Последнее условие (2.1) приводится к виду

$$f_1(\theta) f_2(\theta) \sin^4 \frac{\theta}{2} \neq 0, \quad f_2(\theta) = N_2 \sin^4 \frac{\theta}{2} + N_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + N_0 \tag{2.5}$$

Постоянные N_0, N_1, N_2 — также известные величины. Условие (2.5) нарушается в конечном числе точек: при $\theta = 0$, а также в точках, которые находятся из уравнения

$$f_1(\theta) f_2(\theta) = 0$$

Итак, показано, что в рассматриваемом случае задача о движении твердого тела вокруг закрепленной точки в поле притяжения двух неподвижных центров допускает семейство периодических решений Пуанкаре. В порождающем решении произвольно выбираются: G — величина вектора $\mathbf{G}$, L — величина проекции вектора $\mathbf{G}$ на ось тела $O_1\zeta$, значение элемента l_0 и начальный момент времени.

Поступила 14 IX 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Andoyer M. H.* Cors de mecanique celest. Paris, 1923, t. 1.
2. *Баркин Ю. В.* Уравнения возмущенного вращательного движения твердого тела относительно центра масс. Вестн. МГУ. Сер. физ., астрон., 1975, вып. 1.
3. *Пуанкаре А.* Избранные тр., т. 1. М., «Наука», 1971.
4. *Аксенов Е. П., Гребеников Е. А., Демин В. Г.* Общее решение задачи о движении искусственного спутника в нормальном поле притяжения Земли. В сб.: Искусственные спутники Земли, вып. 8. М., Изд-во АН СССР, 1961.
5. *Демин В. Г.* Движение искусственного спутника в нецентральном поле тяготения. М., «Наука», 1968.

УДК 531.55 : 521.1

КАЧЕСТВЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКА СФЕРОИДАЛЬНОЙ ПЛАНЕТЫ

М. Х. Хасанова

(Душанбе)

Проводится качественное исследование движения искусственных спутников Земли в нецентральном осесимметричном поле тяготения (с точностью до четвертой зональной гармоники).

Принимая во внимание, что геоцентрическая долгота спутника является циклической координатой и применяя метод Рауса игнорирования циклических координат, запишем уравнения движения спутника

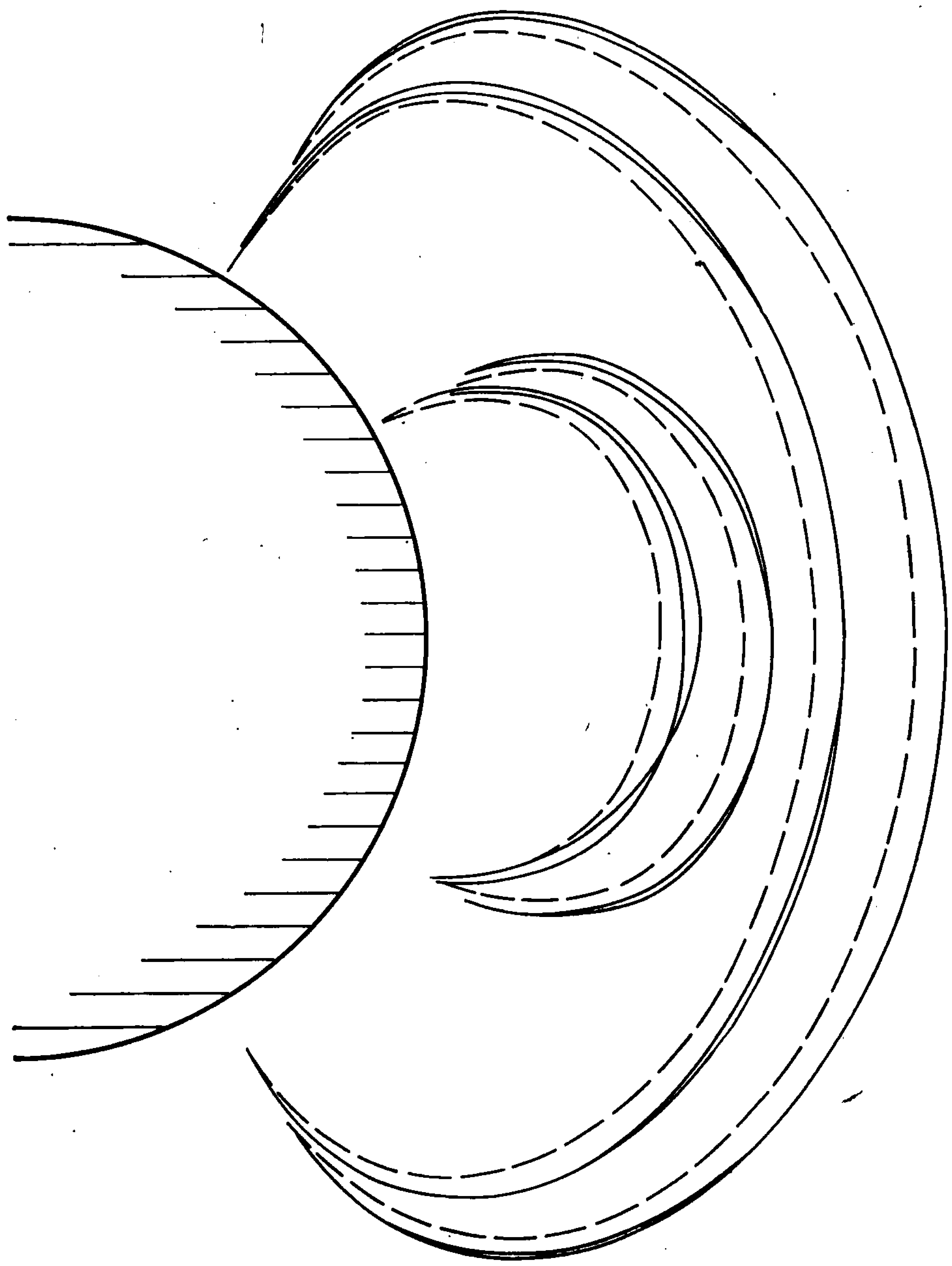
$$\rho^{\cdot\cdot} = dW / d\rho, \quad z^{\cdot\cdot} = dW / dz, \quad W = U - {}^1/_2\, C^2 / \rho^2,$$

Здесь ρ и z — цилиндрические координаты, U — гравитационный потенциал Земли [1], C — постоянная интеграла площадей, соответствующего циклической координате.

Прежде всего исследуем области возможности движения спутника, границами которых служит поверхность Хилла

$$W(\rho, z) + h = 0 \tag{1}$$

что очевидным образом вытекает из интеграла живых сил $v^2 = 2(W + h)$ из условия неотрицательности квадрата скорости спутника.



Фиг. 1

Подставляя в (1) вместо силовой функции выражение [1]

$$\frac{fM}{r}\left[1-\sum_{k=2}^{\infty} I_k\left(\frac{R}{r}\right)^k P_k(\sin\varphi)\right]$$

в котором f — гравитационная постоянная, M — масса Земли, R — ее средний экваториальный радиус, r — геоцентрическое расстояние спутника, I_k — безразмерные постоянные, зависящие от распределения масс Земли, $P_k(\sin\varphi)$ — полиномы Лежандра, φ — геоцентрическая широта, получим при $I_k = 0$ уравнение поверхности Хилла в следующей форме (i — угол наклона орбиты спутника к плоскости экватора Земли):

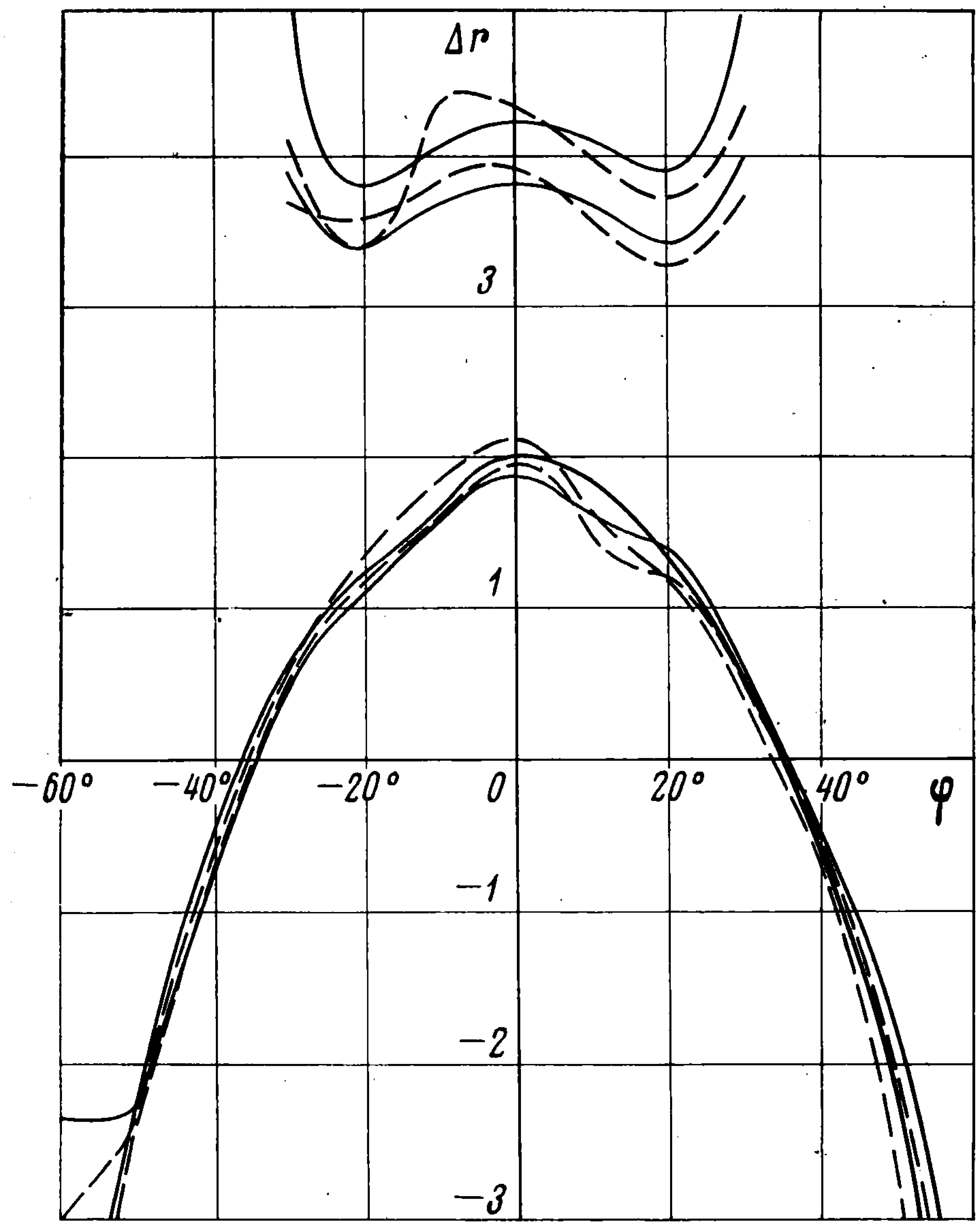
$$r_0 = a(1 \mp \sqrt{1-\cos^2 i\sec^2\varphi}), \qquad \cos i = \frac{c\sqrt{-2h}}{fM}$$

$$\left(h = -\frac{fM}{2a} < 0\right)$$

Если $I_k \neq 0$, то, придавая I_k нужные значения, получим области возможности движения, по которым можно судить о влиянии сжатия Земли на свойства движения спутника.

Сохраняя в гравитационном потенциале Земли только вторую зональную гармонику, получим уравнение поверхности Хилла в виде

$$r = r_0 + r_1 I_2 + r_2 I_2^2 + \ldots$$



Фиг. 2

Полагая $I_3 = \alpha I_2^2$, $I_4 = \beta I_2^2$, будем искать решения предыдущего уравнения в виде ряда по степеням малого параметра I_2.

Получим уравнения поверхности Хилла в следующем виде:

$$r_0 - r_1 I_2 - r_2 I_2^2 + \left[\frac{R^3 (5\sin^2\varphi - 3)\sin 2\varphi - \cos\varphi}{4r_0 a S(i,\varphi)}\right] I_3 +$$

$$+ \left\{\frac{R^4 [5\sin^2\varphi (7\sin^2\varphi - 6) + 3]\cos^2\varphi}{8a^3 S(i,\varphi)}\right\} I_4 = 0$$

$$r_1 = \frac{R^2 (3\sin^2\varphi - 1)\cos^2\varphi}{2aS(i,\varphi)}$$

$$r_2 = \frac{r_1^2}{2r_0}\left[6 + \frac{2b\cos^2\varphi - 3(1-e^2)\cos^2 i}{S(i,\varphi)}\right]$$

$$C^2 = f\mu a(1-e^2)\cos^2 i,\quad b = r_0/a,\quad S(i,\varphi) = [(1-e^2)\cos^2 i - b\cos^2\varphi]$$

Изучим влияние второй зональной гармоники и совокупный эффект первых трех зональных гармоник. Рассмотрим следующие величины:

$$\Delta r' = r_1 I_2,\quad \Delta r'' = r_1 I_2 + r_2 I_2^2 + \dots$$

Для оценки влияния сжатия Земли на области возможности движения спутника были использованы следующие зональные гармоники: I_2, I_3, I_4 [2]. Расчеты проводились для высот полета от 200 до 1000 *км* с шагом 100 *км* на ЭВМ Минск-22. Область возможности движения была рассмотрена для разных углов наклона орбиты спутника к экваториальной плоскости от 0° до 180° с шагом 30° и для разных значений e оскулирующего эксцентриситета спутника (e = 0, 0.2). О возмущающем характере зональных гармоник различного порядка можно судить по форме области возможности движения.

На фиг. 1 в полярной системе координат r, φ приведены области возможности движения спутника для $e = 0.2$, $i = 30°$, $60°$ и для высот полета 200 *км*, 1000 *км*.

Пунктирная линия дает кривую Хилла в случае кеплеровского движения, а сплошная линия соответствует возмущенному движению. На фиг. 2 даны графики приращения радиус-вектора граничной поверхности Хилла, обусловленные сплюснутостью Земли.

Пунктирная линия на фиг. 2 определяет $\Delta r'$, сплошная линия — $\Delta r''$.

Поступила 20 V 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абалакин В. К., Аксенов Е. П., Гребеников Е. А., Рябов Ю. А.* Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М., «Наука», 1971.
2. *Kozai Y.* The potential of the earth derived from satellite motions. In: Dynamics satellites. Sympos, Paris, 1962, Berlin, Springer-Verlag, 1963, p. 65.

УДК 531.36

О СТАБИЛИЗАЦИИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Н. Г. Апыхтин, А. А. Пионтковский, Т. М. Чихладзе

(Москва, Тбилиси)

Методом векторной функции Ляпунова получены достаточные условия устойчивости «в большом» равновесного относительно центра масс положения управляемого твердого тела и определенного направления вектора скорости центра масс.

Рассмотрим твердое тело m с главными центральными моментами инерции A, B, C, которое перемещается в атмосфере. Пусть v — скорость центра масс тела, а p, q, r — проекции мгновенной угловой скорости вращения тела на главные центральные оси инерции C_x, C_y и C_z соответственно. Тогда динамические уравнения поступательно-вращательного движения твердого тела, записанные в проекциях на эти оси, имеют следующий вид:

$$m\,(v_x^{\cdot} + qv_z - rv_y) = \Sigma F_{ix} \quad (xyz,\ pqr) \tag{1}$$
$$Ap^{\cdot} + (C - B)qr = \Sigma M_{ix} \quad (xyz,\ pqr,\ ABC)$$

Здесь в правых частях стоят суммарные проекции сил и моментов на главные центральные оси инерции твердого тела; символы в скобках указывают, что остальные уравнения получаются круговой перестановкой. На твердое тело действуют следующие силы: сила тяги, определенная режимом работы двигателя, скоростью движения центра масс и характеристиками среды; сила тяжести, аэродинамические силы, которые зависят от геометрии тела и кинематических параметров его движения: скорости центра масс, углов атаки α и скольжения β; а также управляющие силы, создаваемые управляющими органами (отклонением поверхностей управления от некоторого положения на углы δ_x, δ_y и δ_z [1, 2]).

Главный момент внешних сил, действующих на твердое тело, состоит из статического момента, зависящего от положения осей инерции относительно вектора скорости центра масс (углов α и β), демпфирующего аэродинамического момента, зависящего от угловой скорости вращения тела (p, q, r, $\alpha^{\cdot}$, $\beta^{\cdot}$), и управляющего момента, создаваемого рулевыми органами (δ_x, δ_y, δ_z) [1, 2]. Кроме того, все перечисленные моменты зависят от режима полета (скорости центра масс, состояния атмосферы на данной высоте).