

НЕРЕГУЛЯРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВИЖУЩЕЙСЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ТАНГЕНЦИАЛЬНЫМ РАЗРЫВОМ

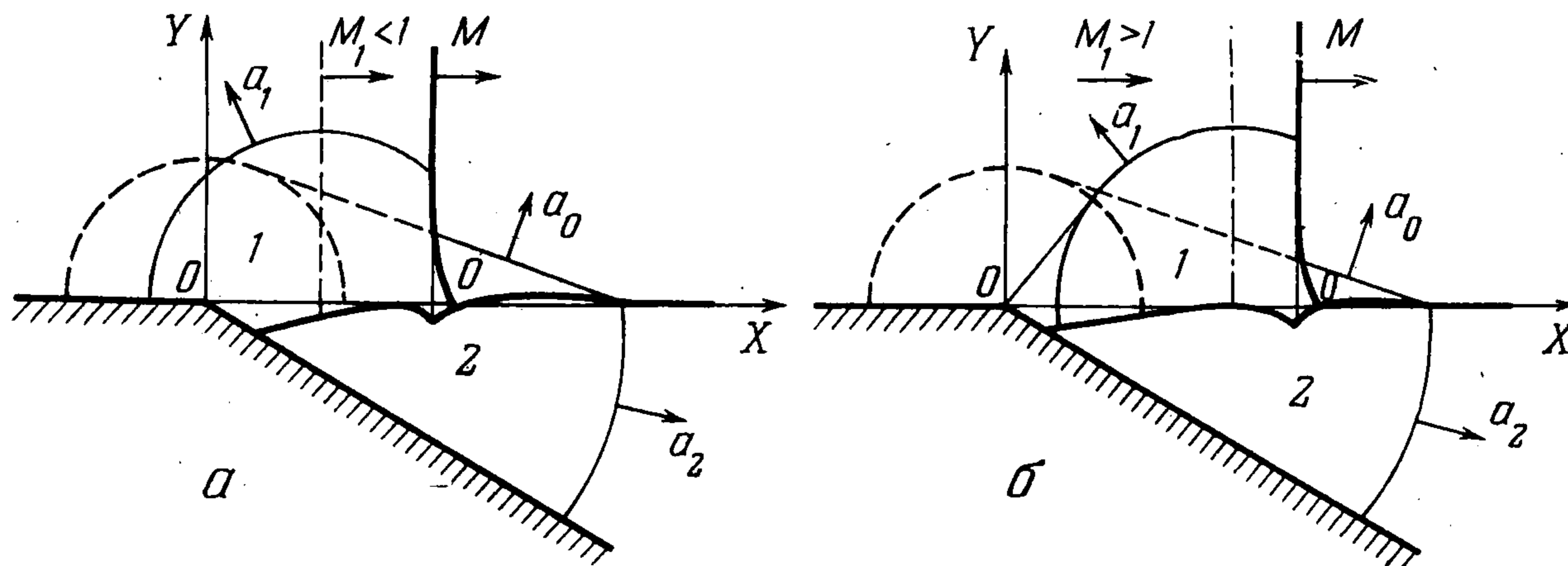
К. А. Бежанов

(Москва)

В линейной постановке исследуется нерегулярное взаимодействие движущейся ударной волны с поверхностью раздела между газом и сжимаемой жидкостью, занимающую часть нижнего полупространства, ограниченного прямолинейной наклонной стенкой.]

В работе [1] рассматривалась задача взаимодействия в случае, когда ударная волна в газе обгоняет слабые возмущения в жидкости и поток за ударной волной дозвуковой.

1. Постановка задачи. Фронт плоской ударной волны движется по ровной стенке с постоянной скоростью V и в момент времени $t = 0$ выходит на свободную поверхность сжимаемой жидкости; исследуется течение в газе и в жидкости при $t > 0$. Рассматриваемая задача автомодельна, исследуется в линейной постановке из-за большой скорости движения



фронта ударной волны и малости параметра $\varepsilon = R_1 / R_2$ (R_1 — плотность газа за ударной волной, R_2 — плотность жидкости) и распадается на три отдельные задачи, которые решаются в следующей последовательности:

а) Задача о движении жидкости под действием невозмущенного давления P за ударной волной в газе, решение которой позволяет определить форму возмущенного тангенциального разрыва $y = \varepsilon f(x)$, где

$$(1.1) \quad x = X / (a_2 t), \quad y = Y / (a_2 t)$$

— автомодельные координаты (фигура).

б) Когда слабые возмущения в жидкости распространяются быстрее ударной волны в газе, впереди ударной волны имеется область возму-

щенного течения, параметры которого определяются по возмущению тангенциального разрыва и в линейной постановке не зависят от течения газа за ударной волной.

в) В области дифракции течение определится по известной форме тангенциального разрыва и параметрам течения в газе, граничащих с областью дифракции.

В каждой из перечисленных областей возмущение давления удовлетворяет волновому уравнению

$$(1.2) \quad p_{xx} + p_{yy} - a_i^2 p_{tt} = 0 \quad (i = 0, 1, 2)$$

причем за ударной волной в системе координат, движущейся со скоростью потока V_1 за ударной волной, a_i — скорость звука, i — индекс, обозначающий область течения (фигура).

Учитывая большое количество параметров и тот факт, что перечисленные задачи решаются в строгой последовательности, индекс у безразмерных параметров в основном опускается.

2. Решение задачи в жидкости. При $V \leq a_2$ область возмущенного течения в жидкости ограничена наклонной стенкой, дугой окружности Маха с центром в точке излома стенки и тангенциальным разрывом. После перехода к автомодельным координатам (1.1), а далее к полярным и применения преобразования Чаплыгина

$$(2.1) \quad r = \frac{2\rho}{1 + \rho^2}, \quad \theta = \arctg \frac{y}{x}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

уравнение (1.2) переходит в уравнение Лапласа в области $\{\rho < 1, -\beta < \theta < 0\}$. Тогда давление можно представить как действительную часть аналитической функции

$$(2.2) \quad \Phi(\zeta) = p + i\varphi, \quad \zeta = \xi + i\eta = \rho \exp i\theta$$

где φ — гармоническая функция, сопряженная с p .

Как и в теории конических течений [2], можно получить следующее выражение для комплексной скорости $W = u + iv$:

$$(2.3) \quad W = \frac{1}{2} \int \zeta d\Phi + \frac{1}{\zeta} d\Phi, \quad u \rightarrow \frac{u}{a_2}, \quad v \rightarrow \frac{v}{a_2}$$

(стрелки здесь и в дальнейшем означают равенство с точностью до обозначения). Тогда краевые условия для функции $\Phi(\zeta)$ имеют вид

$$p = \begin{cases} \vartheta(\xi_0 - \xi) P, & 0 < \xi < 1, & \eta = 0, \\ 0, & -\beta < \theta < 0, & \rho = 1, \end{cases} \quad \xi_0 = \frac{1 - \sqrt{1 - x_0^2}}{x_0}$$

$$\varphi = 0, \quad 0 < \rho < 1, \quad \theta = -\beta, \quad p \rightarrow p/a_2^2 R_2$$

(ϑ — единичная функция Хевисайда, $x_0 = V/a_2$ — точка разрыва давления).

Отобразив конформно сектор $\{\rho < 1, -\beta < \theta < 0\}$ плоскости ζ на верхнюю полуплоскость плоскости $\omega = \tau + i\sigma$, $\alpha = \pi/\beta$

$$(2.4) \quad \omega = \left(\frac{1 - \zeta^\alpha}{1 + \zeta^\alpha} \right)^2, \quad (\zeta^\alpha = \xi^\alpha \text{ при } \zeta = \xi > 0)$$

и сделав замену $\Phi(\omega) = \sqrt{1-\omega} \Phi_1(\omega)$ ($\sqrt{1-\omega} = 1$ при $\omega = 0$), получим задачу Дирихле для функции

$$p_1 = \frac{\vartheta[(1-\tau)(\tau-\tau_0)]}{\sqrt{1-\tau}} P, \quad -\infty < \tau < \infty, \quad \tau_0 = \left(\frac{1-\xi_0^\alpha}{1+\xi_0^\alpha}\right)^2$$

Представив решение этой задачи через интеграл Шварца [3], найдем аналитическую функцию

$$(2.5) \quad \Phi(\omega) = \frac{iP}{\pi} \ln \frac{\sqrt{1-\omega} - \sqrt{1-\tau_0}}{\sqrt{1-\omega} + \sqrt{1-\tau_0}} \quad (\operatorname{Re} \Phi(\omega) = 0 \text{ при } \omega = \tau < \tau_0)$$

Распределение вертикальной составляющей скорости на поверхности раздела определим из (2.3) — (2.5)

$$(2.6) \quad v = \int_x^1 \frac{\sqrt{1-s}}{s} d\varphi, \quad x = \frac{2\xi}{1+\xi^2}$$

$$\varphi = \frac{P}{\pi} \ln \frac{|\sqrt{\xi_0^\alpha} (1+\xi^\alpha) - (1+\xi_0^\alpha) \sqrt{\xi^\alpha}|}{\sqrt{\xi_0^\alpha} (1+\xi^\alpha) + (1+\xi_0^\alpha) \sqrt{\xi^\alpha}}$$

Форма тангенциального разрыва определится из решения дифференциального уравнения

$$(2.7) \quad xf'(x) - f(x) = -v(x), \quad f(1) = 0$$

которое получается из условия кинематической совместности на поверхности раздела. Из (2.7) следует, что $f'(1) = 0$, т. е. волна окружности Маха не нарушает гладкости поверхности раздела в точке $x = 1$.

В ряде случаев распределение вертикальной составляющей скорости на поверхности раздела и форму тангенциального разрыва можно получить в явном виде. Например

$$v = \frac{P}{\pi x_0} \left[2 \operatorname{arctg} \frac{x}{x_0 \sqrt{1-x^2}} - \sqrt{1-x_0^2} \ln \frac{|x^2-x_0^2|}{(x_0 \sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-x_0^2} x)^2} - \pi \right]$$

$$f(x) = \frac{2P}{\pi x_0} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{x}{x_0 \sqrt{1-x^2}} + \frac{2-x_0^2}{x_0} x \ln \frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x} + \frac{\sqrt{1-x_0^2}}{2x_0} \left[(x-x_0) \ln |x^2-x_0^2| + 2 \ln (x_0 \sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-x_0^2} x) - 2x \ln \frac{(\sqrt{1-x_0^2} + \sqrt{1-x^2})(x_0^2 + (1-x_0^2)x^2)}{1 + \sqrt{1-x_0^2} \sqrt{1-x^2}} \right] - \frac{\pi}{2} \right\}$$

при $x_0 \leq 1$ и $\beta = \pi/4$.

В дальнейшем решение задачи в газе выразится через вторую производную функции, задающей форму тангенциального разрыва, которая для всех параметров β и x_0 представляется в явном виде из (2.6) и (2.7). При $x = x_0 < 1$ функция v , как и в случае несжимаемой жидкости, имеет логарифмическую особенность, а $f(x)$ — угловую точку, при $x_0 \geq 1$ особенность исчезает. Исследование течения несжимаемой жидкости вблизи точки разрыва давления в нелинейной постановке показывает, что возмущенная

поверхность раздела имеет спиралевидную форму [4,5]. Всегда имеет место отход поверхности раздела от точки излома стенки.

При $V > a_2$ из точки пересечения ударной волны с тангенциальным разрывом исходит слабая волна, которая касается дуги окружности Маха. В области, ограниченной слабой волной, дугой окружности Маха и поверхностью раздела, имеет место течение с постоянными параметрами, которое определяется из соотношений на слабой волне. Форма поверхности раздела в этой области согласно (2.7) есть наклонная прямая, которая в точке $x = 1$ гладко сопрягается с формой поверхности раздела, найденной для $x < 1$.

3. Определение течений газа вне области дифракции. При определении течения газа в зонах, примыкающих к области дифракции, применяется функционально-инвариантный метод Смирнова и Соболева [6].

Возмущенная область впереди ударной волны ограничена головной волной Маха, исходящей из точки $x = k^{-1}$ под углом $\pi - \arcsin k$ к невозмущенному тангенциальному разрыву, $k = a_0 / a_2$. Уравнение (1.2) после перехода к автомодельным переменным $x = X / (a_0 t)$, $y = Y / (a_0 t)$, а далее к полярным координатам и применения преобразования

$$(3.1) \quad \mu = \arccos r^{-1}, \quad r > 1$$

переходит в волновое уравнение

$$(3.2) \quad p_{\mu\mu} - p_{\theta\theta} = 0, \quad p^\circ \rightarrow p^\circ / (a_0^2 R_0)$$

Условие равенства вертикальной составляющей скорости жидкости и газа на поверхности раздела с использованием линеаризованного уравнения движения имеет вид (скорость v известна из (2.6))

$$(3.3) \quad p_{\theta}^\circ(r, 0) = r^2 v'(kr)$$

Характеристики уравнения (3.2) касаются окружности Маха $r = 1$, и так как возмущения не могут распространяться вперед по потоку, решение задачи (3.2), (3.3) имеет вид

$$(3.4) \quad p^\circ = \int_{\mu_0}^{\mu+\theta} v'(k \sec s) \sec^2 s ds, \quad \mu_0 = \arccos k$$

В рассматриваемой области течение безвихревое, поэтому уравнение для вертикальной составляющей скорости v° удовлетворяет уравнению, аналогичному (3.2), а условие равенства вертикальной составляющей скорости жидкости и газа на поверхности раздела позволяет определить v° во всей области возмущенного течения

$$(3.5) \quad v^\circ = v \left(\frac{kr}{\cos \theta - \sqrt{r^2 - 1} \sin \theta} \right), \quad v^\circ \rightarrow \frac{v^\circ}{a_0}$$

Линеаризованное уравнение движения в полярных координатах позволяет определить горизонтальную составляющую скорости ($r(\theta)$ — уравнение головной волны Маха)

$$(3.6) \quad u^\circ = \int_{r(\theta)}^r v' \left(\frac{ks}{\cos \theta - \sqrt{s^2 - 1} \sin \theta} \right) \frac{ds}{(\cos \theta - \sqrt{s^2 - 1} \sin \theta) \sqrt{s^2 - 1}}$$

$$r(\theta) = k^{-1} \cos \mu_0 \sec(\theta - \mu_0), \quad u^\circ \rightarrow u^\circ / a_0$$

Когда поток за ударной волной сверхзвуковой, точка излома стенки лежит вне области дифракции и существует дополнительная область возмущенного течения, ограниченная тангенциальным разрывом, характеристикой, исходящей из точки излома стенки, и дугой окружности Маха, центр которой движется со скоростью V_1 . Уравнение (1.2) после перехода к автомодельным координатам

$$(3.7) \quad x = (X - V_1 t) / (a_1 t), \quad y = Y / (a_1 t)$$

и применения преобразования (3.1) перейдет в уравнение (3.2). Вместе с граничным условием

$$p_\theta(r, \pi) = r^3 f''(M_1 - r), \quad p \rightarrow p / (a_1^2 R_1), \quad M_1 = V_1 / a_1$$

оно позволяет определить давление

$$(3.8) \quad p = \int_{\mu_1 - \pi}^{\mu - \theta} f''(\sec s + M_1) \sec^3 s \, ds, \quad \mu_1 = \arccos M_1^{-1}$$

4. Формулировка краевых условий в области дифракции. Область дифракции в газе ограничена ударной волной, дугой окружности Маха, при $M_1 > 1$ тангенциальным разрывом, а при $M_1 < 1$ твердой стенкой и тангенциальным разрывом.

При $M_1 < 1$ в окрестности точки излома стенки существует зона нелинейного течения. Она появляется из-за отхода поверхности раздела от точки излома стенки и может быть заменена действием диполя. Математически это выражается в наличии у второй производной границы двух дельта-функций с конечными плотностями разных знаков

$$-\operatorname{tg} \beta \delta(x + M_1) + (\operatorname{tg} \beta + O(\varepsilon)) \delta(x + M_1 + O(\varepsilon))$$

которые при $\varepsilon \rightarrow 0$ определяют диполь с плотностью момента $\varepsilon \operatorname{tg} \beta$ [7]. Тогда граничное условие на твердой стенке и тангенциальном разрыве имеет вид (x_1 — абсцисса точки пересечения поверхности раздела с наклонной стенкой)

$$(4.1) \quad p_y(x, 0) = \vartheta(1 - M_1) \varepsilon \operatorname{tg} \beta M_1 \delta'(x + M_1) - \\ - [\vartheta(1 - M_1) \vartheta(x - x_1) + \vartheta(M_1 - 1)] x^2 f''(x + M_1)$$

Граничное условие на дуге окружности Маха $\{r = 1, \theta_1 < \theta < \pi\}$ с использованием формулы замены переменной у производной дельта-функции [8] получим из (3.8) (γ — отношение теплоемкостей)

$$p_\theta(1, \theta) = \vartheta(M_1 - 1) [v_1 \delta'(\theta - \theta_2) + v_2 \delta(\theta - \theta_2) - \\ - \vartheta(\theta - \theta_2) \sec^3 \theta f''(\sec \theta + M_1)]$$

$$\theta_1 = \arccos(m_1 m^{-1}), \quad \theta_2 = \pi - \mu_1, \quad m_1 = \sqrt{1 - m^2}, \quad M = V/a_0 \\ m = \sqrt{\frac{2 - (1 - \gamma) M^2}{2\gamma M^2 + 1 - \gamma}}, \quad v_1 = \frac{\varepsilon \operatorname{tg} \beta M_1}{M_1^2 - 1}, \quad v_2 = \frac{M_1^2 - 2}{\sqrt{M_1^2 - 1}} v_1$$

Здесь, как и в (4.1), зона нелинейного течения заменяется действием диполя.

Граничное условие на ударной волне $\{x = m, 0 < y < m_1\}$ имеет вид

$$(4.2) \quad \begin{aligned} m_1^2 p_x + [mBy^{-1} - (m + A)y]p_y &= \vartheta(y_0 - y)F(y) \\ F(y) &= (Cy + Ey^{-1})p_y^\circ + (Dy + Gy^{-1})v_x^\circ - \lambda^{-1}my\vartheta_y^\circ \end{aligned}$$

Правая часть (4.2) определится из (3.4) и (3.5)

$$\begin{aligned} p_y^\circ &= [y + Mkn(y)](M^2 + \lambda^2 y^2)K(y), \quad n(y) = \sqrt{M^2 - 1 + \lambda^2 y^2} \\ v_x^\circ &= [n(y)(M^2 - \lambda^2 y^2) + M\lambda y(M^2 - 2 - \lambda^2 y)]K(y) \\ v_y^\circ &= [2M\lambda yn(y) + \lambda^2 y^2 + M^2(\sqrt{M^2 + \lambda^2 y^2} - 1)]K(y) \\ K(y) &= \frac{\lambda k}{n(y)[M - \lambda yn(y)]^2} v' \left[\frac{k(M^2 + \lambda^2 y^2)}{M - \lambda yn(y)} \right] \\ A &= \frac{M^2 + 1}{2mM}, \quad B = \frac{\gamma + 1}{2} \frac{M^2 - 1}{(\gamma - 1)M^2 + 2}, \quad C = A - \frac{\gamma - 1}{2} M_1, \\ D &= \frac{\gamma + 1}{2} \frac{M}{1 - M^2} \\ E &= (M^2 + 1 - m\lambda M) \frac{m}{\lambda^2}, \quad G = (m\lambda - 2M) \frac{m}{\lambda^2}, \\ y_0 &= \frac{1 - kM}{k\lambda \sqrt{\lambda^2 - 1}}, \quad \lambda = \frac{a_1}{a_0} \end{aligned}$$

5. Сведение к краевой задаче для верхней полуплоскости. Уравнение (1.2) после перехода к автомодельным координатам (3.7), а далее к полярным и применения преобразования (2.1) перейдет в уравнение Лапласа в плоскости ζ . Области дифракции соответствует криволинейный треугольник, ограниченный дугой окружности $\{2\rho \cos \theta = m(1 + \rho^2), 0 < \theta < \theta_1\}$ радиуса $m_1 m^{-1}$ с центром в точке m^{-1} , дугой окружности $\{\rho = 1, \theta_1 < \theta < \pi\}$ и отрезком действительной оси $\{-1 < \xi < (1 - m_1)m^{-1}, \eta = 0\}$.

Граничное условие для нормальной и касательной составляющих производных давления имеет вид (n — внутренняя нормаль)

$$\begin{aligned} ap_n + bp_s &= c \\ a = 1, \quad b &= b(\theta), \quad c = F_1(\theta), \quad 0 < \theta < \theta_1 \\ a = 0, \quad b &= 1, \quad c = F_2(\theta), \quad \theta_1 < \theta < \pi \\ a = 1, \quad b &= 0, \quad c = F_3(\xi), \quad -1 < \xi < (1 - m_1)m^{-1} \\ F_1(\theta) &= \vartheta(\theta - \theta_0) \frac{m \sec \theta}{m_1 \rho} F(m \operatorname{tg} \theta), \quad b(\theta) = \frac{B \operatorname{ctg} \theta - mA \operatorname{tg} \theta}{\sqrt{1 - m^2 \sec^2 \theta}} \\ F_2(\theta) &= \vartheta(M_1 - 1)[v_1 \delta'(\theta - \theta_2) + v_2 \delta(\theta - \theta_2) - \\ &\quad - \vartheta(\theta - \theta_2) \sec^3 \theta f''(\sec \theta + M_1)] \\ F_3(\xi) &= \vartheta(1 - M_1) \left\{ v_3 \delta'(\xi - \xi_2) + v_4 \delta(\xi - \xi_2) - \right. \\ &\quad \left. - [\vartheta(1 - M_1) \vartheta(\xi - \xi_1) + \vartheta(M_1 - 1)] \frac{8\xi^2}{(1 + \xi^2)^3} f''\left(\frac{2\xi}{1 + \xi^2} + M_1\right) \right\} \\ \theta_0 &= \operatorname{arctg} \frac{y_0}{m}, \quad \xi_1 = \frac{1 - \sqrt{1 - x_1^2}}{x_1}, \quad \xi_2 = \frac{\sqrt{1 - M_1^2} - 1}{M_1} \\ v_3 &= \frac{\varepsilon 2 \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{1 - M_1^2}} \frac{\xi_2^2}{\xi_2^2 - 1}, \quad v_4 = \varepsilon \operatorname{tg} \beta \xi_2 \frac{1 + \xi_2^4}{(1 - \xi_2^2)^3} \end{aligned}$$

Отобразим область, ограниченную криволинейным треугольником плоскости ζ на верхнюю полуплоскость плоскости $\omega = \tau + i\sigma$

$$w = \zeta_1^0 \left(i - \frac{2m_1}{\zeta - \zeta_1} \right), \quad \omega = \frac{1}{2} \left(w^2 + \frac{1}{w^2} \right), \quad \zeta_1 = m + im_1$$

Введем функцию $\Gamma(\omega) = p_\sigma + ip_\tau$, регулярную в верхней [полуплоскости]. Тогда получим следующую задачу Гильберта в классе обобщенных функций [9,10]:

$$[\vartheta(1 - \tau^2) + \vartheta(\tau - 1) \sqrt{\tau - 1}] p_\sigma + [\vartheta(-\tau - 1) - \vartheta(\tau - 1) \times (N\tau - L)] p_\tau = c(\tau), \quad -\infty < \tau < \infty$$

$$c(\tau) = \vartheta(-\tau - 1) c_1(\tau) + \vartheta(1 - \tau^2) c_2(\tau) - \vartheta(\tau - 1) c_3(\tau)$$

$$c_1(\tau) = \frac{\vartheta(M_1 - 1) [v_5 \delta'(\tau - \tau_1) + v_2 \delta(\tau - \tau_1)] - \vartheta(M_1 - 1) \vartheta(\tau - \tau_1) \Lambda(\tau)}{\sqrt{\tau^2 - 1} (\sqrt{-\tau + \sqrt{\tau^2 - 1}} + \sqrt{-\tau - \sqrt{\tau^2 - 1}} - 2m)}$$

$$c_2(\tau) = \frac{\vartheta(1 - M_1) [v_6 \delta'(\tau - \tau_2) + v_4 \delta(\tau - \tau_2)] - \frac{m_1}{\sqrt{2}} \frac{\vartheta(1 - M_1) \vartheta(\tau - \tau_3) + \vartheta(M_1 - 1)}{\sqrt{1 - \tau^2} (\sqrt{2m} - \sqrt{1 - \tau})} \Lambda(\tau)}{\sqrt{2}}$$

$$c_3(\tau) = \frac{\vartheta(\tau_4 - \tau)}{2(\tau + 1)} \sqrt{\sqrt{\tau + 1} - \sqrt{\tau - 1}} F \left(m_1 \sqrt{\frac{\tau - 1}{\tau + 1}} \right)$$

$$\Lambda(\tau) = q^3(\tau) f''(q(\tau) + M_1), \quad q(\tau) = \frac{\sqrt{2m} - \sqrt{1 - \tau}}{\sqrt{2} - m \sqrt{1 - \tau}}$$

$$N, L = \frac{m_1^2 A \mp mB}{\sqrt{2} m_1^2}, \quad \tau_1 = 1 - \frac{2M^2}{(1 - m)^2 M^2}$$

$$\tau_2 = 1 - \frac{2M^2}{(1 + mM_1)^2}, \quad \tau_3 = 1 - 2 \left(\frac{m - x_1}{1 - mx_1} \right)^2, \quad \tau_4 = \frac{m_1^2 + y_0^2}{m_1^2 - y_0^2}$$

$$v_5 = \frac{\sqrt{\tau_1^2 - 1} (\sqrt{-\tau_1 + \sqrt{\tau_1^2 - 1}} + \sqrt{-\tau_1 - \sqrt{\tau_1^2 - 1}} - 2m) \frac{v_1}{m_1}}{\sqrt{2}}$$

$$v_6 = \frac{\sqrt{2(1 - \tau_2^2)} (\sqrt{2} + m_1 \sqrt{1 + \tau_2} - m \sqrt{1 - \tau_2}) \frac{v_3}{m_1}}{\sqrt{2}}$$

Замена $\Gamma_1^+(\omega) = \sqrt{\omega^2 - 1} \Gamma(\omega)$ ($\sqrt{\omega^2 - 1} = \sqrt{\tau^2 - 1}$ при $\omega = \tau > 1$), $\Gamma_1^+(\omega) = p_\sigma^1 + ip_\tau^1$ позволяет перейти к задаче Гильберта с непрерывными коэффициентами

$$\vartheta(\tau - 1) \sqrt{\tau - 1} p_\sigma^1 + (N\tau - L) p_\tau^1 = d(\tau), \quad -\infty < \tau < \infty$$

$$d(\tau) = \vartheta(1 - \tau^2) \sqrt{1 - \tau^2} c_2(\tau) + \sqrt{\tau^2 - 1} [\vartheta(\tau - 1) c_3(\tau) - \vartheta(-\tau - 1)(N\tau - L) c_1(\tau)]$$

Соответствующая задача Римана имеет вид [11,12]

$$\Gamma_1^+(\tau) = G(\tau) \Gamma_1^-(\tau) + g(\tau), \quad \Gamma_1^+(\omega) = \overline{\Gamma_1^-(\bar{\omega})}, \quad -\infty < \tau < \infty$$

$$G(\tau) = \frac{N\tau - L - i\vartheta(\tau - 1) \sqrt{\tau - 1}}{N\tau - L + i\vartheta(\tau - 1) \sqrt{\tau - 1}}$$

$$g(\tau) = \frac{i2d(\tau)}{N\tau - L + i\vartheta(\tau - 1) \sqrt{\tau - 1}}$$

В числителе и знаменателе выражения $G(\tau)$ можно опустить $\vartheta(\tau - 1)$, если представить $G(\tau)$ в виде отношения крайних значений канонических

функций однородной задачи $Z^+(\tau) / Z^-(\tau)$, регулярных в верхней D^+ и нижней D^- полуплоскости, где

$$Z^\pm(\omega) = \frac{1}{N\omega - L \pm i\sqrt{\omega-1}} \quad (\sqrt{\omega-1} = \sqrt{\tau-1} \text{ при } \omega = \tau > 1)$$

так как при $\omega \in D^\pm$ имеем $\sqrt{\omega-1} = \pm i\sqrt{1-\tau}$, $\omega = \tau < 1$. Регулярность канонических функций $Z^\pm(\omega)$ в D^\pm следует из необращения в нуль знаменателя $Z^\pm(\omega)$.

Окончательно решение имеет вид

$$\begin{aligned} \Gamma(\omega) = & \frac{Z^+(\omega)}{\pi \sqrt{\omega^2-1}} \left\{ \vartheta(M_1-1) \left[v_5 \frac{d}{ds} \frac{\sqrt{s^2-1} (Ns-L-\sqrt{1-s})}{s-\omega} \right]_{s=\tau_1} - \right. \\ & - \frac{v_2 \sqrt{\tau_1^2-1} (N\tau_1-L-\sqrt{1-\tau_1})}{\tau_1-\omega} + \\ & + \int_{\tau_1}^{-1} \frac{(Ns-L-\sqrt{1-s}) \Lambda(s)}{\sqrt{-s+\sqrt{s^2-1}} + \sqrt{-s-\sqrt{s^2-1}} - 2m} \frac{ds}{s-\omega} \left. \right] + \\ & + \vartheta(1-M_1) \left[-v_6 \frac{d}{ds} \frac{\sqrt{1-s^2} (Ns-L-\sqrt{1-s})}{(Ns-L)(s-\omega)} \right]_{s=\tau_2} + \\ & + \frac{v_4 \sqrt{1-\tau_2^2} (N\tau_2-L-\sqrt{1-\tau_2})}{(N\tau_2-L)(\tau_2-\omega)} - \\ & - \frac{m_1}{\sqrt{2}} \int_{\tau_3}^1 \frac{(Ns-L-\sqrt{1-s}) \Lambda(s)}{(Ns-L)(\sqrt{2}m-\sqrt{1-s})} \frac{ds}{s-\omega} \left. \right] + \\ & + \frac{1}{2} \int_1^{\tau_4} \sqrt{\frac{s-1}{s+1}} (\sqrt{s+1} + \sqrt{s-1}) F\left(m_1 \sqrt{\frac{s-1}{s+1}}\right) \frac{ds}{s-\omega} + C_0 \left. \right\} \end{aligned}$$

Здесь C_0 — действительная постоянная, которая определяется из условия ортогональности возмущенного фронта ударной волны $x = m + \varepsilon \psi(y)$ с тангенциальным разрывом $y = \varepsilon f(x + M_1)$ в точке их пересечения.

Давление

$$p = \text{Im} \int \Gamma(\omega) d\omega, \quad p(\infty) = 0$$

имеет полюс в точках действия диполя и логарифмическую особенность в точке пересечения невозмущенного фронта ударной волны с невозмущенным тангенциальным разрывом.

Функция $\psi(y)$ определится из соотношения на ударной волне

$$\begin{aligned} y\psi'(y) - \psi(y) &= H(y), \quad \psi(m_1) = 0, \quad \psi(y) = y \int_{m_1}^y s^{-2} H(s) ds \\ H(y) &= M_1^{-1} \{m^{-1} \vartheta(y_0 - y) [E p^\circ(y) + G u^\circ(y)] - B p(y)\} \end{aligned}$$

При $V < a_2$ функция $H(y)$ имеет в точке $y = 0$ логарифмическую особенность, поэтому и функция $\psi(y)$ имеет логарифмическую особенность в этой точке, при $V \geq a_2$ особенность исчезает. Так как $H(m_1) = 0$, условие гладкости $\psi(y)$ в точке $y = m_1$ выполняется.

Поступила 28 III 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бежанов К. А.* Взаимодействие ударной волны со свободной поверхностью жидкости. *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1961, т. 1, вып. 1.
 2. *Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика, ч. 2. М., Физматгиз, 1963.
 3. *Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.* Методы теории функций комплексного переменного. М., «Наука», 1973.
 4. *Багдоев А. Г.* Проникание ударного давления в несжимаемую жидкость. *Изв. АН АрмССР. Сер. физ., матем.* 1960, т. 13, вып. 6.
 5. *Черноузько Ф. Л.* О движении идеальной жидкости с разрывом давления вдоль границы. *ПММ*, 1962, т. 26, вып. 2.
 6. *Франк Ф., Мизес Р.* Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики, ч. 2. Л. — М., ОНТИ, 1937.
 7. *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. М., «Наука», 1976.
 8. *Гельфанд И. М., Шиллов Г. Е.* Обобщенные функции и действия над ними, вып. 1. М., Физматгиз, 1958.
 9. *Бежанов К. А.* К теории дифракции ударных волн. *ПММ*, 1960, т. 24, вып. 4.
 10. *Рогожин В. С.* Краевая задача Римана в классе обобщенных функций. *Изв. АН СССР. Сер. матем.*, 1964, т. 28, вып. 6.
 11. *Гахов Ф. Д.* Краевые задачи. М., Физматгиз, 1963.
 12. *Мусхелишвили Н. И.* Сингулярные интегральные уравнения. М., «Наука», 1968.
-