Прикладная математика и механика. Том 41, 1977

УДК 533.6.011.8

ОБ ИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗА МЕЖДУ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПЛОСКОСТЯМИ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ АККОМОДАЦИИ ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

Б. М. Маркеев

(Москва)

С использованием свойств интеграла соударений предлагается метод исследования изотермического течения бинарной смеси газа между параллельными плоскостями, представляющими собой модификацию известного метода полупространственных моментов. Получено выражение для скорости скольжения бинарной смеси газа между плоскостями в поле тангенциального градиента давления при произвольной аккомодации тангенциального импульса. Показано, что изотермическое скольжение смеси определяется вязким переносом импульса за счет среднемассовой и диффузионной скоростей. При этом диффузионные скорости способствуют уменьшению скорости скольжения на величину, не превышающую 20%. Отмечается, что учет бародиффузии обуславливает дополнительный вклад в выражение для скорости скольжения бинарной смеси. Этот вклад по порядку величины равен диффузионной скорости скольжения.

Имеется большое число работ (см., например, [1–7]), посвященных изотермическому скольжению однокомпонентного газа в поле нормального к поверхности градиента средней скорости. Вместе с тем в более сложных системах, таких, как бинарная смесь газов, благодаря наличию относительного движения под действием градиента парциальной концентрации, существует еще один вид изотермического скольжения газа — диффузионное скольжение бинарной смеси в поле градиента концентрации, тангенциального к поверхности [8, 9]. Исследование скольжения газа в бинарной смеси встречает дополнительные вычислительные трудности по сравнению с однокомпонентным газом. Так, эти трудности не позволили обобщить расчет изотермической скорости скольжения для однокомпонентного максвелловского газа или газа, взаимодействующего по закону твердых сфер, на основе метода полупространственных разложений [2–5] на случай бинарной смеси. Следует отметить работу [10], где предпринята попытка вариационным методом исследовать скольжение смеси газа для произвольного взаимодействия молекул.

1. Рассмотрим задачу о пуазейлевском течении бинарной смеси газа между двумя поверхностями, расстояние между которыми $2L$. Систему координат поместим между ними, направив ось X перпендикулярно, а Y параллельно поверхностям. Функцию распределения частиц сорта α удобно представить в виде

$$F_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \frac{1}{2}(1 + \operatorname{sign} v_x) f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}) + \frac{1}{2}(1 - \operatorname{sign} v_x) f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \tag{1.1}$$

Здесь f_α и $f_{-\alpha}$ — функции распределения падающих и отраженных молекул соответственно, $\operatorname{sign}\ v_x = 1$ в полупространстве $v_x > 0$ и $\operatorname{sign}\ v_x =$

$= -1$ в полупространстве $v_x < 0$, а F_α определяется из уравнения Больцмана. Функции распределения падающих и отраженных молекул представим в виде конечного ряда по полиномам Эрмита — Чебышева [11]

$$f_{\pm\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \frac{n_\alpha}{\pi^{3/2} v_{T_\alpha}^3} \exp\left\{-\frac{(v - u_{\pm\alpha y})^2}{v_{T_{\pm\alpha}}^2}\right\}\left\{1 - \right. \tag{1.2}$$

$$\left. - \frac{\sigma_{\pm\alpha xy}}{2n_\alpha T_\alpha}\frac{m_\alpha}{T_\alpha}(v - u_{\pm\alpha})_y v_x - \frac{q_{\pm\alpha y}(v - u_{\pm\alpha})_y}{n_\alpha T_\alpha^2}\left[1 - \frac{m_\alpha}{5T_\alpha}(v - u_{\pm\alpha y})^2\right]\right\}$$

На расстояниях от поверхности, бо́льших длины свободного пробега, n_α, $u_{\pm\alpha y}$, $\sigma_{\pm\alpha xy}$, T_α, $q_{\pm\alpha}$ соответствуют парциальным концентрации, средней скорости, тензору вязких напряжений, температуре и потоку тепла частиц сорта α. Как будет следовать из вывода уравнений переноса, прочие члены разложения (например, $\sigma_{xx}u_x$, q_x и т. д.) представляют собой величины более высокого порядка малости по параметру $M = um^{1/2}T^{-1/2}$.

Одним из основных методов исследования динамики движения газа служит метод моментов. Он заключается в разложении решения кинетического уравнения в ряд по ортогональным полиномам в пространстве скоростей возле максвелловской функции распределения. Скольжение газа вдоль поверхности посредством данного метода исследовалось в [12]. Однако функция распределения кнудсеновского слоя имеет разрыв первой и высших производных в пространстве скоростей и поэтому лучшая аппроксимация функции распределения достигается в рамках метода полупространственных моментов, где функции распределения падающих и отраженных молекул разлагаются в ряд по ортогональным полиномам в полупространстве.

Процедура получения уравнений переноса в рамках метода моментов предусматривает умножение уравнения Больцмана на функцию от скорости $\psi_\alpha(v)$ с последующим интегрированием по всему пространству скоростей. Если к тому же учесть, что функция распределения представляется в виде конечного ряда по ортогональным полиномам, то указанная процедура сведется к разложению каждого из членов уравнения Больцмана по ортогональным полиномам с последующей группировкой членов при одинаковых полиномах и приравниванию затем данной группы нулю. Для объемной функции распределения на расстояниях, больших длины свободного пробега от поверхности, при этом достигается наилучшая аппроксимация при разложении каждого члена кинетического уравнения в ряд по ортогональным полиномам во всем пространстве. Система уравнений переноса в рамках метода полупространственных моментов получается аналогичным образом.

2. Обратимся к интегралу упругих соударений, который представим суммой из двух частей: $\Sigma_\beta G(F_\alpha, F_\beta)$ — часть интеграла соударений, определяющая приход молекул в элемент фазового пространства, и $\Sigma_\beta D(F_\beta) F_\alpha$ — другая часть интеграла столкновений, отвечающая за уход молекул из данного элемента фазового пространства. Величины $G(F_\alpha(\mathbf{v}_\alpha'), F_\beta(\mathbf{v}_\beta'))$ и $D(F_\beta(\mathbf{v}_\beta))$, где F_β — функция распределения кнудсеновского слоя представляют собой функции от v_α, имеющие непрерывные производные любого порядка.

Действительно, $G(F_\alpha(\mathbf{v}_\alpha')F_\beta(\mathbf{v}_\beta'))$ и $D(F_\beta(\mathbf{v}_\beta'))$ — интегральные операторы, где интегрирование ведется по v_β и углам рассеяния ϑ и φ. Зависимость скоростей молекул после соударений от скоростей до соударений и углов ϑ и φ определяется из законов сохранения и может быть представлена условно в виде $\mathbf{v}_\alpha'(\mathbf{v}_\alpha, \mathbf{v}_\beta, \vartheta, \varphi)$, $\mathbf{v}_\beta'(\mathbf{v}_\alpha, \mathbf{v}_\beta, \vartheta, \varphi)$. Подынтегральные выражения в операторах G и D непрерывны вместе со всеми своими производными во всем пространстве скоростей $\mathbf{v}_\beta$ за исключением гиперповерхностей (многообразие точек меньшего числа измерений, чем пространство переменных $\mathbf{v}_\beta$, ϑ, φ), где кнудсеновские функции распределения имеют разрывные производные. Для оператора G данные гиперповерхности определеляются соотношениями $v_{\gamma x}'(\mathbf{v}_\alpha, \mathbf{v}_\beta, \vartheta, \varphi) = 0$, $\gamma = \alpha, \beta$, а для D — соотношением $v_{\beta x} = 0$. Поэтому согласно теории интегралов, зависящих от параметров [13], операторы G и D непрерывны и имеют непрерывные производные любого порядка по $\mathbf{v}_\alpha$.

Элементарное слагаемое, из которых состоит интегральный оператор G, пропорционально элементарному объему Δv_β в окрестности точки $\mathbf{v}_\beta$. По этой причине вклад в интегральную сумму оператора членов с подынтегральными выражениями, имеющими разрыв по $\mathbf{v}_\alpha$, мал, так как объем гиперповерхности, где производные подынтегрального выражения терпят разрыв, бесконечно мал по сравнению со всем фазовым пространством. Следовательно, с физической точки зрения непрерывность первой и высших производных по $\mathbf{v}_\alpha$ от оператора G достаточно очевидна.

Таким образом, в условиях кнудсеновского слоя все члены кинетического уравнения, за исключением G-части интеграла соударений, определяющей приход молекул в элемент фазового пространства, имеют разрывные производные и поэтому наилучшим образом аппроксимируются в рамках метода полупространственных моментов. Однако указанная часть имеет непрерывные производные и поэтому может быть аппроксимирована в рамках обычных моментов.

Используем последнее при получении системы уравнений моментов для функции распределения (1.2), представленной в виде разложения по полиномам Эрмита — Чебышева, ортогональным во всем пространстве.

Одно из основных допущений метода моментов заключается в предположении о возможности аппроксимации функции распределения и каждого члена кинетического уравнения конечным рядом по ортогональным полиномам. Особенность разложения (1.2) по сравнению с разложениями в рамках методов обычных и полупространственных моментов определяется тем, что функция (1.2) в каждом из полупространств скоростей имеет свое собственное разложение, как в методе полупространственных моментов, но данные разложения представлены рядом по полиномам, ортогональным во всем пространстве, как в методе обычных моментов.

При получении уравнений переноса для коэффициентов разложения (1.2) необходимо каждый член кинетического уравнения в полупространствах $v_{\alpha x} > 0$ и $v_{\alpha x} < 0$ разложить в конечный ряд по полиномам Эрмита — Чебышева, ортогональным во всем пространстве. Для этого рассмотрим разложение (1.2), определенное в одном из полупространств, формально во всем пространстве. Тогда, чтобы получить коэффициенты разложения (1.2), достаточно левую часть (1.2) умножить на соответствующий полином Эрмита — Чебышева и проинтегрировать по всему пространству.

Рассмотрим члены кинетического уравнения (кроме G), имеющие разрывные производные в точке $v_{\alpha x} = 0$, в одном из полупространств. Эти члены имеют в качестве сомножителя функцию распределения (1.2), определенную в данном полупространстве. Как и выше, рассмотрим эту функцию распределения во всем пространстве. Тогда конечное разложение каждого из членов кинетического уравнения (кроме G), которое, согласно основному предположению метода полупространственных моментов, существует в одном из полупространств, будет формально определено во всем пространстве скоростей v_α. Последнее утверждение следует из линейной независимости полиномов Эрмита — Чебышева в каждом из полупространств. Таким образом, коэффициенты разложения в каждом из полупространств по полиномам Эрмита — Чебышева членов кинетического уравнения получим, если вместо полной функции распределения F_α, имеющей разрывные производные при $v_{\alpha x} = 0$, подставим функцию распределения для соответствующего полупространства $f_{\pm\alpha}$, формально рассмотренную во всем пространстве. Затем умножим данный член кинетического уравнения на полином $\psi_\alpha(\mathbf{v}_\alpha)$ с последующим интегрированием по всему пространству.

Как отмечалось, член интеграла соударений $G(F_\alpha, F_\beta^{\cdot})$, определяющий приход молекул в элемент фазового пространства, имеет непрерывные производные в точке $v_{\alpha x} \equiv 0$. Для определения коэффициентов разложения достаточно G умножить на полином Эрмита — Чебышева и проинтегрировать по всему пространству, а затем при получении уравнений переноса рассматривать данное разложение отдельно в каждом из полупространств.

Используя процедуру получения уравнений переноса, предложенную выше, приходим в частном случае функции распределения (1.2) к следующей системе уравнений переноса:

(2.1)
$$-\nabla_y n_\alpha T + \nabla_x \sigma_{\alpha xy}^{+} = \frac{n_\alpha n_\beta T}{nD_{\alpha\beta}}(u_\alpha - u_\beta) + $$
$$+\sum_\beta \left(\frac{g_{\alpha\beta}}{\lambda_\beta^-} + \delta_{\alpha\beta}\frac{g_\alpha}{\lambda_\alpha^-}\right)\sigma_{\beta xy}^-$$
$$\nabla_x u_{\alpha y}^+ = \sum_\beta \frac{a_{\alpha\beta}}{y_\alpha y_\beta}\sigma_{\beta xy}^+ + \sum_\beta\left(\frac{h_{\alpha\beta}}{\lambda_\beta^-} - \delta_{\alpha\beta}\frac{h_\alpha}{\lambda_\alpha^-}\right)u_{\beta y}^-$$
$$\nabla_x \sigma_{\alpha xy}^- = \frac{\mu_\alpha^-}{(\lambda_\alpha^-)^2}u_{\alpha y}^-, \quad \nabla_x u_{\alpha y}^- = \frac{1}{\mu_\alpha^-}\sigma_{\alpha xy}^-, \qquad T_\alpha = T_\beta = T$$
$$u_{\alpha y}^{+} = {}^1/_2(u_{\alpha y}^{\cdot} \pm u_{-\alpha y}), \quad \sigma_{\alpha xy}^{\pm} = {}^1/_2(\sigma_{\alpha xy} \pm \sigma_{-\alpha xy})$$
$$g_\alpha = 4\frac{\lambda_\alpha^-}{v_{T\alpha}}\sum_\beta\{M_\alpha^{3/2}\omega_{\alpha\beta}[t_y^2 t_x] + M_\alpha^{1/2}M_\beta\omega_{\alpha\beta}\times$$
$$\times[t_x w_y w_y'] - M_\alpha M_\beta^{1/2}\omega_{\alpha\beta}[t_y^2 w_x] - M_\beta^{3/2}\omega_{\alpha\beta}[w_x w_y w_y']$$
$$g_{\alpha\beta} = 4\frac{\lambda_\beta^-}{v_{T\beta}}\frac{n_\alpha}{n_\beta}M_\alpha\{M_\beta^{1/2}\omega_{\alpha\beta}[t_x w_y(w_y - w_y')] + $$
$$+ M_\alpha^{1/2}\omega_{\alpha\beta}[w_x w_y(w_y - w_y')]\}$$
$$h_{\alpha\beta} = 4\frac{\lambda_\beta^-}{v_{T\beta}}M_\alpha^{1/2}M_\beta^{1/2}\{M_\alpha^{1/2}\omega_{\alpha\beta}[t_x w_y(w_y - w_y')]\}$$
$$h_\alpha = 4\frac{\lambda_\alpha^-}{v_{T\alpha}}\sum_\beta\{-M_\alpha^{1/2}\omega_{\alpha\beta}[t_x w_y w_y'] + M_\beta^{1/2}\omega_{\alpha\beta}[w_y(w_x w_y - w_x' w_y')]\}$$

Здесь $\omega_{\alpha\beta}[\varphi]$ представляет собой функционал, определяемый формулой
$$w_{\alpha\beta}[\varphi(\mathbf{t}, \mathbf{w}, \mathbf{w}')] = \frac{n_\beta}{(\pi v_{T\alpha} v_{T\beta})^3}\iint d\mathbf{t}d\mathbf{w}d\Omega\sigma_{\alpha\beta}(w, \vartheta)\times$$

$$\times\, w \operatorname{sign} v_{\alpha x} \exp\left\{-\frac{t^2}{v_0^2}-\frac{w^2}{v^2}\right\}\varphi\left(\frac{\mathbf{t}}{v_0},\frac{\mathbf{w}}{v},\frac{\mathbf{w}'}{v}\right)$$

$$\mathbf{v}_{\alpha x}=\mathbf{t}_x-M_\beta \mathbf{w}_x,\quad v_0^2=v_{T\alpha}^2 v_{T\beta}^2 / v^2,\quad v^2=v_{T\alpha}^2+v_{T\beta}^2$$

$$v_{T\alpha}^2=2T / m_\alpha,\quad M_\alpha=m_\alpha / (m_\alpha+m_\beta)$$

где $\sigma_{\alpha\beta}(w,\vartheta)$ — дифференциальное сечение рассеяния, $d\Omega$ — элемент телесного угла. Значения $a_{\alpha\beta}$, λ_α^-, μ_α^- приводятся в [9].

Интеграл упругих соударений сохраняет количество, общий импульс и энергию молекул. Поэтому при разложении интеграла соударений по полиномам Эрмита — Чебышева в рамках обычного метода моментов обращаются в нуль коэффициенты при многочленах нулевого, трех первых и второго порядка. При разложении интеграла соударений в рамках полупространственных моментов условие сохранения количества частиц, общего импульса и энергии требует, вообще говоря, обращения в нуль бесконечных рядов из коэффициентов при полиномах. Условие сохранения интегралом соударений y-составляющей импульса для конечного разложения (1.2) определяется соотношением

$$\left(\sum_\beta g_{\beta\alpha}+g_\alpha\right)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}(\mu_\alpha^- n_\alpha T)^{-1} \tag{2.2}$$

Значения величин g_α, $g_{\beta\alpha}$, μ_α^- зависят от закона взаимодействия между молекулами, вследствие чего (2.2) для разных законов взаимодействия удовлетворяется с разной точностью.

Аналогичное положение, например, возникает при решении уравнения первого приближения в рамках метода Чепмена—Энскога. При этом, представив функцию распределения конечным рядом, ограничиваются конечным разложением интеграла соударения по полиномам. Однако последнее выполняется лишь с конечной точностью. Так, для максвелловских молекул при конечном разложении функции распределения имеем представление интеграла соударений в виде конечного ряда по полиномам. При произвольном законе соударений ограничиваются также конечным разложением. Причем первый отброшенный член мал. Так, для твердых шариков он составляет $1/_{20}$.

Аналогично для максвелловских молекул соотношение (2.2) удовлетворяется тождественно. В случае произвольных взаимодействий необходимо учитывать бесконечный ряд для выполнения условия сохранения y-составляющей общего импульса. Однако, если ограничиться конечным разложением (2.2) то первый отброшенный член будет мал. Как и в случае, отмеченном выше, для твердых шариков отброшенный член будет составлять $1/_{20}$. Поэтому целесообразно, чтобы не превосходить точности решения уравнения Больцмана в рамках метода Чепмена—Энскога, ограничиться конечным разложением (1.2).

Законы сохранения количества частиц x- и z-компоненты импульса и энергии для конечного разложения интеграла соударений выполняются автоматически из-за антисимметрии полиномов первого и второго порядков в (1.2) по v_y.

3. Обратимся к скорости скольжения бинарной смеси газа вдоль твердой поверхности при пуазейлевском течении. Для закона частичного отражения молекул от поверхности имеем из (2.1) следующее выражение для скорости скольжения бинарной смеси:

$$u=-\left\{\frac{\delta_1 a}{\delta_1+\Delta}\frac{D_{\alpha\beta}\mu}{pL}[a_p]_1+kw\mu\right\}\frac{\nabla p}{\mu}L \tag{3.1}$$

$$k=1-\frac{Da}{(\delta_1+\Delta)\mu}(w_\alpha^{-1}\mu_\beta-w_\beta^{-1}\mu_\alpha)$$

$$w^{-1} = \sum_\beta w_\beta^{-1}, \quad w_\alpha^{-1} = \sum_\alpha w_{\alpha\beta}^{-1}, \quad \delta_1 = \left(1 + \exp\left\{-\frac{2L}{\lambda}\right\}\right) \times$$
$$\times \left(1 - \exp\left\{-\frac{2L}{\lambda}\right\}\right)^{-1}$$
$$\alpha = -[w_\alpha^{-1}\rho_\beta - w_\beta^{-1}\rho_\alpha]\rho^{-1}, \quad \Delta = Dw(w_{\alpha\alpha}^{-1}w_{\beta\beta}^{-1} - w_{\alpha\beta}^{-1}w_{\beta\alpha}^{-1})$$
$$w_{\alpha\alpha}^{-1} = a_{\alpha\alpha}d_{\alpha\alpha} - a_{\alpha\beta}d_{\beta\alpha}, \quad w_{\alpha\beta}^{-1} = a_{\alpha\beta}d_{\alpha\alpha} - a_{\alpha\alpha}d_{\alpha\beta}$$
$$a_{\alpha\alpha} = \frac{\mu_\alpha^- c_{\alpha\alpha}}{\Delta_d \lambda_\alpha^-}, \quad a_{\alpha\beta} = \frac{\mu_\beta^- c_{\alpha\beta}}{\Delta_d \lambda_\beta^-}, \quad D = \frac{nD_{\alpha\beta}}{n_\alpha n_\beta T\lambda}$$
$$\Delta_d = d_{\alpha\alpha}d_{\beta\beta} - d_{\alpha\beta}d_{\beta\alpha}, \quad c_{\alpha\alpha} = -(g_{\alpha\alpha} + g_\alpha)\delta_\alpha^+, \quad c_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta}\delta_\beta^+$$
$$d_{\alpha\alpha} = \delta_{\varepsilon\alpha}^{-1}\left\{\left(1 + \frac{m_\alpha^\circ}{\sqrt{\pi}}\delta_{\varepsilon\alpha}\right) - \delta_{\varepsilon\alpha}\delta_\alpha^-(h_{\alpha\alpha} - h_\alpha)\right\}, \quad d_{\alpha\beta} = -h_{\alpha\beta}\delta_\alpha^-$$
$$m_\alpha^\circ = \frac{\mu_\alpha^-}{\lambda_\alpha^-}\frac{v_{T\alpha}}{n_\alpha T}, \quad \delta_{\varepsilon\alpha} = \frac{\varepsilon_\alpha}{2 - \varepsilon_\alpha}, \quad \delta_\alpha^\pm = 1 \pm \exp\left\{-\frac{2L}{\lambda_\alpha^-}\right\}$$

Здесь ε_α — парциальный коэффициент аккомодации, $[a_p]_1$ — коэффициент бародиффузии, а λ, λ_α^-, $D_{\alpha\beta}$, μ_α, μ приводятся в [9].

В случае простого газа для $L \gg \lambda$ коэффициенты $[a_p]_1 \equiv 0$, $k = 1$, и формула (3.1) переходит в выражение для скольжения газа вдоль поверхности [14]. При этом структура зависимости коэффициента изотермического скольжения простого газа от коэффициента аккомодации совпадает с соответствующей структурой коэффициента скольжения, полученного в [15]. Для бинарной смеси газа коэффициент k, фигурирующий в выражении (3.1), благодаря наличию в нем второго слагаемого отличен от единицы. Это слагаемое обусловлено учетом вязкого переноса импульса поперек кнудсеновского слоя за счет диффузионной скорости и обращается в нуль для простого газа. На больших расстояниях от поверхности в случае бинарной смеси максвелловского газа представим коэффициент k посредством соотношения

$$k = 1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\sqrt{2}}\frac{(y_\alpha y_\beta)^{3/2}}{d\sqrt{\pi}}\left\{\frac{2}{(2-\varepsilon)d}\frac{\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta} + \right.$$
$$\left. + \left(1 + \frac{\delta_\varepsilon}{d\sqrt{\pi}}\right)x_\alpha + \frac{4}{3}z_\alpha\right\}\left\{\left(1 - \frac{\delta_\varepsilon}{2\sqrt{\pi}d}\right)x_\alpha - \frac{3}{4}z_\alpha\right\}$$
$$x_\alpha = \frac{m_\alpha - m_\beta}{m_\alpha + m_\beta}, \quad z_\alpha = 2\frac{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}$$
$$|\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta| \ll (\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta)/2 = \varepsilon, \quad d_{\alpha\alpha} = d_{\beta\beta} = d$$

Подставляя это выражение в (3.1), получим, что вклад в величину скорости скольжения за счет переноса вязкого импульса поперек кнудсеновского слоя диффузионными скоростями определяется квадратичной формой относительно x_α, z_α $(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta)$. Например, для $m_\alpha \gg m_\beta$, $\sigma_\alpha \gg \sigma_\beta$, $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = 1$, $y_\alpha = y_\beta = 1/2$ за счет диффузионного переноса коэффициент скольжения уменьшается на 20%.

Появление первого члена в выражении для скольжения (3.1) определяется наличием в системе бародиффузии. По величине он одного порядка с диффузионным скольжением, имеющим место в системе с градиентом концентрации [8,9]. Вместе с тем вклад первого члена в выражение (3.1) мал в $\mathrm{Kn} = \lambda / L$ раз по сравнению со вторым членом.

Отметим, что на больших расстояниях от поверхности вне кнудсеновского слоя величины u_α^- и $\sigma_{\alpha xy}^-$ стремятся к нулю, и система уравнений переноса (2.1) переходит в систему уравнений Навье — Стокса для смеси газов, а кнудсеновская функция распределения — в функцию Чепмена — Энскога.

Автор благодарит В. В. Струминского за интерес к работе.

Поступила 11 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Maxwell J. C.* Collected works, New York, 1953.
2. *Gross E. P., Jackson E. A., Ziering S.* Boundary value problems in kinetic theory of gases. Ann. Phys., 1957, vol. 1, No. 2, p. 147—167.
3. *Ивченко И. Н., Яламов Ю. И.* Тепловое скольжение неоднородно нагретого газа вдоль твердой плоской поверхности. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 6.
4. *Суетин П. Е., Породнов Б. Т.* Кинетическая теория движения газа между двумя параллельными плоскостями при любых числах Кнудсена Ж. техн. физ., 1967, т. 37, вып. 1.
5. *Баканов С. П. Дерягин Б. В.* К вопросу о состоянии газа, движущегося вблизи твердой поверхности. Докл. АН СССР, 1961, т. 139, № 1.
6. *Кузнецов М. М.* Об аналитическом решении уравнения Больцмана в кнудсеновском слое, ПМТФ, 1971, № 4.
7. *Горелов С. Л., Коган М. Н.* Решение линейных задач динамики разреженного газа методом Монте-Карло. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 6.
8. *Brock J. R.* Forces an aerosols in gas mixtures. J. Colloid Sci., 1963, vol. 18, No. 6, p. 489—501.
9. *Маркеев Б. М.* О диффузионном скольжении бинарной газовой смеси. ПММ, 1975, т. 39, вып. 3.
10. *Loyalka S. K.* Velosity slip coefficient and the diffusion slip velocity for a multicomponent gas mixture. Phys. Fluids, 1971, vol. 14, No. 12, p. 2599—2604.
11. *Маркеев Б. М.* К вопросу о вязком переносе импульса в газовой смеси. Ж. техн. физ., 1974, т. 44, вып. 7.
12. *Кучеров Р. Я., Рикенглаз Л. Э.* Скольжение и температурный скачок на границе газовой смеси. ЖЭТФ, 1959, т. 36, вып. 6.
13. *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. М., «Наука», 1971.
14. *Маркеев Б. М.* Об одном методе исследования скольжения газа вдоль твердой поверхности. Ж. техн. физ. 1974, т. 44, № 5.
15. *Абрамов Ю. Ю.* Приближенный метод решения кинетического уравнения вблизи границы I. Скольжение. Теплофизика высоких температур, 1970 т. 8, № 4.