

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РАЗРЫВОВ В НАМАГНИЧИВАЮЩИХСЯ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИХ НЕСЖИМАЕМЫХ СРЕДАХ

В. А. Налетова, Г. А. Шапошникова

(Москва)

Рассматривается взаимодействие разрывов (ударных волн S , контактных разрывов K , альфвеновских разрывов A) в намагничивающейся идеально проводящей несжимаемой среде. В момент взаимодействия возникает разрыв, на котором, вообще говоря, не выполняются законы сохранения и который будет распадаться. Определяются возможные комбинации волн и разрывов, образующихся при распаде разрыва, возникающего при взаимодействии разрывов.

Взаимодействие обычных газодинамических волн и разрывов рассматривалось в [1]. Взаимодействие магнитогидродинамических волн и разрывов исследовалось в [2-4].

Предполагается, что рассматриваемая среда описывается следующими уравнениями состояния: $\rho = \text{const}$, $V_0 = c_v T + \text{const}$, $M = K(\Theta - T)$. При решении задачи используются результаты и обозначения, принятые в работе [5]. Как и в [5], предполагается, что $B_n^2 / (4\pi r c_v \Theta) \ll 1$ и $4\pi K \Theta / B_n \ll 1$.

Параметры среды между взаимодействующими разрывами до столкновения будем писать с индексом единица, параметры среды в момент столкновения справа и слева от плоскости столкновения будем обозначать индексом ноль, параметры среды слева от плоскости взаимодействия разрывов будем писать со штрихом.

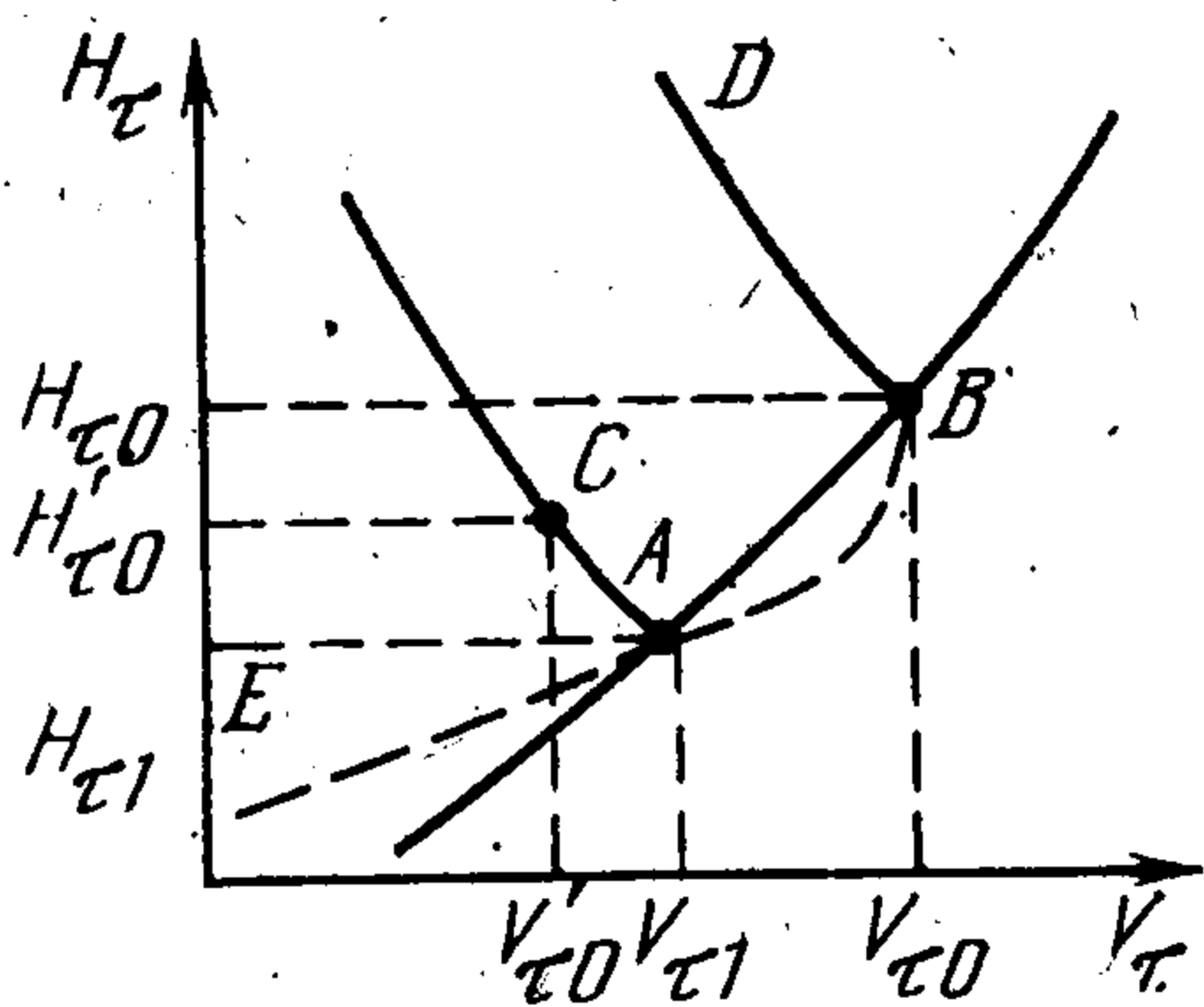
1. Взаимодействие ударных волн. Рассмотрим столкновение двух ударных волн произвольной интенсивности. В [5] проведено исследование поведения величин в ударных волнах, распространяющихся в намагничивающихся, идеально проводящих несжимаемых средах. Показано, что такие волны являются плоскополяризованными, и задачу о взаимодействии двух ударных волн можно считать плоской. Проведем в плоскости $v_\tau H_\tau$ из точки A с координатами $v_{\tau 1}$, $H_{\tau 1}$ линии, соответствующие ударным волнам, распространяющимся в среде с параметрами, обозначенными индексом 1, вправо и влево (фиг. 1). Направление распространения ударных волн указано на фиг. 1 стрелками. Точка B (C) с координатами $v_{\tau 0}$, $H_{\tau 0}$ ($v_{\tau 0}'$, $H_{\tau 0}'$) лежит на линии, соответствующей ударной волне, идущей влево (вправо) по среде с параметрами $v_{\tau 1}$, $H_{\tau 1}$, T_1 .

Задача о столкновении двух ударных волн свелась к задаче о распаде произвольного разрыва (плоский случай), разделяющего среды с параметрами $v_{\tau 0}$, $H_{\tau 0}$ (точка B на фиг. 1) и $v_{\tau 0}'$, $H_{\tau 0}'$ (точка C на фиг. 1).

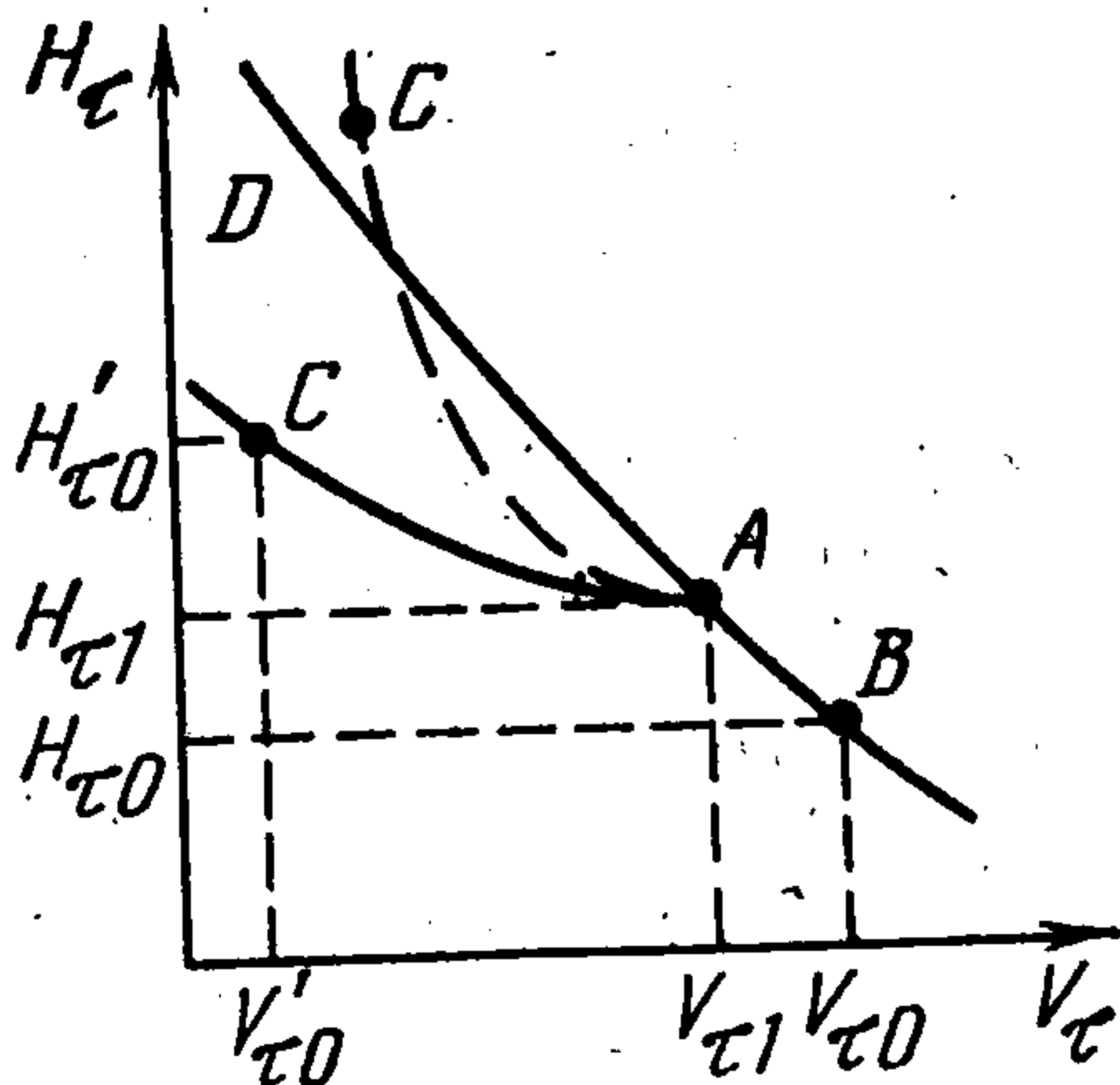
Проведем из точки B линию BD , соответствующую ударной волне, идущей вправо по среде с параметрами $v_{\tau 0}$, $H_{\tau 0}$. Эта линия соответствует комбинации KS . Используя результаты [5], можно показать, что линии DB и CA не имеют точек пересечения. В самом деле, уравнение для определения точки пересечения этих линий имеет вид

$$(1.1) \quad v_{\tau 1} - v_{\tau 0} - (H_{\tau} - H_{\tau 1})\Psi(H_{\tau}, H_{\tau 1}) + (H_{\tau} - H_{\tau 0})\Psi(H_{\tau}, H_{\tau 0}) = 0$$

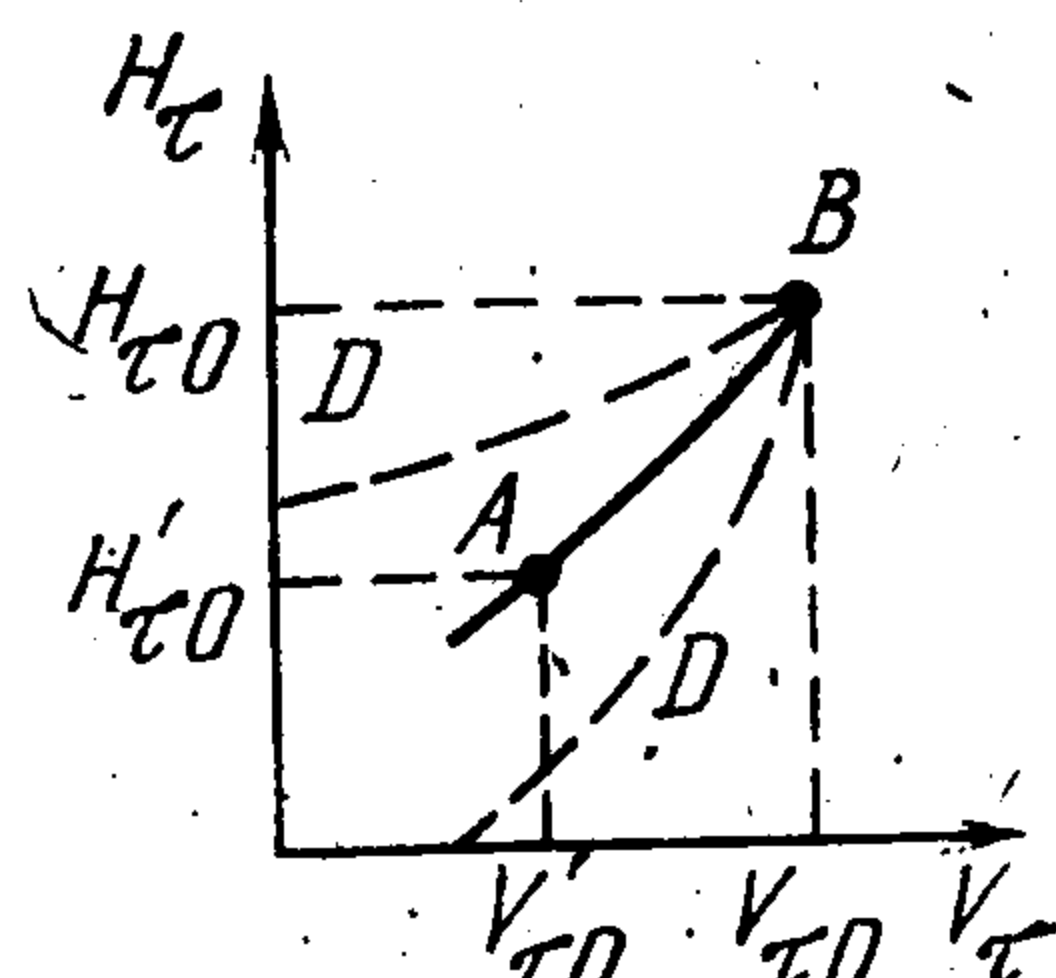
Величина $(H_{\tau} - H_{\tau a})\Psi(H_{\tau}, H_{\tau a})$ — монотонно убывающая функция от $H_{\tau a}$ и $H_{\tau 1} < H_{\tau 0}$, $v_{\tau 1} < v_{\tau 0}$, поэтому уравнение (1.1) не имеет корней. Кроме того, линия BE , соответствующая комбинации волн SK , представ-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

ляющая собой геометрическое место точек, из которых можно попасть при помощи ударной волны, идущей влево, в точку B , проходит через точку A . Линия BE изображена на фиг. 1 пунктиром.

Таким образом, точка C попадает в область, расположенную выше линии BE , соответствующей комбинации SK , и $H_{\tau} = 0$ и ниже линии BD , соответствующей комбинации KS (фиг. 1). Эта область соответствует комбинации волн SKS . Следовательно, при столкновении двух ударных волн образуются две ударные волны, идущие влево и вправо. Абсолютная величина вектора магнитного поля в области между этими ударными волнами возрастает по сравнению с магнитными полями $H_{\tau 1}$, $H_{\tau 0}$, $H_{\tau 0}'$.

Рассмотрим взаимодействие ударных волн, когда одна волна догоняет другую. Для определенности предположим, что ударные волны распространяются вправо. При этом расположение точек $A(v_{\tau 1}, H_{\tau 1})$, $B(v_{\tau 0}, H_{\tau 0})$, $C(v_{\tau 0}', H_{\tau 0}')$, изображенное на фиг. 2, будет отличаться от рассмотренного выше. В общем случае линия AC (пунктирная линия на фиг. 2) может пересекать линию BAD , соответствующую комбинации волн KS , при этом точка C с координатами $v_{\tau 0}'$, $H_{\tau 0}'$ может находиться как выше, так и ниже линии BAD . Таким образом, в случае, когда одна ударная волна догоняет другую, могут образовываться либо две ударные волны, идущие в разные стороны, либо ударная волна, идущая вправо по среде с параметрами $v_{\tau 0}$, $H_{\tau 0}$, и центрированная волна, идущая влево по среде с параметрами $v_{\tau 0}'$, $H_{\tau 0}'$.

В рассматриваемом случае $(B_n^2 / (4\pi r v \Theta)) \ll 1$, $4\pi K \Theta / B_n \ll 1$, как показано в [5], скачок температуры $\{\tau\} \ll 1$, $\tau = T / \Theta$, и можно считать,

что ударные волны не меняют распределения температуры в среде ($T_0 = T_0' = T_1$). Будем предполагать, что возникающие при распаде волны также не меняют распределения температуры в среде, поэтому при взаимодействии ударных волн не возникает контактного разрыва, поскольку на контактном разрыве терпит скачок только температура.

2. Взаимодействие контактного разрыва с ударной волной. Рассмотрим столкновение ударной волны с контактными разрывом. Для определенности рассмотрим случай, когда ударная волна движется по направлению к контактному разрыву справа. На контактном разрыве температура испытывает произвольный скачок $\{T\} = T_1 - T_0' \neq 0$. При столкновении ударной волны с контактными разрывом возникает разрыв между средами с параметрами $v_{\tau 0}, H_{\tau 0}, T_0$ и $v_{\tau 0'}, H_{\tau 0'}, T_0'$. Параметры среды v_{τ} и H_{τ} справа и слева от возникшего разрыва лежат на ударной адиабате, выходящей из точки A с координатами $v_{\tau 0'}, H_{\tau 0}'$ и идущей в точку B с координатами $v_{\tau 0}, H_{\tau 0}$ (фиг. 3). Уравнение этой линии есть уравнение ударной адиабаты, соответствующей ударной волне, распространяющейся влево по среде с параметрами $v_{\tau 0'}, H_{\tau 0}', T_0$. Поэтому точка A , вообще говоря, может не принадлежать линии BD , являющейся геометрическим местом точек, из которых ударной адиабатой, соответствующей ударной волне, распространяющейся влево по среде с параметрами $v_{\tau 0'}, H_{\tau 0}', T_0'$, можно попасть в точку $B (v_{\tau 0}, H_{\tau 0})$ (два возможных положения этой линии относительно точки A изображены пунктиром на фиг. 3).

В случае, когда точка A лежит ниже линии BD (фиг. 3) при взаимодействии ударной волны с контактными разрывом возникает ударная волна, идущая по среде с параметрами $v_{\tau 0'}, H_{\tau 0}', T_0'$ влево, центрированная волна, идущая по среде с параметрами $v_{\tau 0}, H_{\tau 0}, T_0$ вправо, и контактный разрыв, разделяющий их (SKR — комбинация).

В случае, когда точка A лежит выше линии BD (фиг. 3), при взаимодействии контактного разрыва и ударной волны возникают две ударные волны, распространяющиеся по среде с параметрами $v_{\tau 0'}, H_{\tau 0}', T_0'$ ($v_{\tau 0}, H_{\tau 0}, T_0$) влево (вправо), разделенные контактными разрывом (SKS -комбинация). Если ударная волна движется к контактному разрыву слева, она проходит сквозь него, ослабляясь, при этом влево может отразиться ударная волна или центрированная волна, в зависимости от скачка температур на контактном разрыве.

3. Взаимодействие ударных волн с альфвеновскими разрывами. Рассмотрим столкновение ударной волны с альфвеновским разрывом. Для определенности предположим, что альфвеновский разрыв распространяется вправо, а ударная волна — влево по среде с параметрами $v_{\tau 1}, H_{\tau 1}, T_1$.

Из соотношений на альфвеновском разрыве и ударной волне следует, что

$$(3.1) \quad |H_{\tau 0}| > |H_{\tau 0}'|, \quad T_0' = T_0$$

В [5] показано, что при выполнении условия (3.1) произвольный разрыв может распадаться на следующие комбинации: $RAAR, SAAR, SAAS$

(контактный разрыв не возникает) в зависимости от того, в какую область плоскости Δv , Δw попадает точка $\Delta v_0 = v_0 - v_0'$, $\Delta w_0 = w_0 - w_0'$ (здесь v и w — проекции на ось y и ось z скорости v_τ). Оси y и z лежат в плоскости возникающего разрыва. Можно показать, что при столкновении альфвеновского разрыва с ударной волной не может возникнуть комбинация волн $RAAR$.

Плоскость Δv , Δw делится окружностями, соответствующими комбинациям $SAAR$ и AAR , на три области: $SAAS$, $SAAR$ и $RAAR$. Область, в которой реализуется комбинация $RAAR$, ограничена окружностью AAR , имеющей следующее уравнение:

$$(3.2) \quad (\Delta v_\tau - L)^2 = R^2, \quad L = X(|H_{\tau_0}'|, |H_{\tau_0}|) H_{\tau_0} / |H_{\tau_0}| - \\ - a'_{A0} \mu_0 (H_{\tau_0}' + H_{\tau_0} |H_{\tau_0}'| / |H_{\tau_0}|) / B_n, \quad R = 2a'_{A0} \mu_0 |H_{\tau_0}'| / B_n$$

Из соотношений на ударной волне и альфвеновском разрыве следует, что

$$(3.3) \quad \Delta v_{\tau_0} = v_{\tau_0} - v_{\tau_0}' = \Psi(|H_{\tau_0}|, |H_{\tau_0}'|) (|H_{\tau_0}| - |H_{\tau_0}'|) \frac{H_{\tau_0}}{|H_{\tau_0}|} - \\ - \frac{a'_{A0} \mu_0'}{B_n} \left(H_{\tau_0}' - H_{\tau_0} \frac{|H_{\tau_0}'|}{|H_{\tau_0}|} \right)$$

Очевидно, что точка Δv_{τ_0} находится вне окружности (3.2), поскольку выполняется неравенство

$$(3.4) \quad |L - \Delta v_{\tau_0}| = |\Psi(|H_{\tau_0}|, |H_{\tau_0}'|) (|H_{\tau_0}| - |H_{\tau_0}'|) - \\ - X(|H_{\tau_0}'|, |H_{\tau_0}|) \frac{H_{\tau_0}}{|H_{\tau_0}|} + \frac{2a'_{A0} \mu_0'}{B_n} H_{\tau_0}'| > R$$

Неравенство (3.4) выполнено всегда, так как $X(|H_{\tau_0}'|, |H_{\tau_0}|) < 0$ и $\Psi(H_{\tau_0}, H_{\tau_0}') (H_{\tau_0} - H_{\tau_0}') > 0$. Таким образом, при столкновении ударной волны с альфвеновским разрывом могут возникнуть либо комбинация волн $SAAS$, либо комбинация $SAAR$.

Рассмотрим случай, когда ударная волна догоняет альфвеновский разрыв. Для определенности предположим, что альфвеновский разрыв и ударная волна распространяются вправо. Из соотношений на альфвеновском разрыве и ударной волне следует, что

$$(3.5) \quad |H_{\tau_0}'| > |H_{\tau_0}|, \quad T_0' = T_0$$

При выполнении условия (3.5) в общем случае, как показано в [5], могут реализоваться следующие комбинации волн и разрывов: $RAAR$, $RAAS$, $SAAS$.

Контактный разрыв при этом не возникает. Аналогично, как и в случае столкновения ударной волны и альфвеновского разрыва, можно показать, что в этом случае может реализоваться либо $RAAS$ -комбинация, либо $SAAS$ -комбинация волн и разрывов. Комбинация $RAAR$ не реализуется ни при каких интенсивностях ударных волн и альфвеновских разрывов.

В случае, когда альфвеновский разрыв и ударная волна движутся влево, при их взаимодействии возникает либо $SAAS$ -комбинация, либо $SAAR$ -комбинация волн и разрывов.

4. Взаимодействие альфвеновских разрывов. Рассмотрим взаимодействие альфвеновских вращательных разрывов произвольной интенсивности. Параметры среды справа и слева от разрыва, возникающего при столкновении двух альфвеновских разрывов произвольной интенсивности, связаны соотношениями

$$(4.1) \quad v_{\tau_0} - v_{\tau_0'} - \frac{a_{A0}\mu_0}{B_n} (H_{\tau_0} + H_{\tau_0'}) = - \frac{2\mu_0 a_{A0} H_{\tau_1}}{B_n}$$

$$|H_{\tau_1}| = |H_{\tau_0}| = |H_{\tau_0'}|, \quad T_0 = T_0', \quad a_{A0} = a_{A0'}$$

Пусть угол между векторами H_{τ_0} и $H_{\tau_0'}$ равен γ . Этот угол определяет разницу интенсивностей сталкивающихся разрывов. Из первого уравнения (4.1) следует, что $\Delta v_{\tau_0} = v_{\tau_0} - v_{\tau_0'}$ лежит на окружности δ в плоскости $\Delta v, \Delta w$ радиуса $2a_{A0}\mu_0 H_{\tau_0} / B_n$ с центром в точке $\Delta v^{00}, \Delta w^{00}$, причем

$$(4.2) \quad \Delta v^{00} = \frac{a_{A0}\mu_0}{B_n} H_{\tau_0} (1 + \cos \gamma), \quad \Delta w^{00} = \frac{a_{A0}\mu_0}{B_n} H_{\tau_0} \sin \gamma$$

За ось y выбрано направление H_{τ_0} .

Для того чтобы выяснить, на какую комбинацию волн и разрывов распадается начальный разрыв, возникающий при столкновении двух A -разрывов, обратимся к результатам [5]. Так как $|H_{\tau_0}| = |H_{\tau_0'}|$, $T_0 = T_0'$, то могут реализоваться три комбинации волн и разрывов: $RAAR$, AA , $SAAS$. В плоскости $\Delta v, \Delta w$ комбинациям $RAAR$ и $SAAS$ соответствуют области внутри и снаружи окружности σ , соответствующей комбинации AA . Радиус окружности σ равен радиусу окружности δ , а координаты ее центра $\Delta v^0 = \Delta v^{00}$, $\Delta w^0 = -\Delta w^{00}$ (см. формулы (4.2)). Контактный разрыв при столкновении двух альфвеновских разрывов не возникает.

Окружности σ и δ могут пересекаться при $-180^\circ < \gamma < 180^\circ$, $\gamma \neq 0$, касаться одна другой при $\gamma = 0$ и совпадать при $\gamma = \pm 180^\circ$. В соответствии с этим при столкновении двух альфвеновских разрывов могут реализоваться, в зависимости от угла γ и от конкретных значений разности скоростей $\Delta v_{\tau_0} = v_{\tau_0} - v_{\tau_0'}$, следующие комбинации: 1) $SAAS$; $\gamma = 0$; 2) $SAAS, RAAR, AA$; $-180^\circ < \gamma < 180^\circ$; 3) AA ; $\gamma = \pm 180^\circ$.

5. Взаимодействие альфвеновских и контактных разрывов. Рассмотрим столкновение альфвеновского разрыва интенсивности $\gamma \neq 0$ с контактным разрывом. Для определенности будем предполагать, что альфвеновский разрыв движется по направлению к контактному разрыву справа. При этом из соотношений на альфвеновском и контактном разрывах следует

$$(5.1) \quad |H_{\tau_0'}| = |H_{\tau_0}|, \quad \{T\} = T_0' - T_0 \neq 0$$

При выполнении условий (5.1), как показано в [5], начальный разрыв, соединяющий среды с параметрами $v_{\tau_0}, H_{\tau_0}, T_0$ и $v_{\tau_0'}, H_{\tau_0'}, T_0'$, может распасться в общем случае на следующие комбинации: $SAKAS, AKAS, RAKAR$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковые течения и ударные волны. М., Изд-во иностр. лит., 1950.
 2. Гогосов В. В. Взаимодействие магнитогидродинамических волн с вращательными и контактными разрывами. ПММ, 1961, т. 15, вып. 2.
 3. Гогосов В. В. Взаимодействие магнитогидродинамических волн. ПММ, 1961, т. 15, вып. 3.
 4. Гогосов В. В. Взаимодействие альфвеновских разрывов. Докл. АН СССР, 1961, т. 141, № 1.
 5. Налетова В. А., Шапошникова Г. А. Распад произвольного разрыва в идеально проводящей намагничивающейся несжимаемой жидкости. ПММ, 1976, т. 40, вып. 5.
-