

**ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ
В ХИМИЧЕСКИ РАВНОВЕСНОМ ИОНИЗОВАННОМ ГАЗЕ**

С. Н. Казейкин, Г. А. Тирский, Ю. Д. Шевелев

(Москва)

Приводится система уравнений трехмерного ламинарного пограничного слоя в равновесном многокомпонентном газе при наличии реакций ионизации и при условии квазинейтральности, в отсутствие внешних электромагнитных полей и переноса энергии излучением. Предлагается метод интегрирования, основанный на методе последовательных приближений. Коэффициенты переноса и связанные с ними функции, характеризующие переменность физико-химических свойств газа, аппроксимируются поперек пограничного слоя. В первом локально-автомодельном приближении выписываются простые формулы для коэффициентов поверхностного трения и теплообмена. Приводятся примеры расчета обтекания под углом атаки сферически затупленного конуса равновесным частично ионизованным воздухом и сравнение с замороженным случаем.

1. Рассмотрим течение в трехмерном пограничном слое N -компонентного равновесного квазинейтрального газа, в котором происходят N_r независимых реакций, в том числе реакции ионизации. Запишем протекающие в газе реакции аналогично [1] в виде

$$(1.1) \quad A_i = \sum_{j=N_r+1}^N \nu_{ij} A_j - Q_i^*, \quad i=1, 2, \dots, N_r$$

где ν_{ij} — стехиометрические коэффициенты, A_i — химический символ i -компоненты, Q_i^* — молярная теплота i -й реакции. Присвоим электронной компоненте постоянный номер N .

Систему уравнений рассматриваемого многокомпонентного химически равновесного частично ионизованного трехмерного ламинарного пограничного слоя при отсутствии внешних электромагнитных полей и переноса энергии излучением можно представить в виде

$$(1.2) \quad \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho \sqrt{\frac{g}{g_{11}}} u \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\rho \sqrt{\frac{g}{g_{22}}} w \right) + \sqrt{g} \frac{\partial \rho v}{\partial \zeta} = 0$$

$$\rho L c_k^* + \frac{\partial I_k^*}{\partial \zeta} = 0, \quad k = N_r + 1, \dots, N$$

$$Lu + A_1 u^2 + A_2 w^2 + A_3 uw = \frac{A_4}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right)$$

$$Lw + B_1 u^2 + B_2 w^2 + B_3 uw = \frac{B_4}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right), \quad \frac{\partial n}{\partial \zeta} = 0$$

$$\begin{aligned} \rho LH &= \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \frac{\mu}{\sigma'} \left[\frac{\partial H}{\partial \zeta} + (\sigma' - 1) \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{U^2}{2} + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \sum_{k=N_r+1}^{N-2} \left(\frac{\sigma'}{\mu} b_k I_k^* + a_k \frac{\partial c_k^*}{\partial \zeta} \right) \right] \right\} \\ H &= \sum_{j=N_r+1}^N c_{je}^* h_j + \frac{U^2}{2} - \sum_{k=1}^{N_r} c_k Q_k, \quad h_j = \int_0^T c_{pj} dT + h_j^0, \\ Q_k &= \frac{Q_k^*}{m_k} \\ c_j^* &= c_j + \sum_{k=1}^{N_r} \nu_{kj} \frac{m_j}{m_k} c_k, \quad I_j^* = I_j + \sum_{k=1}^{N_r} \nu_{kj} \frac{m_j}{m_k} I_k, \\ &j = N_r + 1, \dots, N \\ L &= \frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial}{\partial \eta} + v \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{aligned}$$

Первое уравнение системы (1.2) — уравнение неразрывности, второе — уравнение диффузии элементов, третье, четвертое и пятое — уравнения движения газа, шестое — уравнение энергии. Термодиффузия и эффект диффундирующих теплоемкостей [1] не учитываются. Система (1.2) замыкается соотношениями Стефана — Максвелла, условиями равновесия и уравнением состояния газовой смеси

$$(1.3) \quad \rho \frac{\partial x_k}{\partial \zeta} = m \sum_{i=1}^N \frac{I_i}{m_i} \left[\frac{x_k}{D_{ki}} - \delta_{ki} \sum_{l=1}^N \frac{x_l}{D_{il}} + \frac{x_k e_k}{L_1} \sum_{j=1}^N \frac{x_j}{D_{ij}} (e_i - e_j) \right]$$

$$L_1 = \sum_{i=1}^N x_i e_i^2, \quad k = 1, 2, \dots, N$$

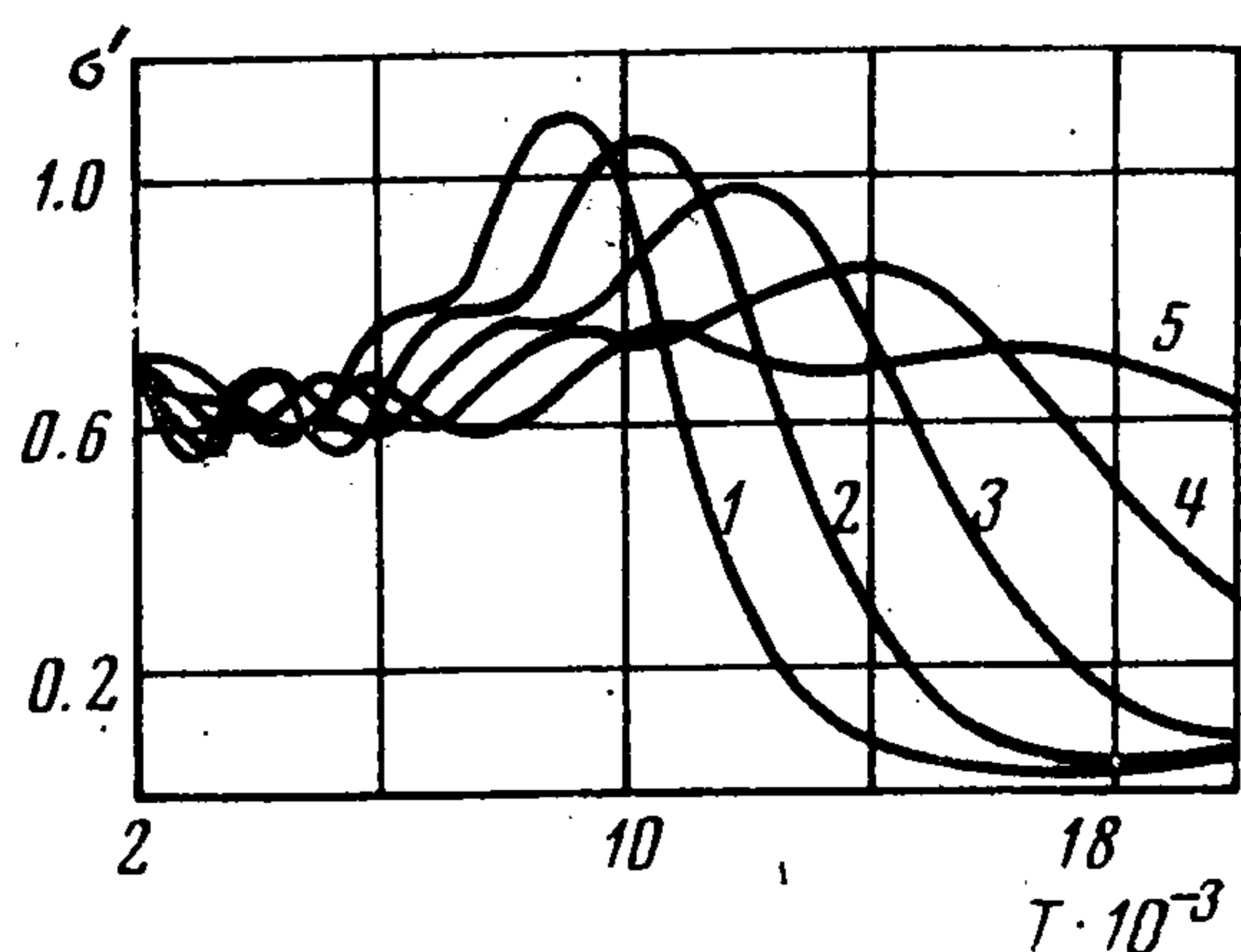
$$(1.4) \quad \frac{1}{x_i} \prod_{j=N_r+1}^N x_j^{\nu_{ij}} = \frac{K_i(T)}{p^{\nu_i}}, \quad \nu_i = \sum_{j=N_r+1}^N \nu_{ij} - 1, \quad i = 1, \dots, N_r$$

$$(1.5) \quad p = \rho \frac{RT}{m}, \quad m = \sum_{k=1}^N x_k m_k$$

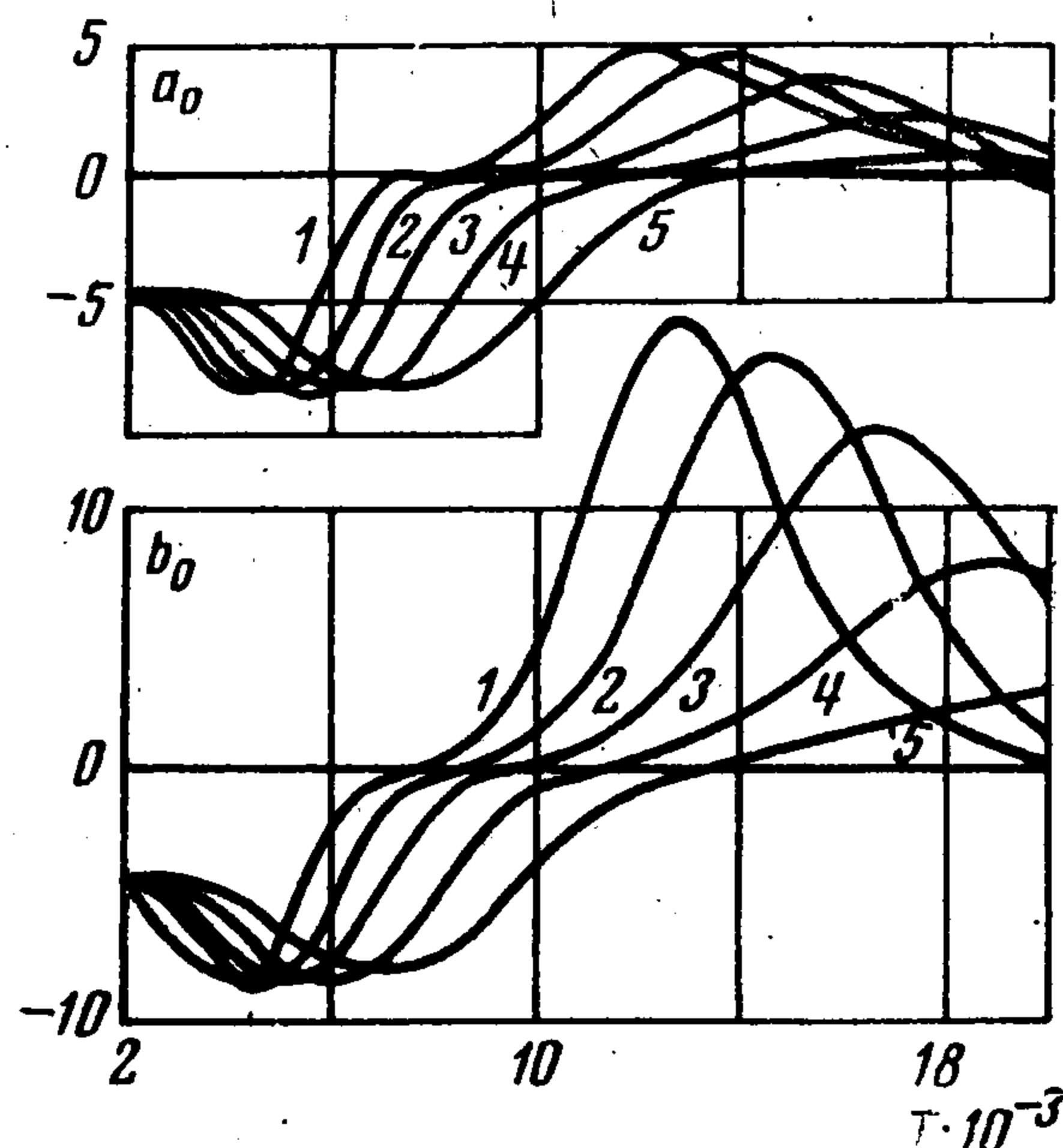
Здесь ξ, η, ζ — ортогональная система координат, причем ось ζ направлена по нормам к поверхности тела, так что поверхность $\zeta = 0$ совпадает с поверхностью тела, а оси ξ и η направлены вдоль поверхности тела; g_{11} и g_{22} — компоненты метрического тензора, $g = g_{11}g_{22}$; u, v, w — составляющие вектора среднemasовой скорости \bar{U} соответственно по осям ξ, ζ, η ; p, ρ, T — давление, плотность, абсолютная температура смеси; m — молекулярный вес смеси; c_i, x_i, m_i, e_i — массовая и молярная концентрации, молекулярный вес, электрический заряд i -й компоненты, c_j^* — массовая концентрация j -го элемента; I_i — проекция массового диффузионного потока i -й компоненты на ось ζ ; I_j^* — проекция массового диффузионного потока j -го элемента на ось ζ ; D_{ij} — коэффициенты бинарной диффузии; h_i, h_i^0, c_{pi} — удельная энтальпия, удельная теплота образования и теплоемкость i -й компоненты; H — обобщенная энтальпия смеси; индекс e

обозначает параметры на внешней границе пограничного слоя; μ — вязкость смеси; эффективное число Прандтля $\sigma' = \mu c_p' / \lambda'$, где c_p' и λ' — эффективная теплоемкость и эффективный коэффициент теплопроводности равновесной смеси. Формулы для вычисления c_p' , λ' и коэффициентов a_j , b_j ($j = N_r + 1, \dots, N - 2$) в уравнении энергии приведены в [1]. Суммирование в уравнении энергии приводится до $N - 2$, так как N -й член исчезает в силу (1.7), а $(N - 1)$ -й можно исключить, воспользовавшись тождествами (1.6) (см. ниже).

На фиг. 1 приведено изменение эффективного числа Прандтля для равновесного воздуха. Кривые, помеченные цифрами 1 — 5 на фиг. 1 — 3, соответствуют давлениям 0.01 атм, 0.1 атм, 1 атм, 10 атм и 100 атм.



Фиг. 1



Фиг. 2

Рассматривалось девять компонент O_2 , N_2 , NO , O^+ , N^+ , NO^+ , O , N , E . За независимые элементы брались O , N , E . Такой модели воздуха будет соответствовать лишь один коэффициент a_j и один коэффициент b_j . Эти коэффициенты для кислорода приведены на фиг. 2.

Коэффициенты A_i , B_i ($i = 1, \dots, 4$) определяются геометрией тела и внешним течением [2].

Соотношения Стефана — Максвелла (1.3) учитывают электрическое поле, возникающее за счет разделения заряженных компонент. Величина поля найдена из условия квазинейтральности газа.

Уравнения (1.4) — это условия Гульдберга — Вааге для химических реакций и уравнения Саха для реакций ионизации.

Систему уравнений (1.2) — (1.5) необходимо дополнить тождествами

$$(1.6) \quad \sum_{k=1}^N x_k = \sum_{k=1}^N c_k = 1, \quad \sum_{k=1}^N I_k = 0$$

$$\sum_{j=N_r+1}^N c_j^* = 1, \quad \sum_{j=N_r+1}^N I_j^* = 0$$

Условия квазинейтральности газа и отсутствия электрического тока поперек пограничного слоя для однократной ионизации при условии, что

за независимые элементы выбираются электронейтральные компоненты и электроны, можно привести к виду

$$(1.7) \quad c_N^* = 0, \quad I_N^* = 0$$

Система уравнений (1.2) — (1.5) с учетом (1.6) представляет собой замкнутую систему $6 + 2N + 2(N - N_r)$ независимых уравнений с неизвестными $p, \rho, u, w, v, H, c_1, \dots, c_N, I_1, \dots, I_N, c_{N_r+1}^*, \dots, c_N^*, I_{N_r+1}^*, \dots, I_N^*$.

Граничные условия на внешней границе пограничного слоя и на непроницаемой стенке

$$(1.8) \quad \begin{aligned} u &\rightarrow u_e(\xi, \eta), \quad w \rightarrow w_e(\xi, \eta), \quad H \rightarrow H_e = \text{const} \\ c_j^* &\rightarrow c_{je}^* = c_{j\infty}^* = \text{const} \quad \text{при } \zeta \rightarrow \infty \\ u = w = v = 0, \quad T(\xi, \eta, 0) &= T_w(\xi, \eta), \quad I_j^* = 0 \quad \text{при } \zeta = 0 \end{aligned}$$

После решения задачи с граничными условиями (1.8) можно найти распределение напряжения вязкого трения на поверхности тела и полный конвективный тепловой поток к стенке

$$(1.9) \quad \tau_{11} = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=0}, \quad \tau_{22} = \mu \left. \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=0}$$

$$(1.10) \quad I_q = -\lambda' \left. \frac{\partial T}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=0} = -\frac{\mu}{\sigma'} \left(\left. \frac{\partial H}{\partial \zeta} + \sum_{j=N_r+1}^{N-2} a_j \frac{\partial c_j^*}{\partial \zeta} \right) \right|_{\zeta=0}$$

2. Рассмотрим обтекание тела четырехкомпонентным газом, состоящим из молекул, ионов, атомов и электронов, в котором происходят реакции диссоциации и ионизации. Обозначим компоненты газа соответственно M, I, A, E . Выберем за элементы атомы и электроны. Тогда происходящие в газе реакции можно записать так:



В данном случае $N = 4, N_r = 2$. Такая модель дает возможность, например, рассматривать обтекание тел воздухом при изменениях температуры от обычной до $15\,000^\circ - 16\,000^\circ$. Действительно, азот и кислород, основные составляющие воздуха, довольно близки по своим свойствам. Кроме того, в качестве термодинамических функций компонент модели можно взять осредненные с учетом состава термодинамические функции азота и кислорода.

Из условий квазинейтральности и отсутствия электрического тока (1.7) и соотношений (1.6) следует, что

$$(2.1) \quad c_A^* \equiv 1, \quad I_A^* \equiv 0$$

Вид системы уравнений (1.2) — (1.5) для рассматриваемого случая отличается от вида системы уравнений однокомпонентного вязкого сжимаемого теплопроводного трехмерного пограничного слоя [3] только тем, что коэффициенты λ, c_p и μ для однокомпонентного газа заменены на коэффициенты λ', c_p' и μ для равновесной реагирующей смеси. Естественно,

что система должна быть дополнена соотношениями для вычисления этих коэффициентов.

Перейдем от координаты ζ к автомодельной координате λ и введем безразмерные нормированные переменные

$$(2.2) \quad \lambda = \sqrt{\frac{u_e}{\mu_e \rho_e \alpha}} \int_0^{\zeta} \rho d\zeta$$

$$u = u_e(\xi, \eta) E(\xi, \eta, \lambda), \quad w = \beta(\xi, \eta) u_e(\xi, \eta) (G + \varphi E)$$

$$\rho v = \sqrt{\frac{\mu_e \rho_e u_e}{\alpha}} \left[K - \frac{\alpha}{V_{g_{11}}} E \frac{\partial \lambda}{\partial \xi} - \frac{\alpha \beta}{V_{g_{22}}} (G + \varphi E) \frac{\partial \lambda}{\partial \eta} \right]$$

$$\varphi = \frac{w_e}{\beta u_e}, \quad \theta = \frac{H - H_w}{H_e - H_w}$$

где $\alpha(\xi, \eta)$ и $\beta(\xi, \eta)$ — произвольные пока функции.

Проинтегрируем полученную систему уравнений по λ дважды — от λ до ∞ и от 0 до λ с учетом граничных условий. Получим систему интегродифференциальных уравнений, решение которой вместе с граничными условиями для нормированных функций эквивалентно решению исходной системы уравнений с граничными условиями (1.8). Будем решать эту систему методом последовательных приближений аналогично случаю замороженного газа [4]. Предположим, что известно n -е приближение. Подставив его в уравнения системы, получим $(n+1)$ -е приближение. Для того, чтобы $(n+1)$ -е приближение удовлетворяло граничным условиям, введем управляющие функции

$$(2.3) \quad E^{(n+1)} = E(\xi, \eta, \lambda/\sqrt{\delta^{(n+1)}}), \quad G^{(n+1)} = b^{(n+1)} G(\xi, \eta, \lambda/\sqrt{\delta^{(n+1)}})$$

$$\theta^{(n+1)} = E^{(n+1)} - d^{(n+1)} F(\xi, \eta, \lambda/\sqrt{\delta^{(n+1)}})$$

Уравнение для неизвестных управляющих функций δ, b, d получают из уравнений системы при $\zeta \rightarrow \infty$.

В процессе итераций можно определить величины, пропорциональные компонентам трения и градиенту энтальпии на стенке.

3. Рассмотрим локально-автомодельный случай [3, 4]. Система уравнений для нахождения $(n+1)$ -го приближения имеет вид

$$(3.1) \quad E^{(n+1)} = -\delta^{(n)} (A_1^{(n)} + b^{(n)} B_1^{(n)} + b^{(n)2} C_1^{(n)})$$

$$G^{(n+1)} = -\delta^{(n)} (A_2^{(n)} + b^{(n)} B_2^{(n)} + b^{(n)2} C_2^{(n)})$$

$$\theta^{(n+1)} = \delta^{(n)} (A_3^{(n)} + b^{(n)} B_3^{(n)} + d^{(n)} C_3^{(n)} + b^{(n)} d^{(n)} D_3^{(n)}) + E_3^{(n)}$$

Управляющие функции находятся из системы алгебраических уравнений

$$(3.2) \quad \delta^{(n)} (A_{1\infty}^{(n)} + b^{(n)} B_{1\infty}^{(n)} + b^{(n)2} C_{1\infty}^{(n)}) = 1$$

$$A_{2\infty}^{(n)} + b^{(n)} B_{2\infty}^{(n)} + b^{(n)2} C_{2\infty}^{(n)} = 0$$

$$\delta^{(n)} (A_{3\infty}^{(n)} + b^{(n)} B_{3\infty}^{(n)} + d^{(n)} C_{3\infty}^{(n)} + b^{(n)} d^{(n)} D_{3\infty}^{(n)}) + E_{3\infty}^{(n)} = 1$$

Коэффициенты $A_i^{(n)}, B_i^{(n)}, \dots$ представляют собой двойные интегралы, для вычисления которых необходимо знать поведение параметров

ρ_e / ρ , $1 / l$, σ' / l поперек пограничного слоя ($l = \mu_r / (\mu_e \rho_e)$). В [5] приведены характерные примеры профилей ρ_e / ρ и $1 / l$. Их изменение хорошо описывается формулами

$$\rho_e / \rho = 1 + (\rho_e / \rho_w - 1) Z_{-1}^{1.2}(\zeta), \quad 1 / l = 1 + (1 / l_w - 1) Z_{-1}^{1.4}(\zeta)$$

Здесь и далее используются функции $Z_m(\zeta)$ вида (A_m находятся из условия $Z_m(0) = 1$)

$$Z_{-1}(\zeta) = \exp(-\zeta^2), \quad Z_m(\zeta) = \frac{A_m}{m!} \int_0^\zeta (\zeta - t)^m \exp(-t^2) dt$$

$$m = 0, 1, \dots$$

Расчет теплового потока к телу в критической точке и сравнение с результатами работ [5,6] позволил найти зависимость σ' / l от координаты ζ

$$\sigma' / l = \sigma_e' + (\sigma_w' / l_w - \sigma_e') Z_{-1}^{1.3}(\zeta).$$

Получим первое приближение решения задачи, взяв за нулевое приближение следующие выражения:

$$E^{(0)} = 1 - Z_0(\zeta), \quad G^{(0)} = b^{(0)}(\xi, \eta) [Z_0(\zeta) - Z_{-1}(\zeta)]$$

$$\theta^{(0)} = 1 - Z_0(\zeta) + d^{(0)} [Z_0(\zeta) - Z_{-1}(\zeta)]$$

Коэффициенты системы (3.2) для нахождения управляющих функций в нулевом приближении равны

$$A_{1\infty}^{(0)} = -0.25P_1^* + 0.0075N_1^* + (1/l_w - 1)(0.0061N_1^* - 0.149P_1^*) - 0.417N_1^*\rho_e/\rho_w - 0.318N_1^*(1/l_w - 1)\rho_e/\rho_w$$

$$B_{1\infty}^{(0)} = 0.104P_2^* - 0.194N_2^* + (1/l_w - 1)(0.0674P_2^* - 0.126N_2^*)$$

$$C_{1\infty}^{(0)} = N_2^*[0.048 + 0.0364(1/l_w - 1)]$$

$$A_{2\infty}^{(0)} = M_1^*[0.0075 + 0.0061(1/l_w - 1) - 0.417\rho_e/\rho_w - 0.318(1/l_w - 1)\rho_e/\rho_w]$$

$$B_{2\infty}^{(0)} = -0.311P_1^* - 0.194M_3^* - (1/l_w - 1)(0.1535P_1^* - 0.126M_3^*)$$

$$C_{2\infty}^{(0)} = 0.1P_2^* + 0.048M_2^* + (1/l_w - 1)(0.0527P_2^* + 0.0364M_2^*)$$

$$A_{3\infty}^{(0)} = P_1^*(0.0973\sigma_e' + 0.153\sigma_w'/l_w), \quad B_{3\infty}^{(0)} = -P_2^*(0.0347\sigma_e' + 0.0688\sigma_w'/l_w), \quad D_{3\infty}^{(0)} = -P_2^*(0.046\sigma_e' + 0.054\sigma_w'/l_w)$$

$$C_{3\infty}^{(0)} = P_1^*(0.152\sigma_e' + 0.158\sigma_w'/l_w), \quad E_{3\infty}^{(0)} = \frac{1 - \sigma_w'}{(1 - t_0)k} (1 + \beta^2\varphi^2)$$

$$(l_w = \mu_w \rho_w / (\mu_e \rho_e), \quad t_0 = H_w / H_e, \quad k = 2H_e / u_e^2)$$

где коэффициенты N_1^* , N_2^* , M_1^* , M_2^* , P_1^* , P_2^* зависят от параметров внешнего течения и геометрии тела [2]. После того, как из системы (3.2) найдены $\delta^{(0)}$, $b^{(0)}$, $d^{(0)}$, можно определить безразмерные компоненты коэффициента трения на стенке и градиент энтальпии

$$(3.3) \quad -l_w \frac{\partial E}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=0} = \sqrt{\delta^{(0)}} \left\{ N_1^* \left[0.808 \left(1 - \frac{\rho_e}{\rho_w} \right) - 0.798 \right] - \right.$$

$$\left. - 0.234P_1^* + b^{(0)}(0.113P_2^* - 0.209N_3^*) + 0.0709N_2^*b^{(0)^2} \right\}$$

$$-l_w \frac{\partial G}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=0} = \sqrt{\delta^{(0)}} \left\{ M_1^* \left[0.808 \left(1 - \frac{\rho_e}{\rho_w} \right) - 0.798 \right] - \right.$$

$$- 0.209b^{(0)}(P_1^* + M_3^*) + 0.0709b^{(0)^2}(P_2^* + M_2^*) \left. \vphantom{- 0.209b^{(0)}(P_1^* + M_3^*)} \right\} \\ - \frac{l_w}{\sigma_w} \frac{\partial \theta}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=0} = \sqrt{\delta^{(0)}} \{ - P_1^* (0.234 + 0.209d^{(0)}) + \\ + b^{(0)}P_2^* (0.113 + 0.0709d^{(0)}) \}$$

4. Рассмотрим обтекание равновесным воздухом тупого конуса со сферическим закруглением под углом атаки. Систему координат на поверхности выберем так, что координата ξ направлена по образующей конуса и отсчитывается от передней точки, а координата η — угол между меридиональной плоскостью, проходящей через данную точку, и наветренной линией растекания.

Для расчета внешнего течения использовались имеющиеся в [7] данные о давлении и скорости в совершенном однородном газе по поверхности конуса, а температура, состав смеси и плотность находились из решения системы уравнений, определяющей T и c_i ($i = 1, 2, \dots, N$)

$$(4.1) \quad H - \sum_{j=N_r+1}^N c_{je}^* h_j + \sum_{k=1}^{N_r} c_k Q_k - \frac{U^2}{2} = 0 \\ \frac{1}{x_i} \prod_{j=N_r+1}^N x_j^{v_{ij}} = \frac{K_i(T)}{p^{v_i}}, \quad i = 1, \dots, N_r \\ \alpha_j + \sum_{i=1}^{N_r} \alpha_{ji} x_i - x_j = 0, \quad j = N_r + 1, \dots, N \\ \alpha_j = \frac{c_j^*}{m_j} \left(\sum_{i=N_r+1}^N \frac{c_i^*}{m_i} \right)^{-1}, \quad \alpha_{ji} = \alpha_j v_i - v_{ij}, \quad j = N_r + 1, \dots, N$$

Здесь H_e и c_{je}^* определяются по условиям в невозмущенном газе, так как из (1.8) $H_e = H_\infty = \text{const}$ и $c_{je}^* = c_{j\infty}^*$. При заданных H , U , p , c_j^* ($j = N_r + 1, \dots, N$) система (4.1) состоит из $N + 1$ независимых уравнений с $N + 1$ неизвестными c_1, \dots, \dots, c_N , T . Эта система решалась методом Ньютона. Определив состав и температуру, можно найти молекулярный вес смеси, а затем из уравнения состояния находится плотность.

Коэффициенты переноса на границах рассчитывались, как в работе [4].

Для продольной и поперечной составляющих локального коэффициента трения и числа Нуссельта, определенных в [4], получаются выражения

$$(4.2) \quad C_{f1} \sqrt{\text{Re}} = \sqrt{\delta^{(0)}} (0.234P_1^* - 0.01N_1^*), \quad C_{f2} \sqrt{\text{Re}} = \frac{w_e}{u_e} C_{f1} \sqrt{\text{Re}} \\ \frac{1}{\sigma_e} \frac{\text{Nu}}{\sqrt{\text{Re}}} = \sqrt{\delta^{(0)}} P_1^* (0.234 + 0.209d^{(0)})$$

Формулы (4.2) получены для больших скоростей полета ($M_\infty \geq 20$) с учетом малости вторичного течения и малости отношения ρ_e / ρ_w , что выполняется для достаточно холодной стенки.

Коэффициенты P_1^* и N_1^* приведены и исследованы в [4] при рассмотрении замороженного пограничного слоя.

Внешнее невязкое течение и система координат брались одинаковыми, поэтому коэффициент N_1^* совпадает для равновесного и замороженного случаев. Коэффициент P_1^* , зависящий от изменения параметра $\mu_e \rho_e$, при удалении от критической точки будет отличаться.

Зависимость параметра $\mu \rho$ для равновесного воздуха от температуры и давления представлена на фиг. 3.

Влияние равновесности сказывается на значениях управляющих функций

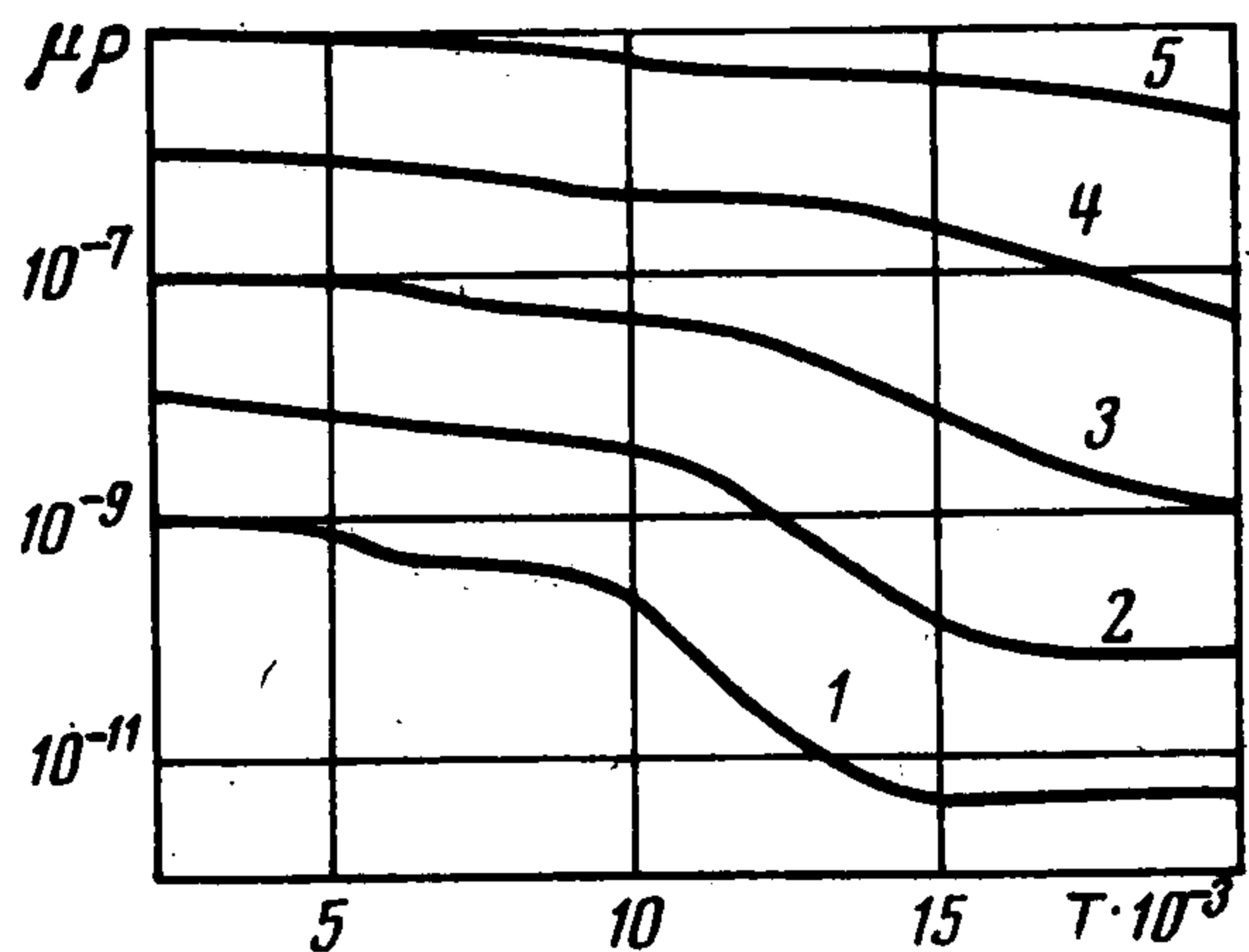
$$(4.3) \quad \delta^{(0)} = [0.101 P_1^* - 0.0014 N_1^* + (0.149 P_1^* - 0.0061 N_1^*) / l_w]^{-1}$$

$$d^{(0)} = \frac{1 - (1 - \sigma')(1 + \beta^2 \varphi^2) / [k(1 - t_0)] - P_1^* \delta^{(0)} (0.0973 \sigma_e' + 0.1536 \sigma_w' / l_w)}{P_1^* \delta^{(0)} (0.152 \sigma_e' + 0.158 \sigma_w' / l_w)}$$

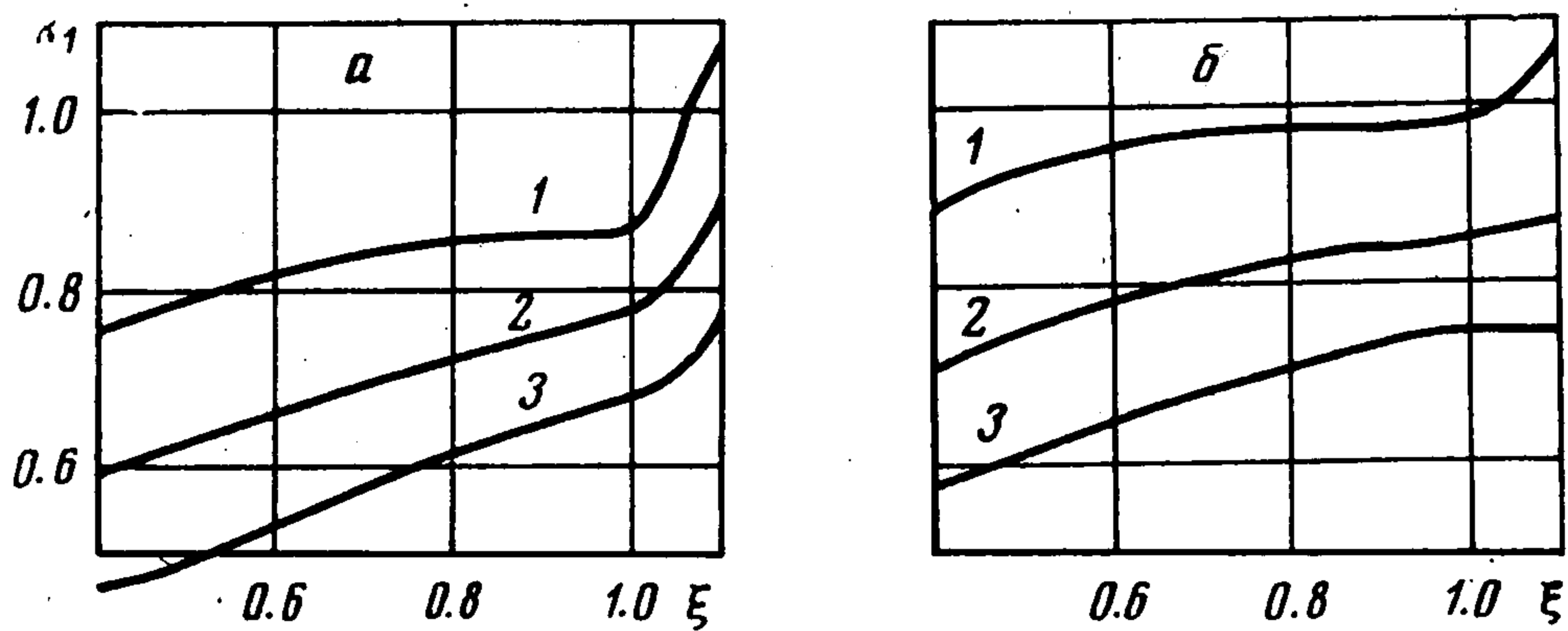
Поперечная и продольная составляющие локального коэффициента трения для равновесного пограничного слоя различаются на несколько процентов от составляющих коэффициента трения замороженного газа. На фиг. 4 изображено изменение величины $k_1 = C_{f1} \sqrt{Re}$ в равновесном пограничном слое на конусе для $M_\infty = 25.7$ (а) и $M_\infty = 41$ (б). Цифрами 1, 2, 3 помечены результаты вдоль образующих конуса, соответствующих $\eta = \pi/20$, $\eta = \pi/2$, $\eta = \pi$.

Величина $k_2 = (1 / \sigma_e) Nu / \sqrt{Re}$, характеризующая тепловой поток на стенку, записывается одинаково для равновесного (4.2) и замороженного слоев [4], однако коэффициент P_1^* и управляющие функции (4.3) зависят от модели воздуха.

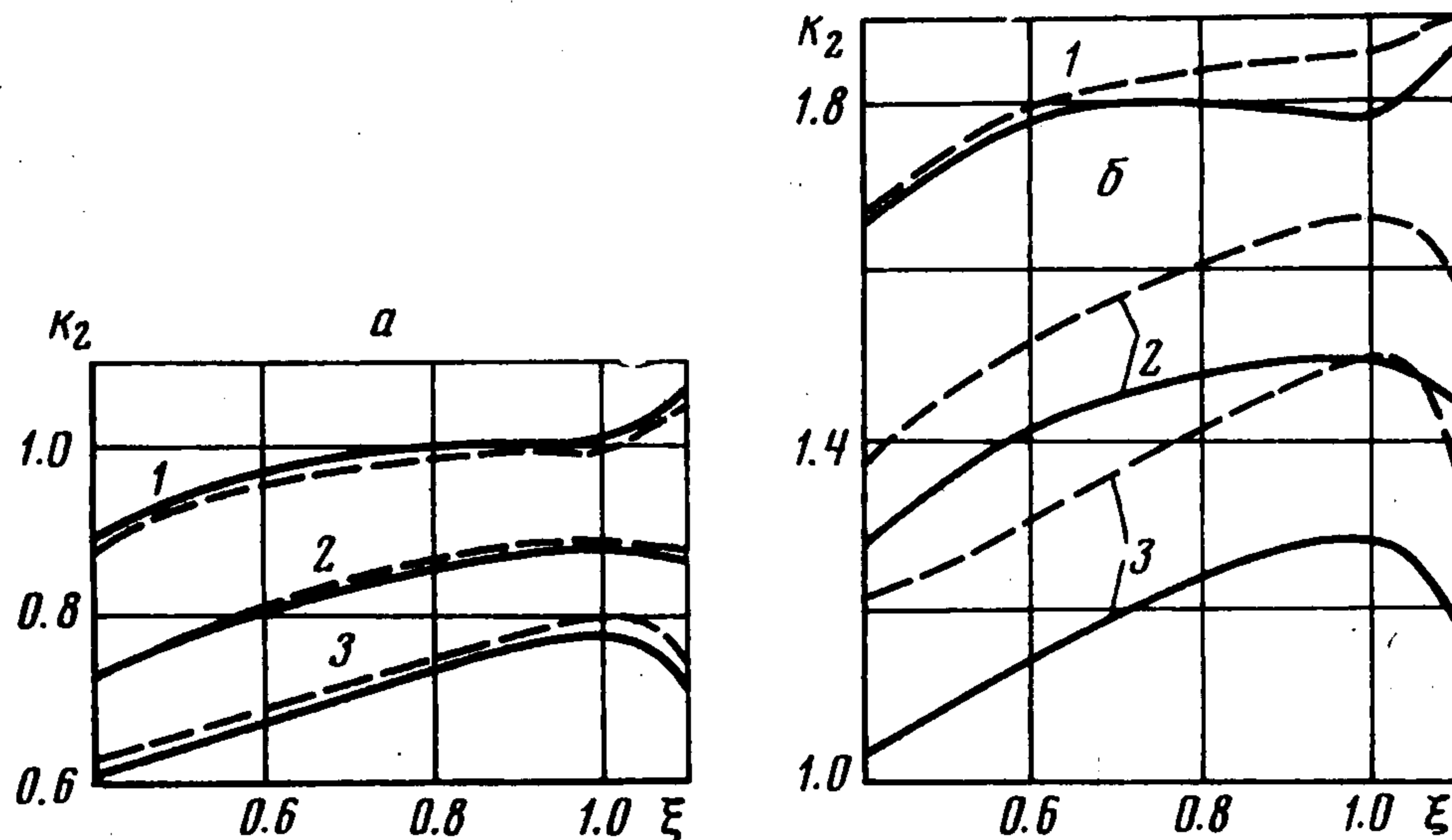
На фиг. 5 представлен коэффициент k_2 при $M_\infty = 25.7$ (а) и $M_\infty = 41$ (б). Расчеты показали, что в случае, когда существенны реакции диссоциации ($M_\infty = 25.7$), влияние выбранной модели газа на величину k_2 незначительно. При возрастании ско-



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

рости полета начинается ионизация газа и выбор модели газа уже влияет на k_2 . В равновесном газе величина k_2 делается меньше. Штриховыми линиями показаны значения коэффициента k_2 для замороженного пограничного слоя на конусе. Различие возрастает при удалении от наветренной линии растекания.

Полный конвективный поток на стенку (1.10) равен

$$I_q = - (H_e - H_w) \sqrt{\mu_e \rho_e} \sqrt{\frac{u_e}{\alpha}} \sqrt{\delta^{(0)}} P_1^* (0.234 + 0.209d^{(0)})$$

Таким образом, тепловой поток на стенку при обтекании тела газом определяется перепадом полной энтальпии, изменением параметра $\mu_e \rho_e$, изменением скорости внешнего течения вдоль поверхности тела, геометрией тела и выбором модели газа.

Поступила 17 I 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Суслов О. Н., Турский Г. А., Шенников В. В.* Описание химически равновесных течений многокомпонентных ионизованных смесей в рамках уравнений Навье — Стокса и Прандтля. ПМТФ, 1971, № 1.
2. *Шевелев Ю. Д.* Разностные методы расчета пространственного ламинарного пограничного слоя. В сб.: Некоторые применения метода сеток в газовой динамике, вып. 1. Течения в пограничном слое. Изд-во МГУ, 1971.
3. *Шахов Н. Н., Шевелев Ю. Д.* Метод последовательных приближений для задач трехмерного ламинарного пограничного слоя. ПММ, 1974, т. 38, вып. 5.
4. *Казейкин С. Н., Шевелев Ю. Д.* Трехмерный пограничный слой в многокомпонентном частично ионизованном газе. ПММ, 1976, т. 40, вып. 3.
5. *Фей Д., Риддел Ф.* Теоретический анализ теплообмена в лобовой точке, омываемой диссоциированным воздухом. В сб.: Проблемы движения головной части ракет дальнего действия. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
6. *Суслов О. Н.* Многокомпонентная диффузия и теплообмен при обтекании тела химически равновесным ионизованным газом. ПМТФ, 1972, № 3.
7. Численное исследование современных задач газовой динамики. М., «Наука», 1974