

О ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОГО ГАЗА В СЛОЕ С ГИБКОЙ ГРАНИЦЕЙ

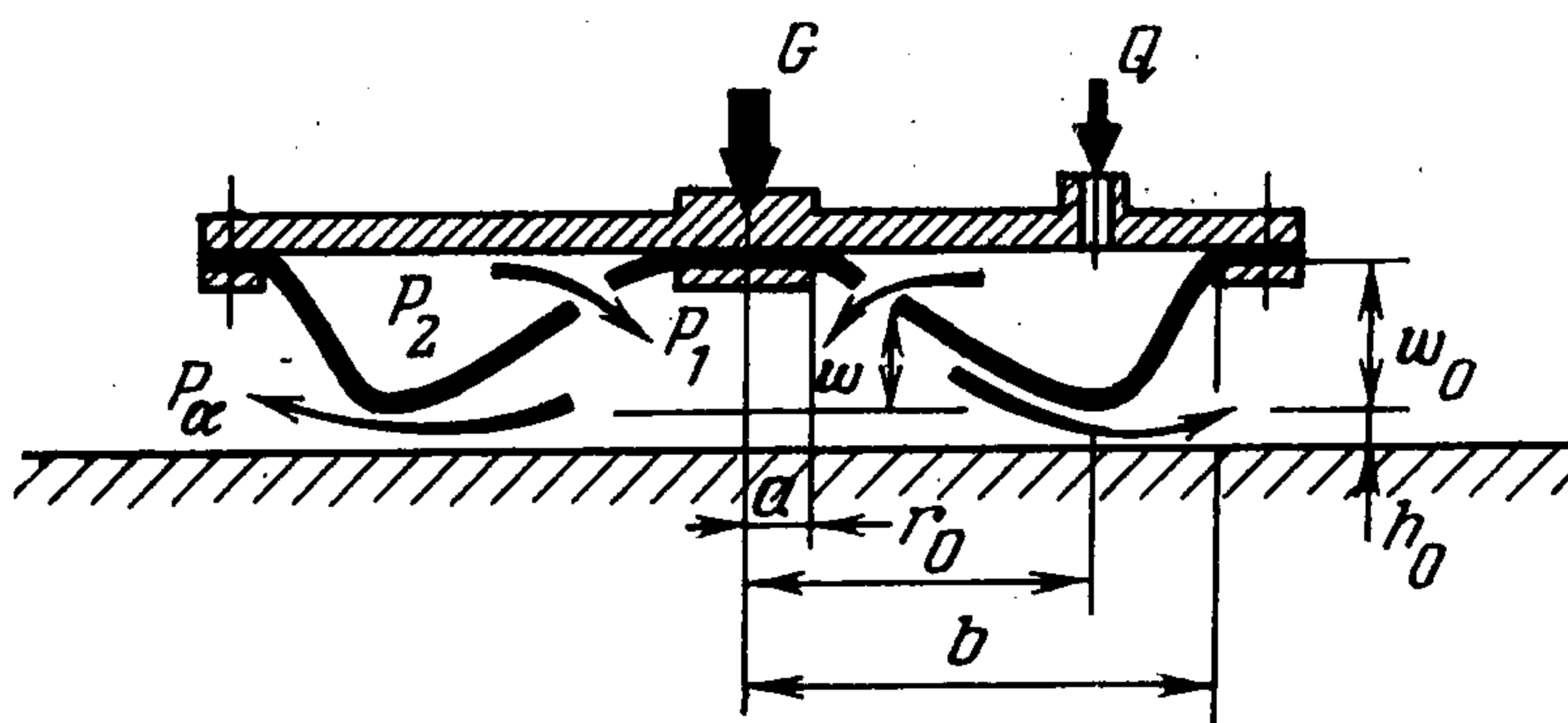
В. Г. Дворянинов, Н. Р. Сибгатуллин, Н. А. Слезкин

(Москва)

Рассматривается задача об осесимметричном течении воздуха между плоской стенкой и гибкой кольцевой мембраной. Используются приближенные уравнения Рейнольдса для течения несжимаемой смазки и уравнения безмоментной теории больших прогибов пластинки. Система двух нелинейных дифференциальных уравнений решается методом внешних и внутренних разложений. Устанавливается формула для величины наименьшего кольцевого зазора. Внешняя задача сводится к вариационной и ее решение проводится с помощью полиномов Лежандра. Проводится сопоставление результатов расчета с результатами специально проведенных экспериментов.

Полученные результаты могут быть полезными при анализе работы аппаратов на воздушной подушке, предназначенных для внутрицеховой транспортировки тяжелых изделий, когда верхней границей подушки служит гибкая диафрагма.

1. Схема аэростатической опоры (АО) представлена на фиг. 1. К нижней стороне диска в его центральной части прижимной шайбой радиуса a крепится эластичная диафрагма, закрепленная по периферии прижимным кольцом с радиусом b . В недеформированном состоянии диафрагма прижата к диску. Сжатый воздух от внешней пневмосети через специальный



Фиг. 1

жиклер поступает через центральное отверстие и через ряд отверстий в диафрагме в пространство между опорной плоскостью и диафрагмой, условно называемое «воздушной подушкой». Пространство между торцом диска и диафрагмой будем называть баллоном. В него поступает воздух из внешней пневмосети через другие отверстия. Когда результирующая сил давления в слое воздушной подушки превысит нагрузку на корпус АО, произойдет всплытие платформы с диском и подводимый воздух будет вытекать в атмосферу через образовавшийся круговой зазор между диафрагмой и опорной плоскостью (см., например, [1]).

При течении воздуха в слое воздушной подушки на диафрагме и опорной плоскости формируются пограничные слои, которые смыкаются вблизи минимального зазора, величина которого составляет 0.1 мм. Для течения газа вблизи минимального зазора $r = r_0$ можно использовать уравнения Рейнольдса для осесимметричного течения несжимаемой жидкости, которые при осредненном учете слагаемых от ускорения приводятся к следующему уравнению для перепада давления:

$$(1.1) \quad \frac{dp}{dr} = -\frac{12\mu v}{h^2} - \rho \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{3}{5} v^2 \right), \quad v = \frac{Q}{2\pi r h}$$

где μ — коэффициент динамической вязкости, v — средняя скорость, связанная с расходом Q и переменной толщиной слоя h

Осевые смещения точек гибкой границы w будут не малыми по сравнению с толщиной диафрагмы δ , поэтому необходимо воспользоваться теорией больших прогибов пластинки, развитой С. П. Тимошенко [2]. В дальнейшем будет использоваться упрощенная теория больших прогибов пластинки в предположении, что можно пренебрегать действием изгибающих моментов M_r и M_t и действием сил вязкости на диафрагму от течения воздуха в слое воздушной подушки. При этих предположениях уравнения равновесия сил, действующих на единицу длины кривой меридионального сечения деформированной поверхности пластинки, сведутся к одному уравнению для радиального натяжения I

$$(1.2) \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r N_r \frac{dw}{dr} \right) = p - p_2$$

где p — давление в воздушной подушке с нижней стороны диафрагмы, p_2 — давление в баллоне с верхней стороны диафрагмы.

Из соотношений закона Гука и уравнения равновесия, связывающего широтное растяжение с радиальным, можно получить следующее дифференциальное уравнение:

$$(1.3) \quad \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r^2 N_r) \right] + \frac{1}{2} \frac{E\delta}{r} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2 = 0$$

В статье [3] численно интегрировались уравнения (1.1) и (1.2), но вместо уравнения (1.3) принято предположение о постоянстве радиального натяжения на всем протяжении воздушной подушки и были использованы экспериментальные данные для прогиба диафрагмы и ее наклона в промежуточной точке r ($a < r < r_0$).

Далее не используются какие-либо экспериментальные данные и рассматриваются все три уравнения с помощью метода, аналогичного методу внешних и внутренних разложений. При внешнем разложении за малый параметр принимается толщина слоя воздушной подушки вблизи минимального кругового зазора, в малой окрестности которого происходит резкое падение давления до атмосферного p_a . В первом приближении давление принимается кусочно-постоянным, радиус r_0 , при котором происходит скачок давлений, заранее неизвестен. Из уравнений (1.2) и (1.3) определяются форма диафрагмы и возникающие натяжения с по-

мощью граничных условий заземления

$$(1.4) \quad w = 0 \quad \text{при} \quad r = a, \quad r = b$$

и условия отсутствия широтных деформаций на границах заземления

$$(1.5) \quad d/dr (rN_r) - \nu N_r = 0 \quad \text{при} \quad r = a, \quad r = b$$

где ν — коэффициент Пуассона.

При внутреннем разложении протяженность слоя вблизи минимального кольцевого зазора «растягивается» и принимается предположение о слабом относительном изменении натяжения N_r и радиуса r .

2. Поскольку в слое вблизи минимального зазора происходит резкое изменение давления, а относительные изменения натяжения N_r и радиуса r малы, то эти две величины в уравнении (1.2) в первом приближении можно заменить через N_0 и r_0 соответственно. Дифференцируя уравнение (1.2) после указанной замены и используя уравнение (1.1), получим следующее дифференциальное уравнение третьего порядка:

$$(2.1) \quad \frac{d^3y}{dx^3} = \frac{1}{y^3} + A \frac{d}{dx} \frac{1}{y^2}, \quad A = \frac{\rho}{40\pi} \left[\frac{6Q^4}{h_0 N_0 \pi r_0^4 \mu^2} \right]^{1/3}$$

$$y = \frac{h}{h_0}, \quad x = \frac{r - r_0}{\lambda}, \quad \lambda^3 = \frac{\pi r_0 N_0 h_0^4}{6\mu Q}$$

При этом было использовано соотношение

$$h + w = H = \text{const} \approx H - h_0$$

где H — высота всплытия платформы, а h_0 — толщина слоя на окружности минимального зазора.

Для характерных параметров АО значение коэффициента A изменяется в пределах от 0.2 до 0.4. Поэтому уравнение (2.3) можно решать методом последовательных приближений по параметру A . Уравнение первого приближения (при $A = 0$) можно привести к уравнению первого порядка с помощью двух последовательных замен. Полагаем

$$(2.2) \quad dy/dx = c(y) y^{-1/3}$$

Тогда имеем

$$(2.3) \quad \frac{d^2y}{dx^2} = cy^{-1/3} \left[y^{-1/3} \frac{dc}{dy} - \frac{1}{3} cy^{-4/3} \right] = \chi y^{-5/3}$$

$$\chi(c) = yc \frac{dc}{dy} - \frac{1}{3} c^2$$

Используя (2.2), (2.3), получим следующее уравнение первого порядка:

$$(2.4) \quad \frac{d\chi}{dc} = \frac{3 + 5c\chi}{3\chi + c^2}$$

Поле интегральных кривых уравнения (2.4) представлено на фиг. 2. Разделяющая кривая LM на фиг. 2 соответствует случаю, в котором при $x \rightarrow -\infty$ разность давлений в подушке p_1 и баллоне p_2 обращается в нуль. Кривые выше LM отвечают случаям $(p_2 - p_1) > 0$. Кривые, расположенные ниже LM , «наматываются» на фокус K . Такое поведение интегральных кривых указывает на то, что режим $p_2 - p_1 = 0$ не является

устойчивым, так как в малой окрестности этого режима образуются точки перегиба кривой меридионального сечения диафрагмы, в которых $d^2y/dx^2 = 0$ или $\chi = 0$.

Кривые выше LM имеют при $c \rightarrow \pm \infty$ асимптотику вида

$$(2.5) \quad \chi = \frac{1}{2} c^2 + Bc^{4/3} + \frac{4}{5} B^2 c^{-2/3} - \frac{2}{3c}$$

Кривая LM при $c \rightarrow -\infty$ имеет асимптотику

$$\chi = -\frac{1}{2c} \left(1 + \frac{1}{6c^3} + \frac{5}{48c^6} + \dots \right)$$

Обращая разложение, получаем

$$(2.6) \quad c \approx -\frac{1}{2\chi} \left(1 - \frac{3}{4} \chi^3 + \dots \right)$$

На основании обозначений, приведенных в скобках в (2.1), имеем следующие условия для функции y :

$$(2.7) \quad dy/dx = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, \quad y = 1$$

или

$$c = 0 \quad \text{при} \quad y = 1$$

Границы рассматриваемого вязкого слоя соответствуют бесконечно большим значениям внутренней переменной x . На основании уравнения (1.2) и указанных выше обозначений имеем следующую асимптотику:

$$(2.8) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{p_2 - p_1}{N_0 h_0} \lambda^2, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{p_2 - p_a}{N_0 h_0} \lambda^2$$

Уравнение (2.1) имеет третий порядок, а количество граничных условий (2.7) и (2.8) равно четырем. Поэтому эти условия, вообще говоря, несовместимы, за исключением случая, когда коэффициент $h_0 N_0 \lambda^{-2}$ примет определенное значение, зависящее от отношения $(p_2 - p_1)(p_2 - p_a)^{-1}$. При установлении этого исключительного значения указанного коэффициента будет установлена искомая зависимость минимального зазора от параметров АО.

Из последнего равенства (2.3) имеем

$$dy/dc = 3cy (3\chi + c^2)^{-1}$$

При учете условий (2.7) получим

$$(2.9) \quad \ln y = \int_0^c 3c (3\chi + c^2)^{-1} dc$$

Чтобы воспользоваться зависимостью (2.9), необходимо иметь разложение функции χ для малых значений c . Такое разложение получим, если представим χ в виде ряда по положительным степеням c и определим коэффициенты этого ряда при его подстановке в уравнение (2.4). Получим следующий ряд:

$$(2.10) \quad \chi = \chi_0 + \frac{c}{\chi_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{\chi_0^3} \right) c^2 + \frac{1}{2} \left(-\frac{7}{9} \frac{1}{\chi_0^2} + \frac{1}{\chi_0^5} \right) c^3 + \dots$$

Если асимптотическое разложение (2.6) с некоторой погрешностью продолжить до $c \rightarrow -0$, то получим $\chi_0^3 \approx 4/3$. С помощью равенства (2.9)

и асимптотик (2.5) можно провести дальнейшие вычисления и получить

$$(2.11) \quad \begin{aligned} \frac{dy}{dx} &\rightarrow 1, \quad \frac{d^2y}{dx^2} \approx \frac{1}{2y^2} \rightarrow 0 \quad \text{при } x \rightarrow -\infty \\ \frac{d^2y}{dx^2} &\approx 1.9 \left(1 - \frac{0.075}{y^{5/2}}\right) \quad \text{при } x \rightarrow +\infty \end{aligned}$$

Из предельных равенств (2.11) и уравнения (1.3) находим выражение для перепада давления в вязком слое

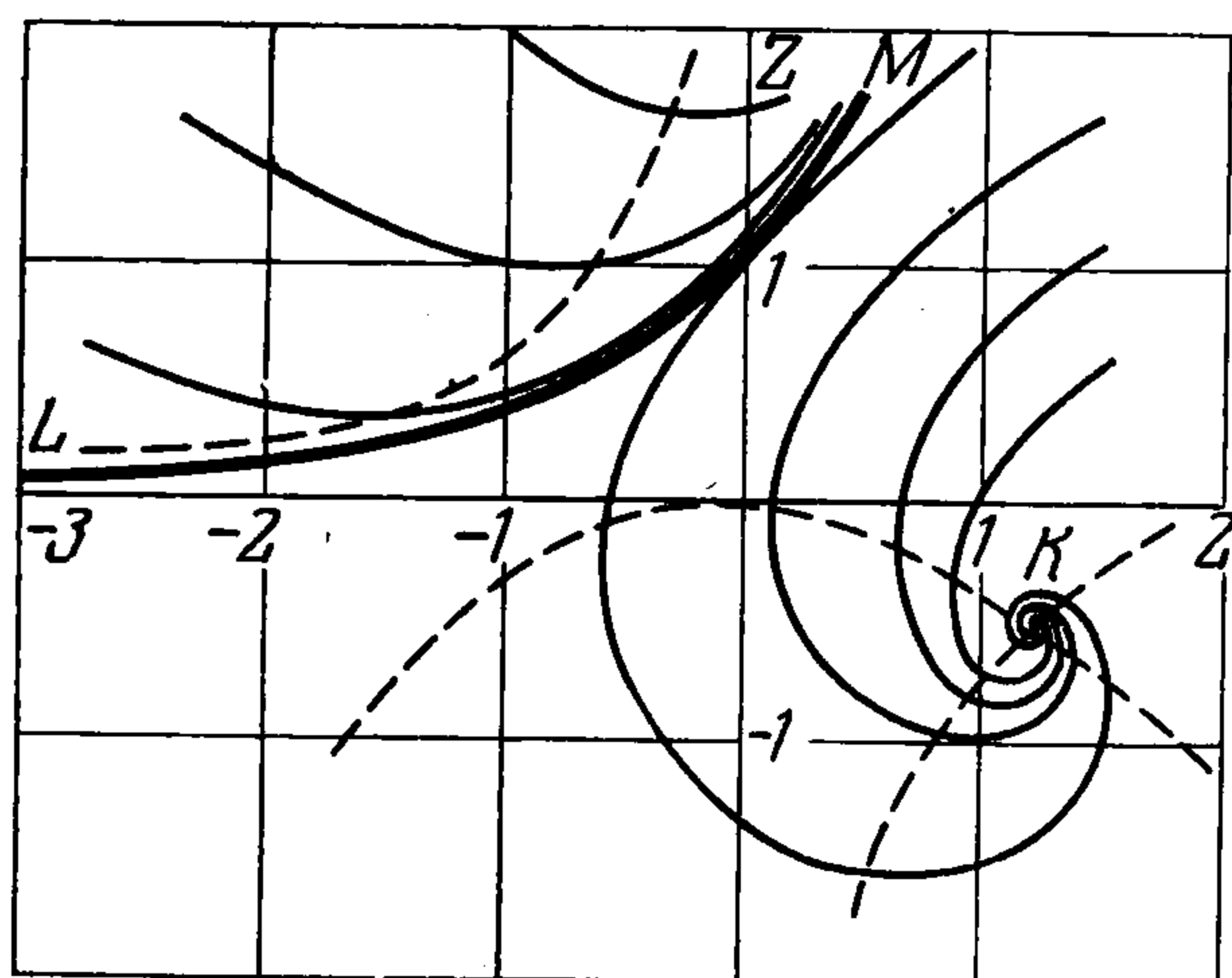
$$\Delta p = p_1 - p_a = 1.9h_0N_0\lambda^{-2}$$

откуда получим

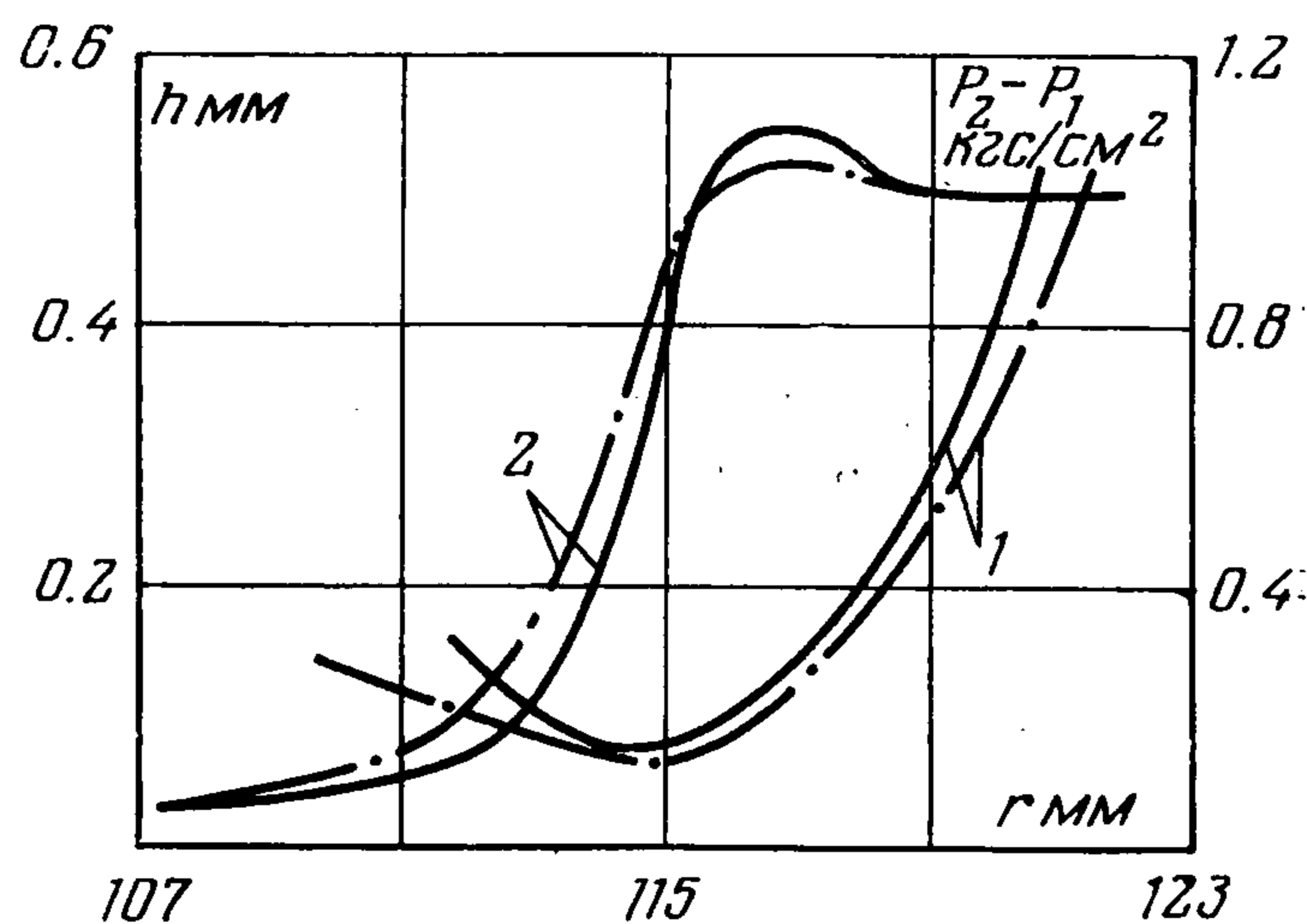
$$(2.12) \quad h_0 = 1.9 \left(\frac{\mu Q}{r_0}\right)^{2/5} \left[\frac{N_0}{(\Delta p)^3}\right]^{1/5}$$

Численное интегрирование уравнения (2.1) при $A = 0.3$ приводит к незначительному отличию: вместо коэффициента 1.9 в формуле (2.12) получим коэффициент 1.79.

На фиг. 3 штрихпунктирной линией нанесены теоретические графики распределения давления (кривая 2) и профиля диафрагмы вблизи минимального зазора (кривая 1). Сплошной линией нанесены соответствующие экспериментальные кривые. Видно, что расчетные зависимости удовлетворительно согласуются с результатами эксперимента.



Фиг. 2



Фиг. 3

Грузоподъемность G аэростатической опоры связана с давлением в подушке соотношением

$$G = \pi r_0^2 (p_1 - p_a)$$

Ниже показано, что натяжение N_0 связано с нагрузкой зависимостью

$$N_0 = n \left(\frac{G^2 E \delta}{b^2}\right)^{1/3}$$

где коэффициент n меняется от 0.15 до 0.11 при изменении a/b (отношения внутреннего радиуса к внешнему) от 0.2 до 0.3.

Формула для определения минимального зазора приобретает вид

$$(2.13) \quad \frac{h_0}{r_0} = 3.6 \left[\frac{\mu^2 Q^4}{G^3 r_0} \left(\frac{G^2 E \delta}{b^2}\right)^{1/3}\right]^{1/5}$$

Эта формула позволяет установить возможность использования аэро-статических опор при заданной степени шероховатости пола.

На фиг. 4 приведены графики теоретических и экспериментальных значений расхода Q (кривые 4—6) и нагрузки G (кривые 1—3) для опоры с параметрами: $b = 302$ мм и $a/b = 0.141$.

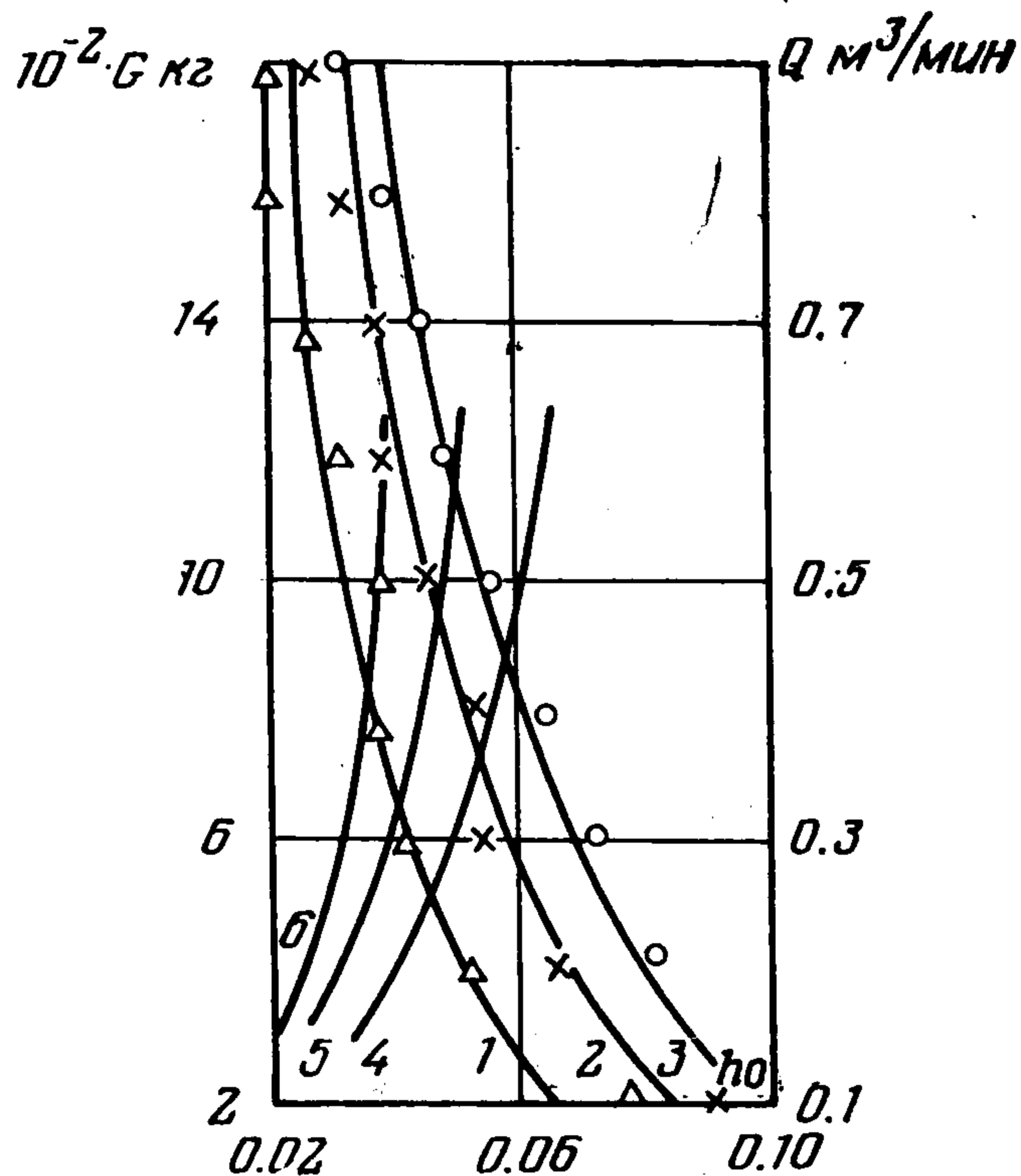
3. Для определения формы гибкой границы слоя воздушной подушки во внешней части окрестности вблизи минимального зазора принимаем давление кусочно-постоянным: при изменении r от a до r_0 оно равно p_1 , а при изменении r от r_0 до b давление равно атмосферному p_a . При этом $p_1 = p_2$ и действие сил вязкости на диафрагму не учитывается.

Вводим новые переменные

$$(3.1) \quad \frac{w}{\sqrt{b^2 - a^2}} = W$$

$$\frac{2(r^2 - a^2)}{b^2 - a^2} - 1 = z$$

$$\frac{2r^2 N_r}{E\delta(b^2 - a^2)} = N, \quad \eta = \frac{b^2}{b^2 - a^2}$$



Фиг. 4

Уравнения (1.2) и (1.4) и граничные условия (1.5) принимают вид

$$(3.2) \quad \frac{d}{dz} \left(N \frac{dW}{dz} \right) = -Aq, \quad A = \frac{(p_2 - p_a) \sqrt{b^2 - a^2}}{8E\delta}, \quad q = \frac{p_1 - p}{p_2 - p_a}$$

$$(3.3) \quad \frac{d^2 N}{dz^2} + \left(\frac{dW}{dz} \right)^2 = 0$$

$$(3.4) \quad 4(\eta - 1) \frac{dN}{dz} = (1 + \nu) N \quad \text{при } z = -1$$

$$(3.5) \quad 4\eta \frac{dN}{dz} = (1 + \nu) N \quad \text{при } z = +1$$

Разрешая уравнение (3.3) относительно N с учетом граничных условий (3.4) и (3.5), получим

$$(3.6) \quad (1 - \nu^2) N = - (1 - \nu^2) \int_{-1}^z (z - z') \left(\frac{dW}{dz'} \right)^2 dz' +$$

$$+ [4(\eta - 1) + (1 + \nu)(1 + z)] \left[\left(2\eta - \frac{1 - \nu}{2} \right) \int_{-1}^{+1} \left(\frac{dW}{dz} \right)^2 dz + \right.$$

$$\left. + \frac{1 + \nu}{2} \int_{-1}^{+1} z \left(\frac{dW}{dz} \right)^2 dz \right]$$

Если подставить выражение (3.6) для N в уравнение (3.2), то для dW/dz получим интегральное уравнение.

Имеет место следующая теорема: из всех возможных очертаний больших прогибов кольцевой мембраны с заземленными краями для действи-

тельных прогибов функционал

$$\Phi = J - A \int_{-1}^{+1} qW dz$$

имеет минимум, где

$$(3.7) \quad 4J = \int_{-1}^{+1} \left(2\eta - 1 - \frac{1-\nu}{2} + z \frac{1+\nu}{2} \right) \left(\frac{dW}{dz} \right)^2 dz \times \\ \times \int_{-1}^{+1} \left(2\eta - 1 + \frac{1-\nu}{2} + z \frac{1+\nu}{2} \right) \left(\frac{dW}{dz} \right)^2 dz + \\ + \frac{1-\nu^2}{2} \left\{ \int_{-1}^{+1} \left[\int_{-1}^z \left(\frac{dW}{dz'} \right)^2 z' dz' \right]^2 dz - \left[\int_{-1}^{+1} \left(\frac{dW}{dz} \right)^2 dz \right]^2 + \right. \\ \left. + \int_{-1}^{+1} \left(\frac{dW}{dz} \right)^2 dz \times \int_{-1}^{+1} z \left(\frac{dW}{dz} \right)^2 dz \right\}$$

Приравнявая нулю первую вариацию Φ для произвольных W с интегрируемым квадратом производной, из теоремы можно получить уравнение (3.2), в котором вместо N подставлено выражение (3.6).

Указанная теорема позволяет находить приближенные решения уравнений (3.2) и (3.3) в виде

$$(3.8) \quad \frac{dW}{dz} = \sum_{k=1}^n a_k f_k(z)$$

где система функций $f_k(z)$ считается ортонормированной на отрезке $(-1, +1)$ и при этом $f_0(z) = 2^{-1/2}$.

В силу теоремы дифференциальные уравнения (3.2) и (3.3) эквивалентны бесконечной цепочке алгебраических уравнений

$$(3.9) \quad \frac{\partial J}{\partial a_k} = A \int_{-1}^{+1} q(z) f_k(z) dz, \quad k = 1, 2, \dots$$

В качестве функций $f_k(z)$ выберем нормированные полиномы Лежандра

$$f_k(z) = \sqrt{\frac{2k+1}{2}} P_k(z)$$

и ограничимся в разложении (3.8) двумя первыми членами. Получим

$$(3.10) \quad \frac{dW}{dz} = \sqrt{\frac{3}{2}} sz + \sqrt{\frac{5}{8}} t(3z^2 - 1) \\ W = \frac{z^2 - 1}{2} \left(s \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}} tz \right)$$

После подстановки выражения (3.10) в (3.7) получим

$$(3.11) \quad 4J = \left[\left(2\eta - 1 - \frac{1-\nu}{2} \right) (s^2 + t^2) + 2(1+\nu) \frac{st}{\sqrt{15}} \right] \times \\ \times \left[\left(2\eta - 1 + \frac{1+\nu}{2} \right) (s^2 + t^2) + 2(1+\nu) \frac{st}{\sqrt{15}} \right] + \\ + \frac{1-\nu^2}{2} \left[-\frac{3}{7} (s^2 + t^2) + \frac{4}{7} s^2 t^2 + \frac{4}{231} t^4 \right]$$

Для коэффициентов s и t в соответствии с (3.9) имеем систему уравнений

$$(3.12) \quad \frac{\partial J}{\partial s} = -\sqrt{\frac{3}{2}} A \int_{-1}^{+1} q(z) dz$$

$$(3.13) \quad \frac{\partial J}{\partial t} = -\sqrt{\frac{5}{2}} A \int_{-1}^{+1} q(z) (3z^2 - 1) dz$$

Функции $\partial J / \partial s$ и $\partial J / \partial t$ являются однородными полиномами третьей степени, поэтому отношение $\partial J / \partial s$ к $\partial J / \partial t$ зависит только от отношения $t / s = \gamma$.

Для определения радиуса максимального прогиба z_0 , приравнявая dW / dz нулю, получим

$$(3.14) \quad \sqrt{\frac{3}{2}} z_0 + \sqrt{\frac{5}{8}} (3z_0^2 - 1) \gamma = 0$$

В соответствии с предположением о кусочно-постоянном давлении примем

$$q(z) = \begin{cases} 0, & -1 < z < z_0 \\ 1 & z_0 < z < 1 \end{cases}$$

Поделив (3.13) на (3.12), получим

$$(3.15) \quad [\alpha_1 + 3\alpha_2\gamma + \alpha_3\gamma^2 + \alpha_2\gamma^3] \{[\alpha_1 - 2 \cdot 231^{-1}(1 - \nu^2)]\gamma^3 + \\ + 3\alpha_2\gamma^2 + \alpha_3\gamma + \alpha_2\}^{-1} = 0.485 (1 + z_0)^2 (1 + z_0 / 2)^{-1}$$

$$\alpha_1 = (2\eta - 1)^2 - \left(\frac{1 - \nu}{2}\right)^2 - \frac{3}{14} (1 - \nu^2), \quad \alpha_2 = (1 + \nu)(2\eta - 1) / \sqrt{15}$$

$$\alpha_3 = (2\eta - 1)^2 + \frac{2}{15} (1 + \nu)^2 - \left(\frac{1 - \nu}{2}\right)^2 - \frac{1 - \nu^2}{14}$$

Уравнения (3.14) и (3.15) образуют замкнутую систему алгебраических уравнений для определения γ и z_0 . Определив γ и z_0 , находим затем s с помощью одного из уравнений (3.12). Результаты можно представить в виде

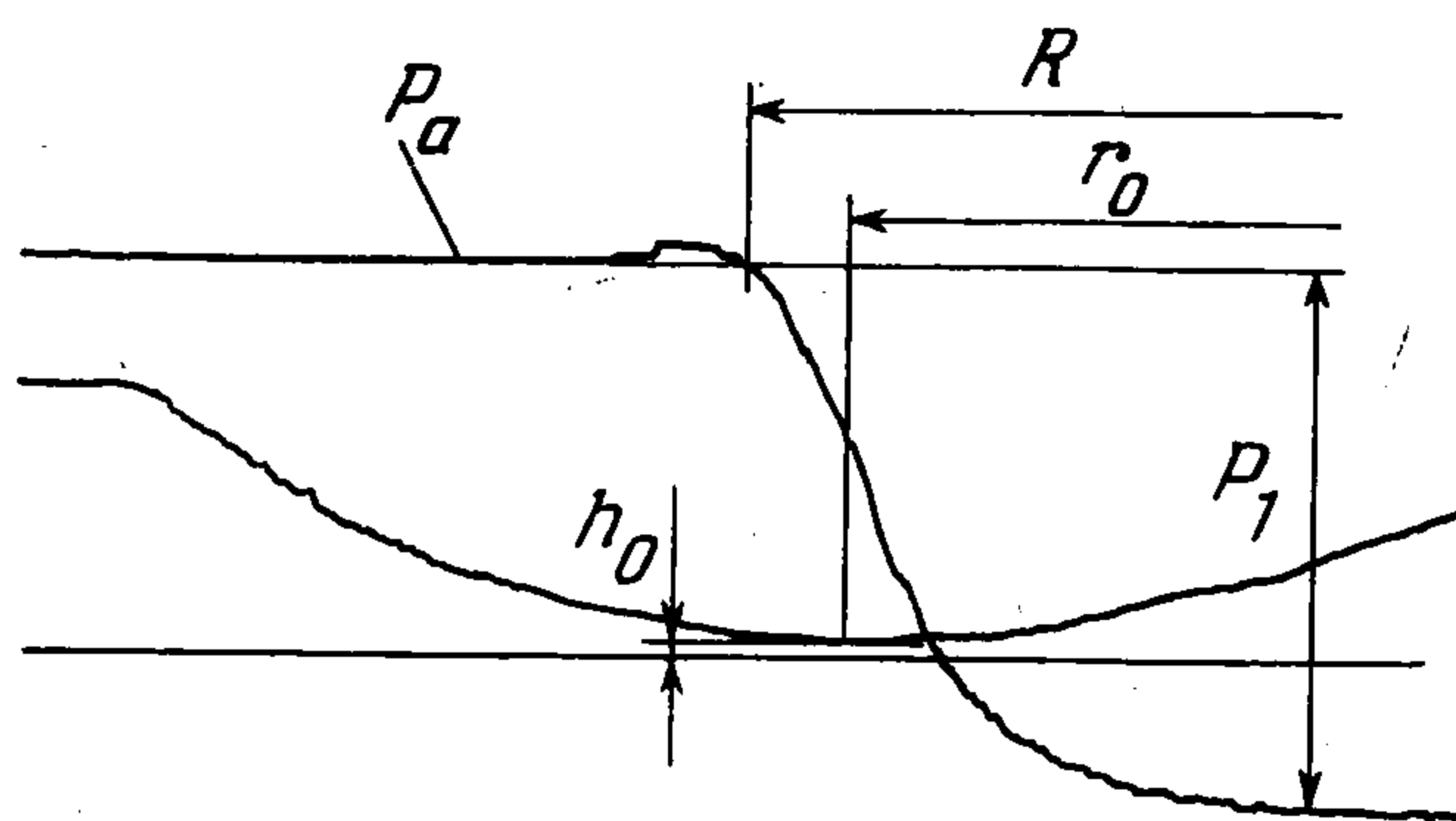
$$(3.16) \quad w_0 = n_1 b \left(\frac{G}{E\delta b}\right)^{1/3}, \quad N_1 = \frac{n_2 E \delta w_0^2}{b^2}, \quad N_2 = \frac{n_3 E \delta w_0^2}{b^2}$$

$$p_1 - p_a = n_4 \frac{G}{\pi b^2}$$

где w_0 — максимальный прогиб диафрагмы, N_1 и N_2 — натяжения на внутренней и внешней границах заземления, а n_1, n_2, n_3 и n_4 — безразмерные коэффициенты, зависящие от a / b . Значения этих коэффициентов и значения γ и z_0 при $\nu = 0.47$ приведены ниже

a/b	n_1	n_2	n_3	n_4	z_0	γ
0.184	0.13	10.0	6.3	1.78	0.1	0.16
0.221	0.121	10.9	7.08	1.73	0.12	0.195
0.26	0.113	11.6	7.7	1.67	0.14	0.23
0.343	0.097	14.2	9.95	1.55	0.2	0.352

4. Для выявления правомерности допущений, сделанных при выводе соотношений (2.3) и (3.16), были проведены эксперименты с аэростатическими опорами. Диапазон нагрузок составлял 160—1800 кг, расход воздуха 0.2—0.56 м³/мин. Измерялись статическое давление p и высота зазора h в области минимального зазора между опорной плитой из дуралюминия и диафрагмой из резины толщиной 3 мм.



Фиг. 5

Величина минимального зазора при некоторых режимах не превышала нескольких сотых миллиметра, поэтому измерение h представляло значительные трудности; ни один из методов измерения малых зазоров, описанных в [4], не подходил. Был использован способ механического контакта подвижной иглы с диафрагмой. Игла, установленная в опорной плите подвижного стола стенда и имеющая возможность свободно перемещаться в вертикальном направлении, поджата снизу плоской консолью с закрепленной пружиной, на которую наклеен тензодатчик.

При соприкосновении иглы с диафрагмой деформации пружины с помощью системы тензодатчик, усилитель и осциллограф фиксировались на осциллограмме.

Типовая осциллограмма приведена на фиг. 5.

Из осциллограммы видно, что протяженность участка в радиальном направлении, на котором происходит падение давления (от давления p_1 в зоне подушки до атмосферного p_a), составляет 4 мм. Эта величина незначительно меняется при изменении условий эксперимента: уменьшается с увеличением нагрузки и увеличивается с возрастанием расхода. Радиус r_0 минимального зазора меньше радиуса R , на котором избыточное давление в подушке равно нулю. С точностью, достаточной для практических расчетов, можно считать, что $R = r_0$. При режимах работы АО с повышенным расходом воздуха наблюдаются зоны разрежения на выходе воздуха из минимального зазора, что объясняется влиянием инерции движения воздуха. Протяженность такой зоны составляет 2—2.5 мм. Это оправдывает принятые в п. 2 допущения о несжимаемости и о малом влиянии инерционного слагаемого в уравнении (2.3).

Авторы благодарны Л. И. Седову и Л. А. Галину за обсуждение результатов и замечания.

Поступила 4 I 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Croix-Marie F. De la théorie à la pratique des coussins d'air pour les transports en usine de charges lourdes. Entropie, 1972, t° 47, p. 13—17.
2. Тимошенко С. О больших прогибах круглых пластинок. Изв. Ин-та инж. путей сообщения, 1915, т. 89.
3. Леви, Куган. Аэростатический подшипник с гибкой мембраной. Проблемы трения и смазки, 1968, № 3.
4. Lin Chua. Techniques for the measurement of air-bearing separation. JEEE Trans. Magn., 1973, vol. 9, No. 4, p. 673—677.