Прикладная математика и механика. Том 41, 1977

УДК 533.6.011.72 + 541.124

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СЛАБЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В СРЕДАХ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ЧИСЛОМ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ

А. Л. Н и

(Москва)

Рассматривается задача о распространении ударной волны от поршня, вдвигаемого с постоянной скоростью в покоящийся равновесный газ, в котором может протекать произвольное число химических реакций. Предполагается, что равновесная и замороженная скорости звука в газовой смеси близки между собой. Показывается, что в газах с сильно различающимися скоростями реакций область ударной волны можно условно разбить на зоны, в которых реакции протекают независимо. Выявляется особая природа промежуточных скоростей звука.

1. Исходные уравнения. Как известно [1,2], в релаксирующих смесях передача сигналов сопровождается дисперсией, причем скорость этой передачи в предельных случаях совпадает либо с равновесной a_{e0}, либо с замороженной a_{f0} скоростями звука. Ясно, что для рассматриваемых сред скорости распространения акустических волн не будут сильно отличаться от обеих скоростей звука.

Движение газа в задаче о поршне можно рассматривать как короткую волну и для его описания воспользоваться уравнениями [3]

$$2(\varepsilon m_0 v - \varepsilon^2{}_a\gamma_f)\frac{\partial v}{\partial r} - 2\Delta\frac{\partial v}{\partial t} = \varepsilon_a{}^2 l\mathbf{e}\,\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial r} \tag{1.1}$$

$$\partial q_i/\partial r = -L(\lambda_i q_i - e_i v), \quad i = 1, \ldots, N$$

Иногда более удобным для анализа будет уравнение, получающееся из (1.1) исключением величин q_i [4]

$$\sum_{\mu=0}^{N}\sigma_\mu(L\lambda)\frac{\partial^{N-\mu}}{\partial r^{N-\mu}}\left[2(\varepsilon m_0 v - \varepsilon_a{}^2\gamma_{N-\mu})\frac{\partial v}{\partial r} - 2\Delta\frac{\partial v}{\partial t}\right] = 0 \tag{1.2}$$

Напомним смысл используемых в (1.1) и (1.2) обозначений. Если размерные временную и пространственную переменные обозначить через T и R, то имеют место равенства

$$r = (a_0T - R)\,/\,L, \quad t = a_0T\Delta\,/\,L$$

где a_0 — скорость подвижной системы координат, связанная с замороженной и равновесной скоростями звука соотношениями

$$a_0 = a_0\varepsilon_a{}^2\gamma_{f0} + a_{f0} = a_0\varepsilon_a{}^2\gamma_{e0} + a_{e0}$$

Малый параметр ε_a^2 характеризует близость скоростей звука; ε определяет амплитуду возмущений, вносимых в покоящийся газ поршнем. Возмущенная размерная скорость газа равна $\varepsilon a_0 v$; Δ — малый параметр, возникающий в связи с предположением, что течение представляет собой короткую волну, L — характерная длина в направлении оси r во введенной подвижной системе координат.

Постоянные $l > 0$, $\lambda_i > 0$ $m_0 > 0$, и e_i зависят от физико-химических свойств рассматриваемого газа. Переменная q_i пропорциональна полноте i-й химической реакции. Вектор $\mathbf{q}=(q_1, \ldots, q_N)$ описывает состав газовой смеси. В соотношение Гиббса каждая величина q_i входит как сопряженная к сродству i-й реакции ω_i, которое в рассматриваемом приближении имеет вид

$$(1.3) \qquad \omega_i = \lambda_i q_i - e_i v$$

Когда i-я реакция протекает равновесным образом, $\omega_i = 0$. Символ $\sigma_l(x)$ означает сумму всевозможных произведений, которые составлены из чисел $x_1, \ldots, x_N$, взятых по l в каждом произведении. Величины

$$\gamma_k = \gamma_{f0} - \frac{l}{2} \sum_{m=k+1}^{N} (-1)^{m-k} \frac{\sigma_{N-m}(\lambda)}{\sigma_{N-k}(\lambda)} \mathbf{e}\mathbf{D}^{m-k-1}\mathbf{e}$$

имеют порядок единицы и определяют промежуточные скорости звука в газе по формулам $\alpha_k = a_0(1 - \varepsilon_a^2\gamma_k)$; $\mathbf{D}$ — диагональная матрица с элементами $d_{ii} = \lambda_i$. Для α_k справедлива цепочка неравенств

$$a_{f0} = \alpha_N > \ldots > \alpha_0 = a_{e0}$$

Из системы уравнений (1.1) видно, что каждую величину $1 / \lambda_k$ можно трактовать как характерную длину k-й химической реакции. Особое внимание в этой работе будет уделено газовым смесям, скорости протекания химических реакций в которых значительно различаются. Это требование будет удовлетворено, если выполняются условия [5]

$$(1.4) \qquad \lambda_1 \gg \lambda_2 \ldots \gg \lambda_N, \quad e_i^2 / \lambda_i \sim 1 \quad (i = 1, \ldots, N)$$

В этом случае справедливы приближенные равенства

$$(1.5) \qquad \alpha_k = a_{f0}\left[1 - \frac{l}{2}\varepsilon_a^2 \sum_{i=1}^{N-k} \frac{e_i^2}{\lambda_i}\right]$$

Как было показано в [5], величины в правых частях последнего равенства равны k-кратно замороженным и $(N - k)$-кратно равновесным скоростям звука $a_{fe}^{(M)}$, которые вычисляются по формулам

$$(a_{fe}^{(M)})^2 = (\partial p / \partial \rho_0)_{q_1, \ldots, q_k, \omega_{k+1}, \ldots, \omega_N, s}$$

где s — удельная энтропия газовой смеси, ρ — плотность, p —давление.

Индекс нуль при частной производной означает, что она вычисляется для покоящегося равновесного газа.

2. Стационарная бегущая волна. В дальнейшем понадобятся некоторые сведения о стационарных решениях системы уравнений (1.1). В соответствии с этим положим в (1.1) и (1.2) $\partial v / \partial t = 0$ и поставим следующие граничные условия:

$$v = v_0,\ dv / dr = 0;\ dq_i / dr = 0, \quad r = +\infty \tag{2.1}$$
$$v = 0,\ dv / dr = 0,\ q_i = 0\ dq_i / dr = 0, \quad r = -\infty$$

Интегрируя первое уравнение системы (1.1) в стационарном случае с учетом условий на $-\infty$, получаем равенство

$$\varepsilon m_0\left(v - \frac{\varepsilon_a^2\gamma_{f0}}{\varepsilon m_0}\right)^2 - \varepsilon_a^2 l \sum_{i=1}^{N} e_i q_i = \frac{\varepsilon_a^4\gamma_{f0}^2}{\varepsilon m_0}$$

которое на $+\infty$ дает соотношение

$$v_0 = \frac{2\varepsilon_a^2\gamma_{e0}}{\varepsilon m_0} \tag{2.2}$$

связывающее скорость распространения стационарной бегущей волны со скоростью потока на $+\infty$. Чтобы найти асимптотическое поведение решения на $-\infty$, положим в системе (1.1) при $\partial v / \partial t = 0$ в соответствии с (2.1) величины v, q_i и их производные стремящимися к нулю. Анализ получающейся при этом системы линейных уравнений показывает, что непрерывные решения рассматриваемой задачи существуют, если выполняются неравенства

$$\gamma_{e0} > 0 > \gamma_{f0} \tag{2.3}$$

При $\gamma_{f0} > 0$ в поле течения образуется скачок уплотнения, перед которым газ свободен от возмущений. Условию $\gamma_{f0} = 0$ отвечает предельное решение с точкой-характеристикой, в которой происходит разделение возмущенного течения с покоящимся фоном. Неравенство $\gamma_{e0} > 0$, как это видно из (2.2), означает, что стационарная бегущая волна может быть только волной сжатия.

Получим условия на ударном фронте для разрывных решений. Будем считать, что он расположен в точке $r = 0$. Тогда, интегрируя уравнения системы (1.1) при $\partial v / \partial t = 0$ от $-\delta$ до δ, где δ — положительное число, а затем устремляя величину δ к нулю, находим значения параметров потока на скачке

$$v = \frac{2\varepsilon_a^2\gamma_{f0}}{\varepsilon m_0}, \quad q_i = 0, \quad i = 1, \ldots, N$$

3. Задача о поршне для двух реакций. От вдвигаемого поршня по газу распространяется ударная волна, на фронте которой должны выполняться некоторые соотношения. Получим их, воспользовавшись системой (1.1). Главные части входящих в нее уравнений имеют дивергентную форму, поэтому на ударном фронте, заданном неявно уравнением $\varphi(r, t) = 0$, выполняются равенства

$$\left[\frac{(\varepsilon m_0 v - \varepsilon_a^2\gamma_{f0})^2}{\varepsilon m_0}\right]\varphi_r - \Delta[v]\varphi_t = \frac{l\varepsilon_a^2}{2}\sum_{k=1}^{N} e_k[q_k]\varphi_r$$

$$[q_k]\varphi_k = 0, \quad k = 1, \ldots, N, \quad [f] = f_1 - f_2$$

где f_1 — значение функции f за скачком, f_2 — перед скачком. Так как течение перед ударной волной свободно от возмущений, находим отсюда

$$(3.1) \qquad \varepsilon_a^2\gamma_{f0} - \frac{\varepsilon m_0 v_f}{2} = -\Delta\frac{\varphi_t}{\varphi_r}$$

$$q_{kf} = 0, \quad k = 1, \ldots, N$$

(Индексом f отмечены значения параметров потока на ударном фронте.) По известным правилам дифференцирования неявных функций

$$-\frac{\varphi_t}{\varphi_r}\bigg|_{\varphi(r,t)=0} = \frac{dr_f}{dt}$$

определяет скорость распространения ударного фронта в безразмерных координатах. К условиям (3.1) следует присоединить равенство

$$(3.2) \qquad v_p = 1$$

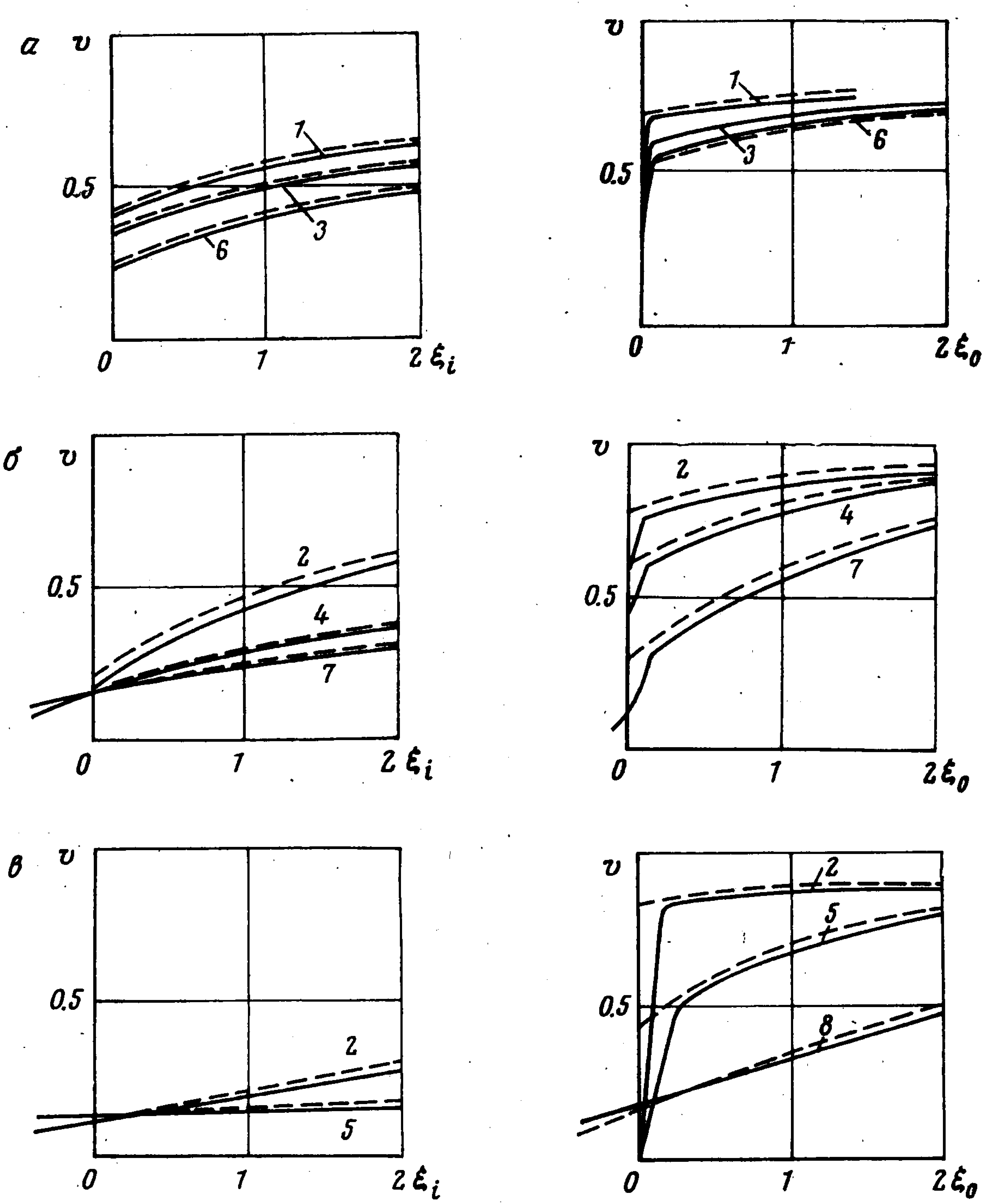
которое задает значение безразмерной скорости газа на поршне.

На фигуре сплошными линиями показаны результаты численных расчетов задачи (1.1), (3.1), (3.2) в разные моменты времени при $\varepsilon m_0 = 0.6$ (*а*), $\varepsilon m_0 = 0.3$ (*б*) и $\varepsilon m_0 = 0.1$ (*в*); ξ_i (соответственно ξ_0) — безразмерная пространственная переменная в системе координат, связанной с волной, взятая в масштабе $L = 1 / \lambda_1$ (соответственно $L = 1 / \lambda_2$). Полагалось, что $N = 2$, $\lambda_1 = 100$, $\Delta = 0.1$, $e_1 = 10$, $\lambda_2 = 1$, $e_2 = 1$, $l = 2$, $\varepsilon_a^2 = 0.1$. Кривым *1*—*8* соответствуют значения t_i, равные 10, 20, 40, 80, 100, 140, 300, 600.

Результаты счета позволяют утверждать, что в газовых смесях, для которых выполняются условия (1.4), формирование волны происходит следующим образом. Первоначально медленную вторую реакцию можно исключить из рассмотрения, считая ее полностью замороженной. На достаточно больших временах решение представляет собой стационарную бегущую волну, для которой в условиях (2.1) следует положить $v_0 = 1$. С дальнейшим ростом времени на поле течения начинает влиять медленная реакция. Область ударной волны теперь можно разбить на две зоны: в одной вторая реакция полностью заморожена и течение определяется быстрой реакцией, в другой неравновесным образом протекает только вторая реакция.

Рассмотрим полученные результаты с точки зрения метода сращиваемых асимптотических разложений [6].

Поскольку первоначально течение газа определяется быстрой реакцией, положим в уравнении (1.2) $L = 1 / \lambda_1$. Пренебрегая в нем младшими



членами и интегрируя один раз, для определения скорости в ударной волне получаем уравнение

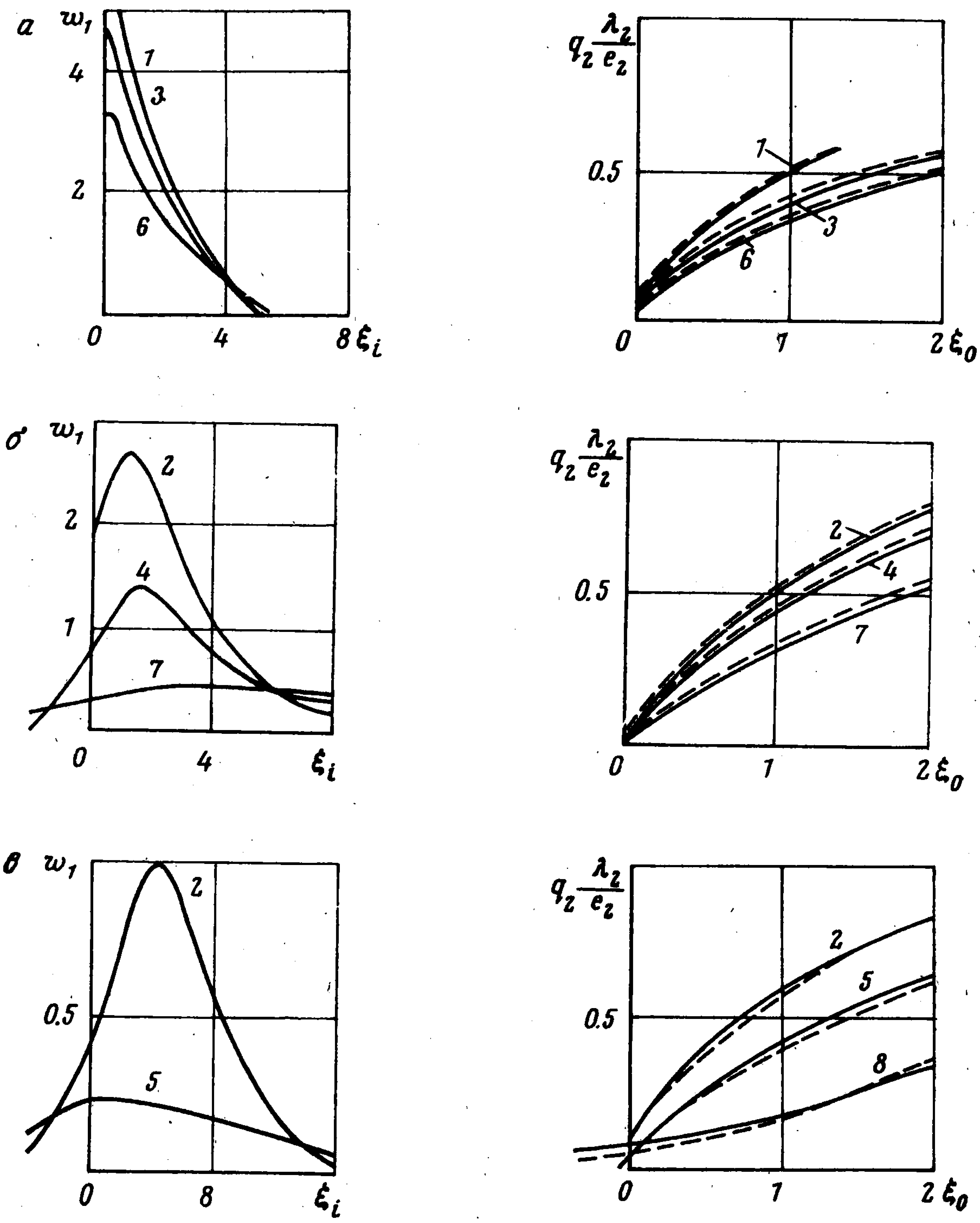
$$\frac{\partial}{\partial r}\left[(\varepsilon m_0 v - \varepsilon_a^2 \gamma_{f0})\frac{\partial v}{\partial r} - \Delta \frac{\partial v}{\partial t}\right] + (\varepsilon m_0 v - \varepsilon_a^2 \gamma_1)\frac{\partial v}{\partial r} - \Delta \frac{\partial v}{\partial t} = 0$$

Учитывая предельные выражения для скоростей звука (1.5), можно убедиться, что полученное уравнение эквивалентно системе уравнений

$$(3.3) \qquad (\varepsilon m_0 v - \varepsilon_a^2 \gamma_{f0})\frac{\partial v}{\partial r} - \Delta \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{l\varepsilon_a^2}{2} e_1 \frac{\partial q_1}{\partial r}$$

$$\partial q_1 / \partial r = -(\lambda_1 q_1 - e_1 v) / \lambda_1$$

Эта система совместно с краевыми условиями (3.1), (3.2) дает решение задачи о поршне в релаксирующей смеси, в которой протекает только первая реакция, а вторая реакция полностью заморожена. Первые два условия (3.1) можно получить непосредственно из (3.3). Для достаточно больших времен решение этой задачи выходит на стационарную волну [7,8], причем в соответствии с неравенством (2.3), в зависимости от соотношения между ε и ε_a^2, эта волна будет либо частично, либо полностью диспергированной.



С дальнейшим ростом времени на поле течения начинает влиять медленная реакция. Назовем зоной релаксации первой реакции область течения, в которой происходит ее переход в состояние равновесия. Ширина этой области в безразмерных координатах, отнесенных к новому масштабу $1 / \lambda_2$ [7]

$$l_2 = \left(1 + \frac{1}{v_H}\,\frac{le_1^2}{2\lambda_1}\,\frac{\varepsilon_a^2}{\varepsilon m_0}\right)\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

где v_H связана со скоростью распространения волны равенством (2.2).

Если $l_2 \ll 1$, то для системы уравнений (1.1) в новых безразмерных переменных можно ввести промежуточную ударную волну, при переходе через которую первая реакция приходит в состояние равновесия, характеризующееся условием $\omega_1 = 0$, а вторая реакция сохраняет неизменным свой состав. Из условия равновесности первой реакции и (1.3) находим, что $\partial q_1 / \partial r = (e_1 / \lambda_1)\, \partial v / \partial r$. Подставляя отсюда $\partial q_1 / \partial r$ в первое уравнение системы (1.1) и учитывая предельные выражения для промежуточных скоростей звука (1.5), получим уравнения

$$(3.4)\qquad (\varepsilon m_0 v - \varepsilon_a{}^2\gamma_1)\frac{\partial v}{\partial r} - \Delta\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{l\varepsilon_a{}^2}{2}e_2\frac{\partial q_2}{\partial r}$$

$$\frac{\partial q_2}{\partial r} = -\frac{\lambda_2 q_2 - e_2 v}{\lambda_2}$$

Отсюда аналогично (3.1) на введенной промежуточной ударной волне имеем условия

$$(3.5)\qquad \varepsilon_a{}^2\gamma_1 - \frac{\varepsilon m_0 v_H}{2} = \Delta\frac{dr_H}{dt} = V_H, \quad q_{2H} = 0$$

Здесь индексом H отмечены значения переменных на промежуточной ударной волне. Заметим, что второе условие в (3.5), очевидное из самого определения промежуточной ударной волны, является уже чисто формальным следствием системы (3.4).

Уравнения (3.4) совместно с условиями (3.5) и (3.2) полностью аналогичны рассмотренной выше задаче о поршне в смеси, в которой протекает единственная химическая реакция. Роль замороженной скорости звука играет здесь промежуточная скорость звука α_1, что, впрочем, естественно, если вспомнить, что в рассматриваемом приближении $\alpha_1 = (\partial p \,/\, \partial\rho_0)_{\omega_1, q_2, s}$.

Назовем, как это обычно принято в методе сращиваемых асимптотических разложений, решение задачи (3.4), (3.5), (3.2) внешним решением, а решение в зоне релаксации первой реакцией — внутренним и будем отмечать их и соответствующие безразмерные независимые переменные индексами 0 и i соответственно. Как видно из предыдущего, внешнее решение можно найти независимо от внутреннего. Последнее же находится из условия сращивания с внешним.

Введем новую безразмерную переменную

$$\xi = r - \frac{1}{\Delta}\int\limits_a^t V_H(\tau)\,d\tau$$

связанную с промежуточной ударной волной.

Перепишем (1.2) в новых переменных

$$(3.6)\qquad \frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\left[(\varepsilon m_0 v - \varepsilon_a{}^2\gamma_{f0})\frac{\partial v}{\partial\xi} - \Delta\frac{\partial v}{\partial t} + V_H(t_0)\frac{\partial v}{\partial\xi}\right] +$$

$$+ (L\lambda_1 + L\lambda_2)\frac{\partial}{\partial\xi}\left[(\varepsilon m_0 v - \varepsilon_a{}^2\gamma_1)\frac{\partial v}{\partial\xi} - \Delta\frac{\partial v}{\partial t} + V_H(t_0)\frac{\partial v}{\partial\xi}\right] +$$

$$+ L^2\lambda_1\lambda_2\left[(\dot\varepsilon m_0 v - \varepsilon_a{}^2\gamma_{e0})\frac{\partial v}{\partial\xi} - \Delta\frac{\partial v}{\partial t} + V_H(t_0)\frac{\partial v}{\partial\xi}\right] = 0$$

Условие сращивания внешнего и внутреннего решений гласит

$$(3.7)\qquad v_i(\xi_i, t_i) = v_H(t) \quad \text{при } \xi_i \to \infty$$

Поскольку $v_H = v_H(t_0)$, отсюда следует, что решение во внутренней области имеет вид

$$v_i = v_i(\xi_i, t_0)$$

Тогда, полагая в (3.6) $L = 1 / \lambda_1$ и отбрасывая члены высшего порядка малости, для определения v_i получим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial\xi_i}\left[\left(m_0\varepsilon v_i - \varepsilon_a^2\gamma_{f0} + \varepsilon_a^2\gamma_1 - \frac{\varepsilon m_0 v_H}{2}\right)\frac{\partial v_i}{\partial\xi_i}\right] + \\ + \left(m_0\varepsilon v_i - \frac{\varepsilon m_0 v_i}{2}\right)\frac{\partial v_i}{\partial\xi_i} = 0$$

Оно полностью аналогично уравнению, описывающему структуру стационарной ударной волны в газе с единственной химической реакцией, но содержит зависящий от времени t_0 член $v_H(t_0)$. Из (2.2) видно, что решение этого уравнения действительно удовлетворяет условию сращивания (3.7).

В соответствии с неравенством (2.3) при $^1/_2\, \varepsilon\, m_0 v_H + \varepsilon_a^2 \times (\gamma_{f0} - - \gamma_1) < 0$ (> 0) внутреннее решение — волна с полной (с частичной) дисперсией.

Окончательно заключаем, что поле течения разбивается на две области. Во внешней области первая реакция полностью равновесна и решение здесь определяется медленной реакцией. Во внутренней области течение носит квазистационарный характер: в любой момент времени его решение имеет тот же вид, что и стационарное, но параметры, входящие в него, зависят от времени t_0. Здесь вторая реакция заморожена.

Если в пределе $t_0 \to \infty$ внешнее решение — стационарная бегущая волна с частичной дисперсией и значение v_H на ее фронте удовлетворяет условию $l_2 \ll 1$, приведенное рассмотрение справедливо для всех t_0 и полное решение при $t_0 \to \infty$ — стационарная бегущая волна. Видно, что область установившегося течения также можно разбить на две зоны, в которых реакции протекают независимо в смысле, принятом выше.

В случае, когда значение v_H на промежуточной ударной волне становится настолько малым, что условие $l_2 \ll 1$ перестает быть справедливым, приведенное рассмотрение непригодно: в поле течения появляется область, где существенно взаимодействие реакций.

Получим уравнение, которому подчиняется величина скорости газа в этой области. Из (3.5) следует, что в исходных размерных координатах скорость ее движения близка к α_1. В соответствии с этим положим в (1.2) $\gamma_1 = 0$. Поскольку v мала, то, пренебрегая в (1.2) младшими членами, находим

$$-\varepsilon_a^2\gamma_{f0}\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + L\lambda_1\left(\varepsilon m_0 v\frac{\partial v}{\partial r} - \Delta\frac{\partial v}{\partial t}\right) - L^2\lambda_1\lambda_2\varepsilon_a^2\gamma_{e0}v = 0$$

Характер поведения параметров смеси в области взаимодействия можно изучить, лишь решая полную задачу о поршне. Однако последнее уравнение дает возможность получить качественное представление о формировании стационарной бегущей волны в случае, когда для больших значений t_0 условие $l_2 \ll 1$ перестает быть справедливым. Если скорость распространения стационарного решения во внешней области близка к α_1, то влияние области взаимодействия, распространяющейся со скоростью α_1, существенно и, по крайней мере, на своем «хвосте» установившаяся стационарная бегущая волна полной задачи о поршне определяется обеими реакциями. В том же случае, когда скорость распространения стационарного решения во внешней области не близка к промежуточной скорости звука α_1 и меньше ее по величине, волновые пакеты внешней области и области взаимодействия реакций расходятся в пространстве. Решение в области взаимодействия реакций с течением времени затухает по экспоненциальному закону, в то время как во внешней области оно выходит на стационарное решение. В установившейся стационарной бегущей волне первая реакция полностью равновесна. Из результатов п. 2 следует, что в стационарном уравнении, описывающем такую волну, величина $\gamma_1 < 0$.

На фигуре наряду с численным решением полной задачи (1.1), (3.1), (3.2) приведены для сравнения асимптотические решения, изображенные штриховой линией.

4. Структура ударной волны в случае произвольного числа химических реакций. Приведенное рассмотрение можно по аналогии перенести на газовые смеси, в которых протекает произвольное число N химических реакций. Обобщим на этот случай выводы о стационарных решениях задачи (1.1), (2.1).

Если $\gamma_{f0} \geqslant 0$, течение можно разбить на N зон. Решение в k-й зоне определяется k-й реакцией. Первые $k-1$ реакции в этой зоне равновесны, а реакции с номерами $k+1, \ldots, N$ заморожены. Величины v и q_k здесь определяются из уравнений

$$2(\varepsilon m_0 v - \varepsilon_a{}^2 \gamma_{N-k+1}) \frac{dv}{dr} = l \varepsilon_a{}^2 \frac{dq_k}{dr} \tag{4.1}$$

$$\frac{dq_k}{dr} = -\frac{\lambda_k q_k - e_k v}{\lambda_k}$$

В качестве начальных условий для интегрирования этой системы берутся

$$v|_{r=0} = \frac{2\varepsilon_a{}^2 \gamma_{N-k+1}}{\varepsilon m_0}, \quad q_k|_{r=0} = 0 \tag{4.2}$$

Вспоминая предельные выражения для промежуточных скоростей звука, отсюда и их равенства (2.2), находим, что

$$v = \frac{2\varepsilon_a{}^2 \gamma_{N-k}}{\varepsilon m_0}, \quad r = \infty \tag{4.3}$$

Из (4.2) и (4.3) вытекает, что принцип сращивания в построенном решении выполняется.

Пусть в уравнении (2.1) $\gamma_{f0} < 0$. В этом случае в силу отмеченного в п. 1 свойства монотонности промежуточных скоростей звука существует такое $k \geqslant 1$, что

$$\gamma_{N-k+1} \leqslant 0, \quad \gamma_i > 0, \qquad i < N - k + 1 \tag{4.4}$$

Если все величины $|\gamma_i| \sim 1$ (это условие, очевидно, означает, что скорость распространения волны не близка ни к какой промежуточной скорости звука), первые $k-1$ реакций можно считать полностью равновесными. Область течения распадается на $N-k+1$ зон. Решение в первой зоне определяется протеканием k-й реакции и описывается уравнением (4.1), но, поскольку в соответствии с (4.4) $\gamma_{N-k+1} < 0$, здесь имеем дело с полностью диспергированной волной. Поэтому начальные значения для интегрирования (4.1) следует выбрать из условия стремления величин v, q_k и их производных к нулю при $r \to -\infty$. Решения в остальных зонах, как это следует из (4.4), определяются аналогично рассмотренному уже случаю волны с частичной дисперсией.

Особая природа промежуточных скоростей звука выявляется, когда некоторая величина $|\gamma_{N-k}| \ll 1$. Последнее условие означает близость скорости распространения стационарного решения к промежуточной скорости α_{N-k}. В такой волне равновесно протекает $k-1$ первых реакций. Область течения можно разбить на $N-k$ зон. В первой зоне течение представляет волну с полной дисперсией, но здесь реакции с номерами k и $k+1$ нельзя рассматривать независимо. Течение в этой области описывается уравнениями

$$2(\varepsilon m_0 v - \varepsilon_a^2 \gamma_{N-k+1}) \frac{dv}{dr} = l\varepsilon_a^2 \left(e_k \frac{dq_k}{dr} + e_{k+1} \frac{dq_{k+1}}{dr} \right)$$

$$\frac{dq_k}{dr} = -L(\lambda_k q_k - e_k v), \quad \frac{dq_{k+1}}{dr} = -L(\lambda_{k+1} q_{k+1} - e_{k+1} v)$$

Рассмотрение остальных зон повторяет случай волны с полной дисперсией.

Естественно, что все выводы относительно стационарных решений, сделанные при изучении задачи о поршне, можно получить непосредственно из стационарных уравнений (1.1), (1.2) с краевыми условиями (2.3). Однако такой анализ не является целью данной работы.

Автор благодарен О. С. Рыжову, советы которого были определяющими для всей этой работы.

Поступила 16 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Де Гроот С., Мазур П.* Неравновесная термодинамика. М., «Мир», 1964.
2. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
3. *Ни А. Л., Рыжов О. С.* Нелинейное распространение волн в средах с произвольным количеством химических реакций. ПММ, 1976, т. 40, вып. 4.
4. *Ни А. Л., Рыжов О. С.* О скоростях звука в многокомпонентных химически активных газовых смесях. Вестн. ЛГУ, 1976, № 13, вып. 3.
5. *Ни А. Л., Рыжов О. С.* Предельные выражения для промежуточных скоростей звука в неравновесных течениях с произвольным числом химических реакций. ПММ, 1977, т. 41, вып. 1.
6. *Ван-Дайк М.* Методы возмущений в механике жидкости. М., «Мир», 1967.
7. *Рыжов О. С.* О собственно трансзвуковом режиме в течениях реагирующей смеси. В сб.: Проблемы прикладной математики и механики. М., «Наука», 1971.
8. *Ockendon H., Spence D. A.* Non-linear wave propagation in a relaxing gas. J. Fluid Mech., 1969, vol. 39, pt 2.