для φ при влиянии точек областей (1) и (2)

$$(2.13) \quad \varphi(x_0, y_0, t_0) = \frac{1}{\pi} L_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1a} - \Sigma_{0a}} v_a \frac{\partial L_0(\Phi_0)}{\partial y} dq \right\}$$

Область $\Sigma_{1a} - \Sigma_{0a}$ показана на фиг. 5 и называется эквивалентной областью интегрирования.

Формулы (2.6) и (2.13) дают решение задачи дифракции в квадратурах, при этом формула (2.13) определяет потенциал φ с учетом отраженной и дифрагированной волны.

Пример. Пусть падающая волна плоская и возбуждена давлением $F(t - t_1)$, приложенным к точкам прямой

$$x \sin \gamma + y \cos \gamma + \xi_0 = 0 \quad (\gamma > 0, t_1 < 0)$$

где ξ_0 — расстояние прямой от передней точки разреза.

Исходя из решения задачи и предполагая, что среда удовлетворяет модели Максвелла, для напряжений σ_{ij} в отраженной волне, определяемой формулой (2.6), получим выражение

$$(2.14) \quad \begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sin^2 \gamma \sum_{j=1}^2 Q_j(x, y, t), \quad \sigma_{yy} = \cos^2 \gamma \sum_{j=1}^2 Q_j(x, y, t) \\ \sigma_{xy} &= \sin 2\gamma \sum_{j=1}^2 (-1)^{1+j} Q_j(x, y, t), \quad x_{1,2} = x \sin \gamma \pm y \cos \gamma \\ Q_j(x, y, t) &= -\exp\left(-\frac{x_j}{2a\tau}\right) F\left(t - \frac{x_j}{a}\right) H\left(t - \frac{x_j}{a}\right) + \\ &+ \frac{x_j}{2a\tau} \int_{x_j/a}^t F(t - \xi) \exp\left(-\frac{\xi}{2\tau}\right) \left(\xi^2 - \frac{x_j^2}{a^2}\right)^{-1/2} I_1\left[\frac{1}{2\tau} \sqrt{\xi^2 - \frac{x_j^2}{a^2}}\right] d\xi \end{aligned}$$

Формула (2.14) содержит время релаксации τ , которое определяет затухание напряжения со временем и с расстоянием.

3. Дифракция вязкоупругой волны на разрезе конечной длины. Обобщим результат п. 2 на случай разреза ширины l . Для данной задачи поверхностью Σ служит полуполоса ширины l в пространстве (x, y, t) (см. фиг. 6), на которой граничное условие (2.5) примет вид

$$\partial\varphi/\partial y = -\partial\Phi_0/\partial y \quad (y = 0, 0 \leq x \leq l)$$

Разобьем поверхность Σ на области (1) — (3) и т. д., как показано на фиг. 6.

При влиянии на потенциал φ точек областей (1) или (1) и (2) потенциал φ определяется по формулам (2.6) и (2.13).

При влиянии точек областей (1) и (3) также будем иметь

$$\varphi(x_0, y_0, t_0) = \frac{1}{\pi} L_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1a} - \Sigma_{2a}} v_a \frac{\partial L_0(\Phi_0)}{\partial y} dq \right\}$$

где область $\Sigma_{1a} - \Sigma_{2a}$ учитывает дифрагированную волну от правого конца разреза.

Аналогично определяется φ при влиянии точек областей (1) — (4) и будем иметь

$$\varphi(x_0, y_0, t_0) = \frac{1}{\pi} L_{01} \left\{ \frac{\partial}{\partial t_0} \iint_{\Sigma_{1a} - \Sigma_{2a} - \Sigma_{3a}} v_a \frac{\partial L_0(\Phi_0)}{\partial y} dq \right\}$$

Аналогично определяется φ с учетом последующих дифрагированных волн.

По известным значениям потенциала φ можно определить компоненты вектора перемещения и тензора напряжения.

К рассматриваемой задаче примыкает следующая.

Пусть на разрез конечной длины, свободной от напряжения, падает поперечная сдвиговая волна, смещение в которой перпендикулярно плоскости (x, y) . В этом случае будет отражаться тоже лишь сдвиговая волна.

Данная задача сводится к определению смещения W , направленного перпендикулярно плоскости (x, y) , удовлетворяющего второму уравнению (1.2) как для поперечного потенциала φ , граничным и начальным условиям

$$\frac{\partial W}{\partial y} = 0 \quad (\Sigma), \quad W = W_0 \quad (S_\varphi)$$

$$W = W_0, \quad \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial W_0}{\partial t} \quad (t \leq 0)$$

Если положить $W = \varphi + W_0$, то для возмущенного смещения φ получаем задачу, аналогичную задаче дифракции продольной волны на конечном разрезе без трения; необходимо лишь оператор $L_0(\zeta)$ заменить на оператор $M_0(\zeta)$, а скорость a на скорость b .

Методом, изложенным в п. 1 и 2, можно решать и другие задачи дифракции.

Примечание. В сплошных электромагнитных средах с конечной удельной проводимостью σ волновое поле описывается уравнениями Максвелла.

Для сред с конечной проводимостью, в частности для металлических сред, плотность тока j и интенсивность электрического поля E пропорциональны, т. е. $j = \sigma E$. Для таких сред можно ввести векторную функцию A по формуле (B — вектор магнитной индукции, c — скорость света)

$$B = \text{rot } A, \quad E = -\frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t}, \quad \text{div } A = 0$$

и тогда уравнения Максвелла сведутся к одному уравнению (ϵ и μ — диэлектрическая постоянная и магнитная проницаемость среды)

$$(3.1) \quad \Delta A = \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$$

Уравнение (3.1) эквивалентно уравнению распространения продольных или поперечных волн в вязкоупругом теле, материал которого удовлетворяет модели Максвелла. Член, содержащий $\partial A / \partial t$, приводит к появлению в решении затухающего множителя, зависящего в общем случае как от времени, так и от точек пространства. Те же явления происходят и в вязкоупругих средах.

Уравнение (3.1) можно привести к виду

$$L_1(\Delta A) = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$$

$$L_1(\zeta) = \zeta(t) - \int_0^t \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{t-\xi}{\tau}\right) \zeta(\xi) d\xi, \quad \tau = \frac{4\pi\sigma}{e}$$

Величина τ эквивалентна времени релаксации в вязкоупругом теле Максвелла.

Таким образом, в силу эквивалентности уравнений, описывающих процесс распространения вязкоупругих и электромагнитных волн в средах с конечной проводимостью, многие результаты по распространению волн и задачам дифракции в вязкоупругих средах можно переносить на соответствующие задачи в электромагнитных средах.

Поступила 11 III 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Гузь А. Н., Головчан В. Т. Дифракция упругих волн в многосвязанных телах. Киев, «Наукова думка», 1972.
2. Сагомонян А. Я. Проникание. Изд-во МГУ, 1974.
3. Смирнов В. И., Соболев С. Л. Новый метод решения плоской задачи упругих колебаний. Тр. Сейсмолог. ин-та АН СССР, 1932, № 20.
4. Филиппов А. Ф. Некоторые задачи дифракции плоских упругих волн. ПММ, 1956, т. 20, вып. 6.
5. Филиппов И. Г. К теории дифракции цилиндрических упругих и слабых ударных волн. ПММ, 1964, т. 28, вып. 2.
6. Филиппов И. Г., Чебан В. Г. Неустановившиеся движения сплошных сжимаемых сред. Кишинев, «Штиинца», 1973.
7. Фридман М. М. Дифракция плоской упругой волны относительно полубесконечного прямолинейного разреза, свободного от напряжений. Докл. АН СССР, 1949, т. 66, № 1.