

ОДНОМЕРНЫЕ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ СРЕДЫ С УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

Н. Л. Васильева

(Москва)

Рассматривается одномерное стационарное течение смеси между двумя сетками-электродами, к которым приложена разность потенциалов. Смесь состоит из нейтрального газа и двух сортов заряженных частиц, каждый из которых обладает собственным коэффициентом подвижности. Между сетками находится газодинамическая ударная волна. Параметр электрогидродинамического взаимодействия предполагается малым, так что заряженные компоненты и приложенная разность потенциалов не влияют на движение нейтрального газа. Исследуется случай, когда один из токов течет вдоль, другой — против потока газа, и на фронте ударной волны напряженность электрического поля терпит разрыв.

В работе [1] проведен анализ структуры ударных волн в таких смесях, и выписаны уравнения, замыкающие систему соотношений на фронте ударной волны. Из анализа структуры получено, что существует класс эволюционных ударных волн, на фронте которых образуется поверхностный заряд, состоящий из заряженных частиц обоих сортов. В этом случае величина электрического поля и перед фронтом ударной волны, и за фронтом не может задаваться произвольно и должна быть связана со скоростью определенными соотношениями. При этом скорость смеси перед фронтом ударной волны больше, а скорость за фронтом меньше скорости звука. Для практических целей интересно знать, какую разность потенциалов между сетками-электродами необходимо задать, чтобы при известном местоположении и интенсивности ударной волны получить такое течение.

В данной работе указаны разность потенциалов между сетками-электродами, интенсивность и положение разрыва в потоке, при которых на фронте ударной волны образуется поверхностный заряд, состоящий из заряженных частиц обоих сортов, а также из заряженных частиц с меньшим или с большим коэффициентом подвижности. Найдено распределение электрогидродинамических параметров по течению в зависимости от величины приложенной разности потенциалов, интенсивности ударной волны и ее расположения между сетками.

Одномерные электрогидродинамические течения с ударными волнами, когда имеется только один сорт заряженных частиц, коэффициент подвижности непрерывен, а направление тока и скорости совпадают, рассматривались в работе [2].

1. Рассмотрим одномерное стационарное течение смеси нейтрального газа и двух сортов заряженных компонент (для определенности — заряженных капель или твердых частиц и свободных ионов), каждый из которых обладает собственным коэффициентом подвижности, в приближении электрогидродинамики при малом параметре взаимодействия. Предполагается, что объемом заряженных капель и твердых частиц можно пренебречь. Газодинамические параметры среды — плотность, скорость, температура — заданные функции x . В сечениях $x = 0$ и $x = L$ помещены

электроды-сетки, к которым подведена разность потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_L - \varphi_0$ (величину $\Delta\varphi$ можно задавать произвольно, $\varphi_0 = 0$). Пусть в сечении потока $x = x_*$ ($0 < x_* < L$) находится газодинамическая ударная волна, на которой параметры среды терпят разрыв. Будем обозначать индексами 2 и 3 параметры, относящиеся к каплям и ионам соответственно, а индексами I и II — значения параметров непосредственно перед и за фронтом ударной волны.

Уравнения, описывающие поведение электродинамических величин в областях впереди ударной волны и за ней, при сделанных предположениях имеют вид

$$(1.1) \quad \frac{dE}{dx} = \frac{4\pi j_2}{u + b_2 E} + \frac{4\pi j_3}{u + b_3 E}, \quad E = -\frac{d\varphi}{dx}$$

$$j_k = q_k (u + b_k E) = \text{const}, \quad k = 2, 3$$

Здесь $u(x) > 0$, $E(x) < 0$ и j_k — проекции скорости, электрического поля и плотностей токов на ось x ; предполагается, что проекции перечисленных величин на оси y и z равны нулю; $q_k(x) > 0$ — плотность заряда; $b_k(x)$ — коэффициент подвижности k -й компоненты. Будем считать, что и подвижность ионов b_3 , и подвижности капель b_2 постоянны всюду в области течения, при этом подвижность ионов b_3 больше подвижности капель b_2 . Предположим, что течение происходит с постоянной заданной скоростью смеси до и после скачка.

Удобно ввести следующие безразмерные параметры:

$$(1.2) \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad \Phi = \frac{\varphi b_2}{u_I L}, \quad \varepsilon_k = \frac{4\pi j_k b_2 L}{u_I^2}$$

$$q_k = \frac{4\pi b_2 L q_k}{u_I}, \quad u^* = \frac{u(\xi)}{u_I} = \begin{cases} 1, & \xi < \xi_* \\ u_{II}^* \xi > \xi_* \end{cases}$$

$$b_2^* = \frac{b_2}{b_2} = 1, \quad b_3^* = \frac{b_3}{b_2} = \text{const}, \quad E^* = \frac{E b_2}{u_I}$$

Здесь Φ , E^* , ε_k , q_k^* , u^* , b_k^* — безразмерные потенциал и напряженность электрического поля, плотности токов, объемных зарядов компонент, скорость среды и коэффициенты подвижностей компонент соответственно. Уравнения, описывающие поведение электрического поля и плотностей зарядов капель и ионов, в безразмерной форме могут быть записаны в виде

$$(1.3) \quad \frac{dE^*}{d\xi} = \frac{\varepsilon_2}{u^* + E^*} + \frac{\varepsilon_3}{u^* + b_3^* E^*}, \quad E^* = -\frac{d\Phi}{d\xi}$$

$$\varepsilon_2 = q_2^* (u^* + E^*), \quad \varepsilon_3 = q_3^* (u^* + b_3^* E^*)$$

Система (1.3) должна дополняться граничными условиями и соотношениями на разрыве в точке $\xi = \xi_*$. Будем рассматривать случай, когда плотность тока капель неотрицательна ($j_2 \geq 0$), а плотность тока свободных ионов неположительна ($j_3 \leq 0$). Граничные условия зададим в виде

$$(1.4) \quad \Phi = 0, \quad E^* = -1, \quad \xi = 0; \quad \Phi = \Phi_1, \quad E^* = -u_{II}^* / b_3^*,$$

$$\xi = 1$$

Граничные условия для E^* означают, что в сечении $\xi = 0$ плотность заряда капель, а в сечении $\xi = 1$ плотность заряда ионов равны бесконечности.

Разрыв скорости при $x = x_*$ в соответствии с третьей и четвертой формулами (1.3) должен вызывать разрыв плотностей зарядов капель q_2 и ионов q_3 . При этом возможно течение с равной нулю величиной поверхностного заряда σ при $x = x_*$ и течение с $\sigma \neq 0$.

Поверхностный заряд σ может образовываться [1] или за счет резкого возрастания в окрестности сечения $x = x_*$ плотности заряда капель q_2 , или вследствие увеличения плотности заряда ионов q_3 , или вследствие резкого увеличения той и другой плотностей зарядов. Будем обозначать поверхностный заряд в первом случае σ_2 , во втором — σ_3 , в третьем — $\sigma_2 + \sigma_3$. В данной работе рассматривается случай, когда ни при каких допустимых значениях параметров перед фронтом ударной волны не может быть течения без образования поверхностного заряда на фронте разрыва. Этот случай может реализоваться при выполнении неравенства $u_{II}^* < 1/b_3^*$ [1].

Система соотношений на разрыве для электродинамических величин при $\sigma = \sigma_2$, $\sigma = \sigma_3$ и $\sigma = \sigma_2 + \sigma_3$ соответственно имеет вид [1]

$$(1.5) \quad x = x_*, \quad \{\varphi\} = 0, \quad \{j_k\} = 0, \quad \{E\} = 4\pi\sigma_2, \quad E_{II} = -u_{II}/b_2$$

$$(1.6) \quad x = x_*, \quad \{\varphi\} = 0, \quad \{j_k\} = 0, \quad \{E\} = 4\pi\sigma_3, \quad E_I = -u_I/b_3$$

$$(1.7) \quad x = x_*, \quad \{\varphi\} = 0; \quad \{j_k\} = 0, \quad \{E\} = 4\pi(\sigma_2 + \sigma_3), \quad E_I = -u_I/b_3, \quad E_{II} = -u_{II}/b_2$$

Здесь, как обычно, $\{a\} = a_{II} - a_I$.

2. Интегрируя первое уравнение (1.3) и второе уравнение (1.3), заданное в виде $d\Phi/dE^* = -E^*d\xi/dE^*$, с граничными условиями (1.4), получим

$$(2.1) \quad \xi = A(E^* + 1) + B(E^{*2} - 1) - C \ln \left| \frac{D + FE^*}{K} \right|, \quad \xi < \xi_*$$

$$\xi = Au_{II}^* \left(E^* + \frac{u_{II}^*}{b_3^*} \right) + B \left(E^{*2} - \frac{u_{II}^{*2}}{b_3^{*2}} \right) - u_{II}^{*2} C \ln \left| \frac{u_{II}^* D + FE^*}{u_{II}^* M} \right| + 1, \quad \xi > \xi_*$$

$$\Phi = C(E^* + 1) - \frac{1}{2} A(E^{*2} - 1) - \frac{2}{3} B(E^{*3} + 1) - \frac{CD}{f} \ln \left| \frac{D + FE^*}{K} \right|, \quad \xi < \xi_*$$

$$\Phi = u_{II}^{*2} C \left(E^* + \frac{u_{II}^*}{b_3^*} \right) - \frac{u_{II}^*}{2} A \left(E^{*2} - \frac{u_{II}^{*2}}{b_3^{*2}} \right) - \frac{2}{3} B \left(E^{*3} + \frac{u_{II}^{*3}}{b_3^{*3}} \right) - u_{II}^{*3} \frac{CD}{f} \ln \left| \frac{u_{II}^* D + FE^*}{u_{II}^* M} \right| + \Phi_1, \quad \xi > \xi_*$$

Здесь

$$A = \frac{\varepsilon_2 b_3^{*2} + \varepsilon_3}{f^2}, \quad B = \frac{b_3^*}{2f}, \quad C = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_3 (b_3^* - 1)^2}{f^3}$$

$$D = \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \quad F = \varepsilon_2 b_3^* + \varepsilon_3, \quad K = \varepsilon_2 (1 - b_3^*)$$

$$N = -\frac{\varepsilon_2 b_3^*}{\varepsilon_2}, \quad M = \varepsilon_3 \left(1 - \frac{1}{b_3^*}\right)$$

Из уравнений (2.1) в сечении $\xi = \xi_*$ в случае, когда на фронте ударной волны образуется поверхностный заряд капель $\sigma = \sigma_2$, используя условия (1.5), получим три уравнения, связывающие величины ε_2 , ε_3 , E_I^* , ξ_* , u_{II}^* , b_3^* , Φ_1 , а в случае, когда на фронте ударной волны образуется поверхностный заряд свободных ионов $\sigma = \sigma_3$, используя условия (1.6), получим три уравнения, связывающие величины ε_2 , ε_3 , E_{II}^* , ξ_* , u_{II}^* , b_3^* , Φ_1 . Эти уравнения имеют вид соответственно

$$(2.2) \quad \xi_* = A(E_I^* + 1) + B(E_I^{*2} - 1) - C \ln \left| \frac{D + FE_I^*}{K} \right|$$

$$\xi_* = u_{II}^{*2} \left[A \left(\frac{1}{b_3^*} - 1 \right) - B \left(\frac{1}{b_3^{*2}} - 1 \right) - C \ln N \right] + 1$$

$$C(E_I^* + 1) - \frac{1}{2} A(E_I^{*2} - 1) - \frac{2}{3} B(E_I^{*3} + 1) - \frac{CD}{f} \ln \left| \frac{D + FE_I^*}{K} \right| =$$

$$= u_{II}^{*3} \left[C \left(\frac{1}{b_3^*} - 1 \right) + \frac{1}{2} A \left(\frac{1}{b_3^{*2}} - 1 \right) - \frac{2}{3} B \left(\frac{1}{b_3^{*3}} - 1 \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{CD}{f} \ln N \right] + \Phi_1$$

$$(2.3) \quad \xi_* = A \left(1 - \frac{1}{b_3^*} \right) - B \left(1 - \frac{1}{b_3^{*2}} \right) - C \ln \frac{1}{N}$$

$$\xi_* = Au_{II}^* \left(E_{II}^* + \frac{u_{II}^*}{b_3^*} \right) + B \left(E_{II}^{*2} - \frac{u_{II}^{*2}}{b_3^{*2}} \right) -$$

$$- Cu_{II}^{*2} \ln \left| u_{II}^* \frac{D + FE_{II}^*}{u_{II}^* M} \right| + 1$$

$$C \left(1 - \frac{1}{b_3^*} \right) + \frac{1}{2} A \left(1 - \frac{1}{b_3^{*2}} \right) - \frac{2}{3} B \left(1 - \frac{1}{b_3^{*3}} \right) - \frac{CD}{f} \ln \frac{1}{N} =$$

$$= u_{II}^{*2} C \left(E_{II}^* + \frac{u_{II}^*}{b_3^*} \right) - u_{II}^* \frac{1}{2} A \left(E_{II}^{*2} - \frac{u_{II}^{*2}}{b_3^{*2}} \right) -$$

$$- \frac{2}{3} B \left(E_{II}^{*3} + \frac{u_{II}^{*3}}{b_3^{*3}} \right) - u_{II}^{*3} \frac{CD}{f} \ln \left| \frac{u_{II}^* D + FE_{II}^*}{u_{II}^* M} \right| + \Phi_1$$

При заданных ξ_* , u_{II}^* , b_3^* , Φ_1 величины ε_2 и ε_3 могут быть численно получены из системы уравнений (2.2) в случае, когда на разрыве образуется поверхностный заряд капель, и из системы уравнений (2.3) в случае, когда на разрыве образуется поверхностный заряд ионов.

Если на фронте ударной волны образуется поверхностный заряд, состоящий из заряженных частиц обоих сортов, $\sigma = \sigma_2 + \sigma_3$, то из уравнений (2.1) в сечении $\xi = \xi_*$, используя условия (1.7), получим два уравнения, связывающие величины ε_2 , ε_3 , u_{II}^* , b_3^* , Φ_1 , откуда при заданных u_{II}^* , b_3^* , Φ_1 могут быть определены величины ε_2 и ε_3 . Эти два уравнения

имеют вид

$$(2.4) \quad A \left(1 - \frac{1}{b_3^*}\right) - B \left(1 - \frac{1}{b_3^{*2}}\right) - C \ln \frac{1}{N} = \frac{1}{1 + u_{II}^{*2}}$$

$$\varepsilon_2 \left(\frac{\Phi_1 b_3^*}{1 + u_{II}^{*3}} - \frac{1}{1 + u_{II}^{*2}}\right) = \varepsilon_3 \left(\frac{1}{1 + u_{II}^{*2}} - \frac{\Phi_1}{1 + u_{II}^{*3}}\right) + \frac{1}{6} \frac{(b_3^* - 1)}{b_3^{*2}}$$

Отметим, что в этом случае местоположение ударной волны ξ_* не может задаваться произвольно, так как имеет место связь

$$(2.5) \quad \xi_* = (1 + u_{II}^{*2})^{-1}$$

Уравнение (2.5), а также соотношение

$$(2.6) \quad \Phi_I = \Phi_{II} = \Phi_1 (1 + u_{II}^{*3})^{-1}$$

следуют из уравнений (2.1) в сечении $\xi = \xi_*$ и условия (1.7)

Можно показать, что решение систем уравнений (2.2) — (2.4) существует не при любых ξ_* , u_{II}^* , Φ_1 (b_3^* — заданная константа).

Рассмотрим плоскость (ξ_*, u_{II}^*) при некотором $\Phi_1 = \text{const}$ в пространстве u_{II}^* , ξ_* , Φ_1 . Режим течения, при котором на фронте ударной волны образуется поверхностный заряд $\sigma = \sigma_2 + \sigma_3$, реализуется при значениях параметров, лежащих на кривой (2.8). Определим интервал значений параметра Φ_1 , при которых возможны течения с образованием на фронте ударной волны поверхностного заряда $\sigma = \sigma_2 + \sigma_3$. Из условий $j_2 = 0$ (нижнее ограничение на ток капель) и $j_3 = 0$ (верхнее ограничение на ток ионов), воспользовавшись системой уравнений (2.4), получим

$$(2.7) \quad \Phi_1' \leq \Phi_1 \leq \Phi_1'', \quad \Phi_1' = \frac{u_{II}^{*3} + 1}{u_{II}^{*2} + 1} \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3b_3^*}\right),$$

$$\Phi_1'' = \frac{u_{II}^{*3} + 1}{u_{II}^{*2} + 1} \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3b_3^*}\right)$$

Из решения следует, что в случае, когда $\Phi_1 = \Phi_1''$, осуществляется течение с максимальным по абсолютной величине отрицательным током ионов $\varepsilon_3 = -(b_3^* - 1)(u_{II}^{*2} + 1)/(2b_3^*)$, при этом ток капель ε_2 равен нулю. При приближении Φ_1 к значению Φ_1'' силы поля возрастают по абсолютной величине настолько, что заряженные капли почти не сносятся газом, а остаются в сечении $\xi = 0$ на электроде-сетке. При значении потенциала $\Phi_1 = \Phi_1'$ осуществляется течение с максимальным током капель $\varepsilon_2 = (b_3^* - 1)^2(u_{II}^{*2} + 1)/(2b_3^{*2})$, ток ионов ε_3 равен нулю. Это означает, что при приближении Φ_1 к значению Φ_1' свободные ионы почти не двигаются в поле вверх по потоку, а остаются на электроде-сетке в сечении $\xi = 1$. При $\Phi_1 > \Phi_1''$ и $\Phi_1 < \Phi_1'$ течения с образованием на фронте ударной волны поверхностного заряда $\sigma = \sigma_2 + \sigma_3$ не существует.

Область течений с образованием на фронте ударной волны поверхностного заряда капель σ_2 ограничена в плоскости (ξ_*, u_{II}^*) линией L^2 , которая определяется из системы уравнений (2.2) с учетом нижнего ограниче-

ния на ток капель ($j_2 = 0$)

$$(2.8) \quad L^2 = \frac{2(b_3^* - 1)[1 - \xi_* (1 + u_{II}^{*2})]^{3/2}}{3b_3^* u_{II}^{*2} (1 - \xi_*)^{1/2}} + \frac{[1 - \xi_* (1 + u_{II}^{*2})]}{b_3^* u_{II}^{*2}} - \\ - \frac{(1 - \xi_*)(1 + 2b_3^*)}{3b_3^* u_{II}^{*2}} (1 + u_{II}^{*2}) + \Phi_1 = 0$$

На плоскости (ξ^*, u_{II}^*) линия L^2 разделяет область решения, в которой на фронте ударной волны образуется поверхностный заряд капель σ_2 от области, где вообще в данной постановке задачи не существует решения. Точки этой линии соответствуют течению с равным нулю током капель, при этом ток ионов и электрическое поле перед фронтом ударной волны определяются соответственно формулами

$$(2.9) \quad \varepsilon_3 = -\frac{u_{II}^{*2} (b_3^* - 1)^2}{2b_3^* (1 - \xi_*)}, \quad E_I^* = -\frac{1}{b_3^*} - \frac{(b_3^* - 1)}{b_3^*} \sqrt{\frac{1 - \xi_* (1 + u_{II}^{*2})}{1 + \xi_*}}$$

Всюду в рабочем промежутке отсутствуют электрически заряженные капли; поверхностный заряд капель на фронте волны в точке ξ_* отличен от нуля и равен

$$(2.10) \quad \sigma_2 = \frac{1}{4\pi} (E_{II} - E_I) = \frac{u_I}{4\pi b_2} \left[\frac{1}{b_3^*} + \frac{(b_3^* - 1)}{b_3^*} \sqrt{\frac{1 - \xi_* (1 + u_{II}^{*2})}{1 + \xi_*}} - u_{II}^* \right]$$

Исследуемый режим можно интерпретировать как запираание источника заряженных капель внешним электрическим полем.

Определим, при каких значениях запирающего потенциала Φ_1 возможно течение, при котором параметры ξ_* , u_{II}^* связаны между собой соотношением (2.8). Значение напряженности электрического поля перед фронтом ударной волны E_I^* в рассматриваемом случае может лежать в интервале $(-1, -1/b_3^*)$ [1]. Воспользовавшись системой уравнений (2.2) и условием $j_2 = 0$, получим, что при стремлении E_I^* к точке $E_I^* = -1$ потенциал на электроде в сечении $\xi = 1$ стремится к величине $\Phi_1 = u_{II}^* (2/3 + 1/3 b_3^{*-1})$. При стремлении E_I^* к $-1/b_3^*$ значение потенциала Φ_1 стремится к величине Φ_1'' . В рассматриваемом диапазоне изменения u_{II}^* , b_3^* численно показано, что функция $\Phi_1(E_I^*)$ — монотонно возрастающая. Следовательно, имеет место неравенство

$$(2.11) \quad \Phi_1^0 < \Phi_1 < \Phi_1'', \quad \Phi_1^0 = u_{II}^* (2/3 + 1/3 b_3^{*-1})$$

Из решения следует, что при фиксированном Φ_1 , удовлетворяющем неравенству (2.11), существует диапазон $0 \leq \xi_{\min} < \xi_* < \xi_{\max}$, для каждой точки которого имеется только одно течение с ударной волной, характеризующееся образованием на фронте волны поверхностного заряда капель и условием $\varepsilon_2 = 0$ ($j_2 = 0$). Для такого течения напряженность электрического поля перед фронтом ударной волны определяется по второй формуле (2.9), а за фронтом равна $E_{II}^* = -u_{II}^* (\xi_*)$.

Область течений с образованием на фронте ударной волны поверхностного заряда ионов σ_3 ограничена в плоскости (ξ_*, u_{II}^*) линией L^3 , которая

определяется из системы уравнений (2.3) с учетом верхнего ограничения на ток ионов ($j_3 = 0$)

$$(2.12) \quad L^3 = \frac{2(b_3^* - 1)[\xi_* (u_{II}^{*2} + 1) - 1]^{3/2}}{3b_3^* \xi_*^{1/2}} - u_{II}^* [\xi_* (u_{II}^{*2} + 1) - 1] + \\ + \frac{(b_3^* + 2)}{3b_3^*} (1 + u_{II}^{*3}) - \Phi_1 = 0$$

На плоскости (ξ_*, u_{II}^*) линия L^3 разделяет область решения, в которой на фронте ударной волны образуется поверхностный заряд ионов σ_3 , и область, где вообще в данной постановке задачи не существует решения. Точки этой поверхности соответствуют течению с равным нулю током ионов, при этом ток капель и электрическое поле за фронтом ударной волны определяются по формулам соответственно

$$(2.13) \quad \varepsilon_2 = \frac{(b_3^* - 1)^2}{2b_3^{*2} \xi_*}, \quad E_{II}^* = -u_{II}^* + \frac{(b_3^* - 1)}{b_3^*} \sqrt{\frac{\xi_* (u_{II}^{*2} + 1) - 1}{\xi_*}}$$

При этом свободные ионы не двигаются в поле вверх по потоку, а остаются на сетке-электроре в сечении $\xi = 1$. В рабочем промежутке всюду, кроме сечения $\xi = \xi_*$, ионы отсутствуют; поверхностный заряд ионов в точке $\xi = \xi_*$ отличен от нуля и равен

$$(2.14) \quad \sigma_3 = \frac{1}{4\pi} (E_{II} - E_I) = \frac{u_I}{4\pi b_2} \left[\frac{1}{b_3^*} + \frac{(b_3^* - 1)}{b_3^*} \sqrt{\frac{\xi_* (u_{II}^{*2} + 1) - 1}{\xi_*}} - u_{II}^* \right]$$

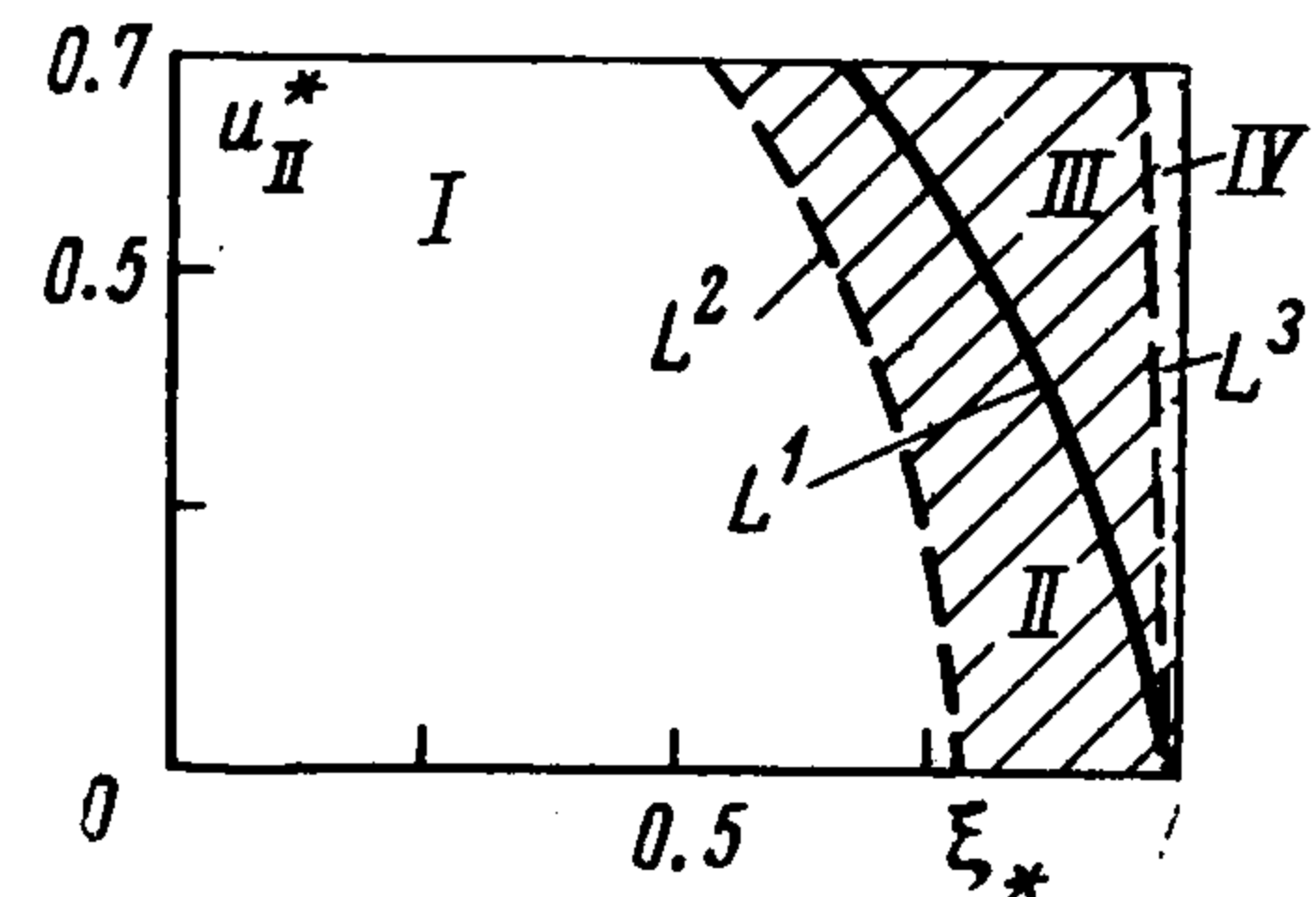
Определим, при каких значениях потенциала Φ_1 возможно течение, при котором параметры ξ_* , u_{II}^* связаны между собой соотношением (2.12). Значение напряженности электрического поля за фронтом ударной волны E_{II}^* в рассматриваемом случае может лежать в интервале $(-u_{II}^*, -u_{II}^*/b_3^*)$ [1]. Воспользовавшись системой уравнений (2.3) и условием $j_3 = 0$, получим, что при стремлении E_{II}^* к точке $E_{II}^* = -u_{II}^*/b_3^*$ потенциал на электроде в сечении $\xi = 1$ стремится к величине $\Phi_1 = 1/3 + 2/3 b_3^{*-1}$. При стремлении E_{II}^* к $-u_{II}^*$ значение потенциала Φ_1 стремится к величине Φ_1' . В рассматриваемом диапазоне изменения u_{II}^* , b_3^* численно показано, что функция $\Phi_1(E_{II}^*)$ — монотонно возрастающая. Следовательно, имеет место неравенство

$$(2.15) \quad \Phi_1' < \Phi_1 < \Phi_1^\infty, \quad \Phi_1^\infty = 1/3 + 2/3 b_3^{*-1}$$

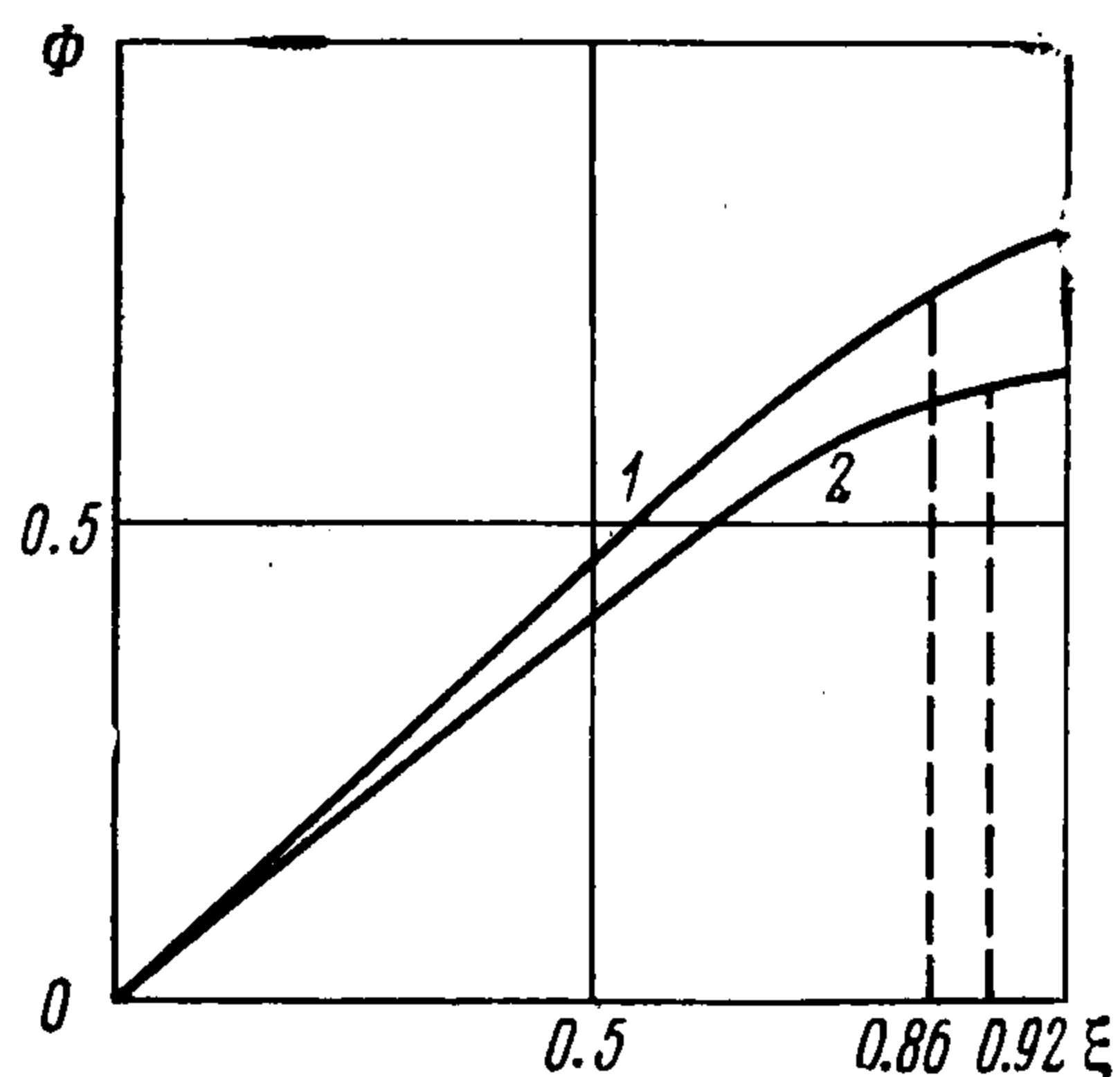
Из решения следует, что при фиксированном Φ_1 , удовлетворяющем неравенству (2.15), существует диапазон $\xi_{\min} < \xi_* < 1$, для каждой точки которого имеется только одно течение с ударной волной, характеризующееся образованием на фронте волны поверхностного заряда ионов и условием $\varepsilon_3 = 0$ ($j_3 = 0$). Для такого течения напряженность электрического поля за фронтом ударной волны определяется по второй формуле (2.13), а перед фронтом ударной волны равна $E_I^* = -1/b_3^*$. С увеличением ξ_* величина $u_{II}^*(\xi_*)$ уменьшается, следовательно, напряженность электрического поля E_{II}^* и поверхностный заряд σ_3 возрастают.

Из численного решения следует, что в исследуемом диапазоне параметров на плоскости (ξ_*, u_{II}^*) при некотором $\Phi_1 = \text{const}$, удовлетворяю-

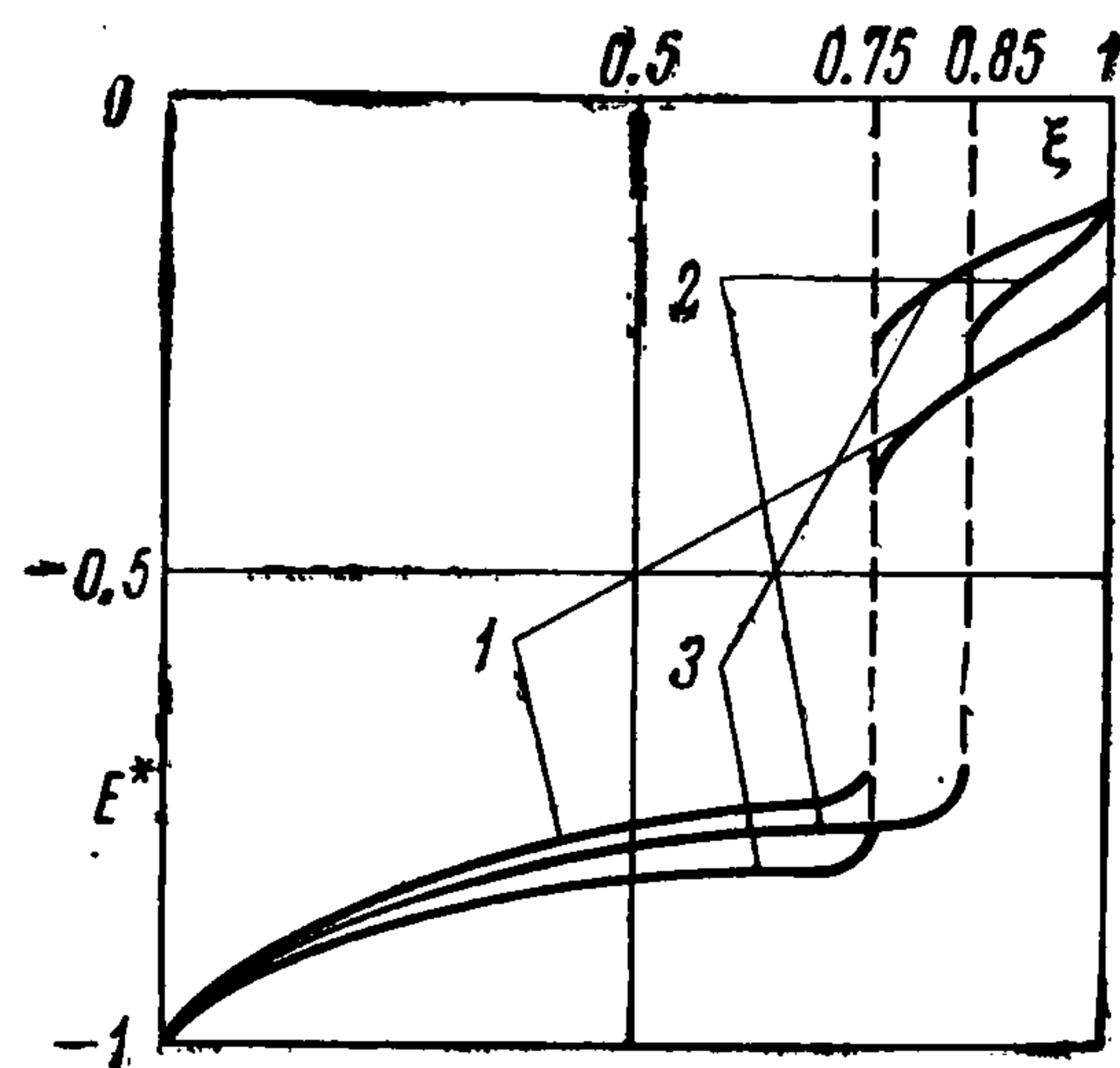
щем одновременно неравенствам (2.7), (2.11) и (2.15), существует в общем случае четыре области (фиг. 1): две области I и IV, в которых в данной постановке задачи не существует решения, область II, в которой на фронте ударной волны образуется поверхностный заряд капель, и область III, в которой на фронте ударной волны образуется поверхностный заряд ионов. Область II ограничена кривой L^1 и кривой L^2 , которая соответствует заданному значению Φ_1 . Область III ограничена кривой L^1 и кривой L^3 , которая так же, как и кривая L^2 , соответствует заданному значению Φ_1 . Уравнения кривых L^1 , L^2 , L^3 даются соответственно формулами (2.5), (2.8) и (2.12). Отметим, что рассматриваются только физически реализуемые значения ξ_* , u_{II}^* , удовлетворяющие неравенствам $0 < u_{II}^* < 1/b_3^*$, $0 < \xi_* < 1$. На фиг. 1 сплошной линией нанесена кривая L^1 . Эта линия разделяет области, в которых $\sigma_2 = 0$ и $\sigma_3 = 0$. На этой же фигуре нанесены пунктирной линией кривые L^2 и L^3 при $\Phi_1 = 0,79$, $1/b_3^* = 0,7$. Точкам заштрихованной области слева от кривой L^1 соответствуют течения с образованием на фронте ударной волны поверхностного заряда капель (область II). Точкам заштрихованной области справа от кривой L^1 соответствуют течения с образованием на фронте разрыва поверхност-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

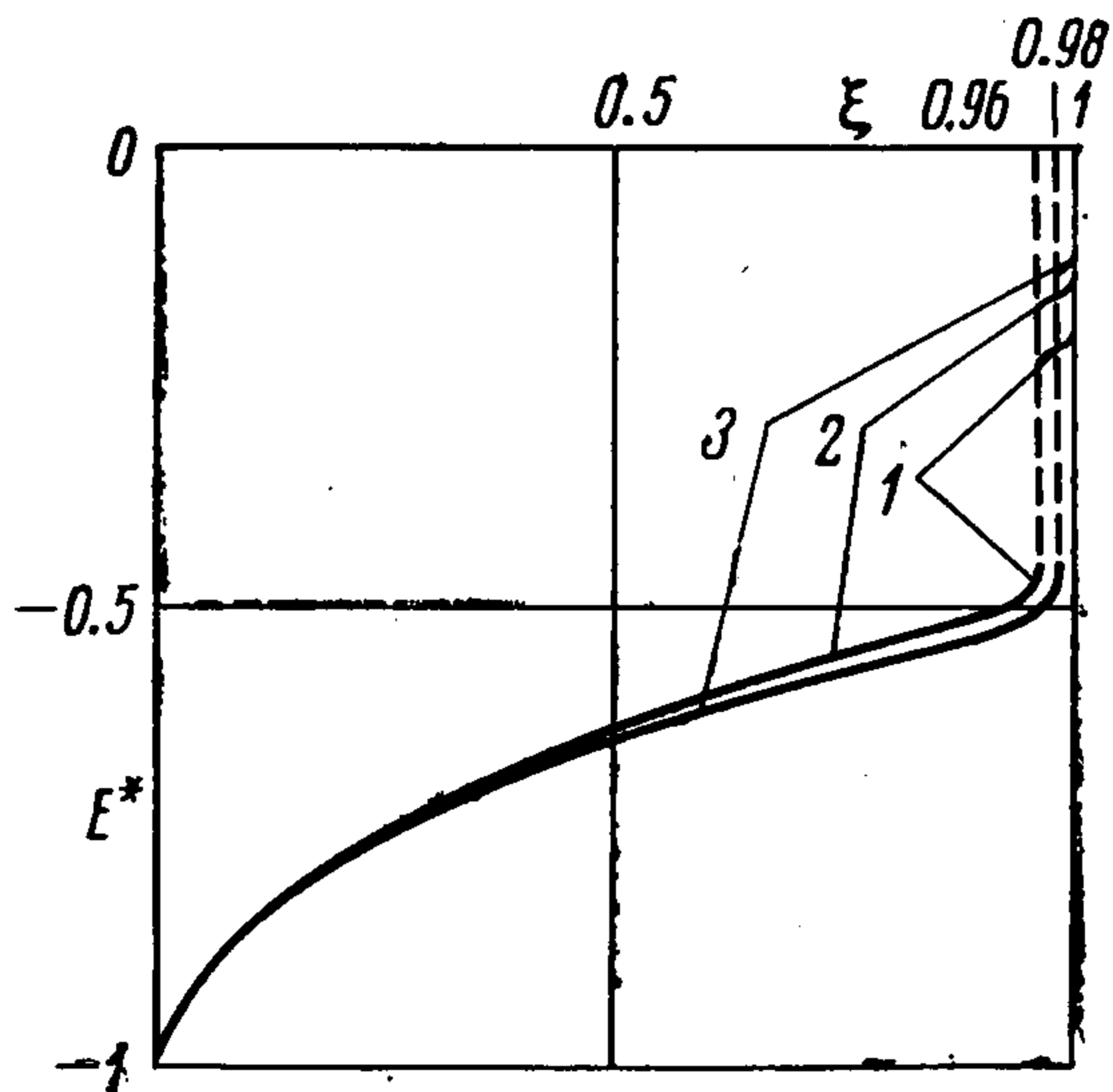
ного заряда свободных ионов (область III). Левее линии L^2 и правее линии L^3 течения с положительным током капель и отрицательным током ионов не существует. Численно показано, что при увеличении безразмерного параметра Φ_1 происходит сужение области II и расширение области III.

3. Приведем результаты расчетов распределения электродинамических параметров при $1/b_3^* = 0.5$ и $1/b_3^* = 0.7$.

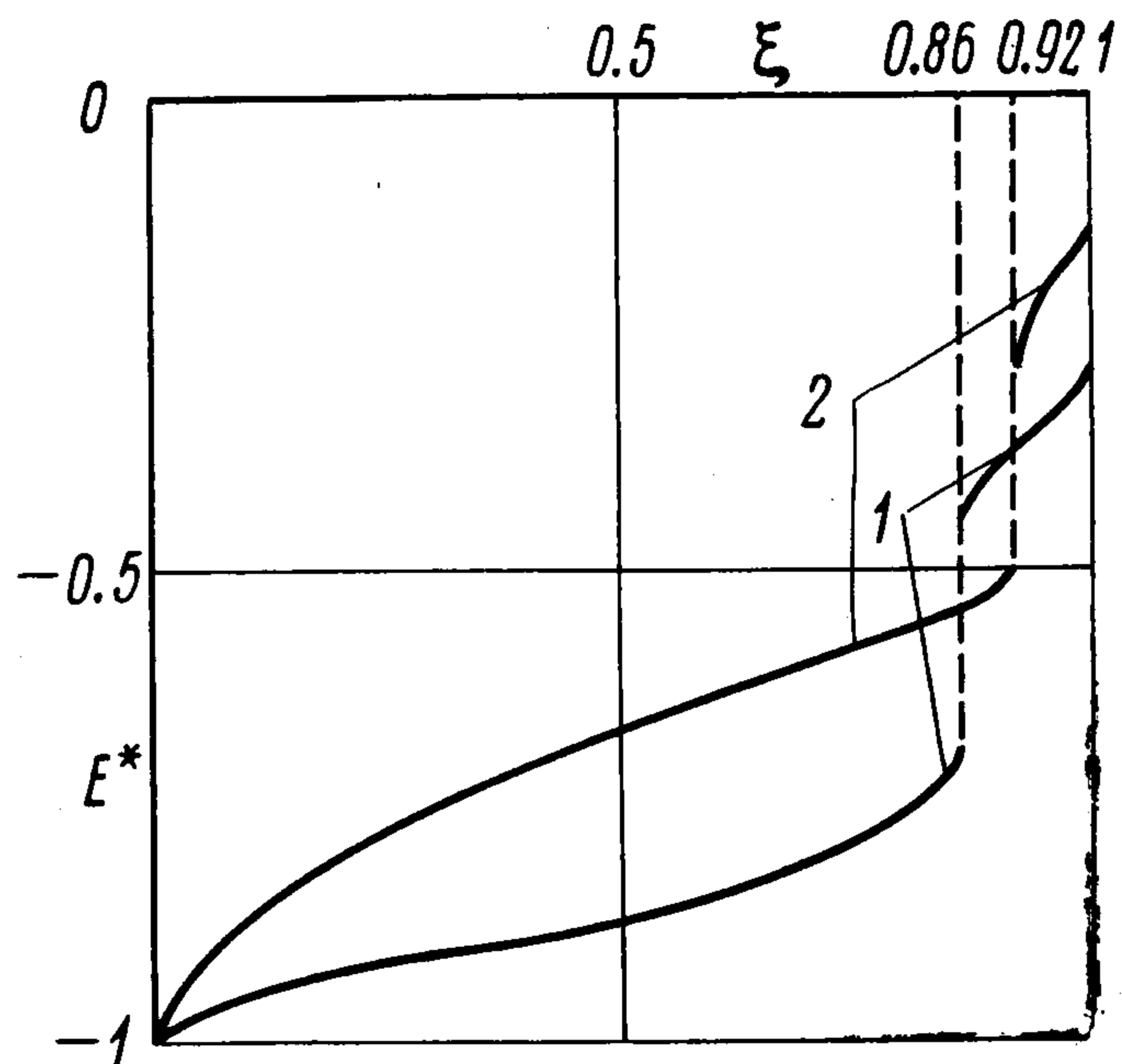
Величина q всегда терпит разрыв на фронте ударной волны. В рассматриваемом случае электрическое поле рвется и, следовательно, на фронте разрыва образуется поверхностный заряд при любом $u_{II}^* < 1/b_3^*$. На фиг. 2 представлены кривые распределения электрического потенциала $\Phi(\xi)$ в случае образования на фронте ударной волны поверхностного заряда $\sigma = \sigma_2 + \sigma_3$. Кривые 1 и 2 на фиг. 2 описывают рас-

пределение $\Phi(\xi)$ соответственно при следующих значениях параметров: $u_{II}^* = 0.4$, $\xi_* = 0.86$, $1/b_3^* = 0.7$, $\Phi_1 = 0.79$ и $u_{II}^* = 0.3$, $\xi_* = 0.92$, $1/b_3^* = 0.5$, $\Phi_1 = 0.66$. Из фиг. 2 видно, что при исследуемых значениях параметров u_{II}^* , ξ_* , $1/b_3^*$ функция $\Phi(\xi)$ монотонно возрастает. В исследуемом диапазоне параметров численно показано, что $\Phi(\xi)$ — монотонно возрастающая функция и в случае образования на фронте разрыва поверхностного заряда одного сорта.

Распределение электрического поля E^* при заданных параметрах ξ_* , u_{II}^* , $1/b_3^*$ из областей II и III представлены на фиг. 3 и 4 соответственно (во всех случаях



Фиг. 4.



Фиг. 5

$1/b_3^* = 0.5$, $\Phi_1 = 0.66$). На фиг. 3 кривая 1 описывает распределение электрического поля E^* при значениях параметров $u_{II}^* = 0.4$, $\xi_* = 0.75$; кривые 2 и 3 — при $u_{II}^* = 0.25$, $\xi_* = 0.85$ и $\xi_* = 0.75$ соответственно. Как следует из фиг. 3, при фиксированном положении разрыва (фиксированном значении ξ_*) разрыв величины электрического поля возрастает с увеличением интенсивности ударной волны (уменьшением u_{II}^*). Следовательно, чем интенсивней газодинамический разрыв, тем больший поверхностный заряд σ_2 образуется на его фронте. Это объясняется тем,

что увеличение интенсивности ударной волны способствует более сильному скапливанию заряженных капель за фронтом разрыва, так как скорость капель уменьшается. При заданной интенсивности газодинамической ударной волны разрыв электрического поля и, следовательно, величина поверхностного заряда σ_2 увеличиваются при перемещении фронта ударной волны вверх по потоку (при уменьшении ξ_*). Таким образом, можно утверждать, что граничная линия L^2 характеризуется максимальным значением σ_2 в области течений с образованием на фронте ударной волны поверхностного заряда капель.

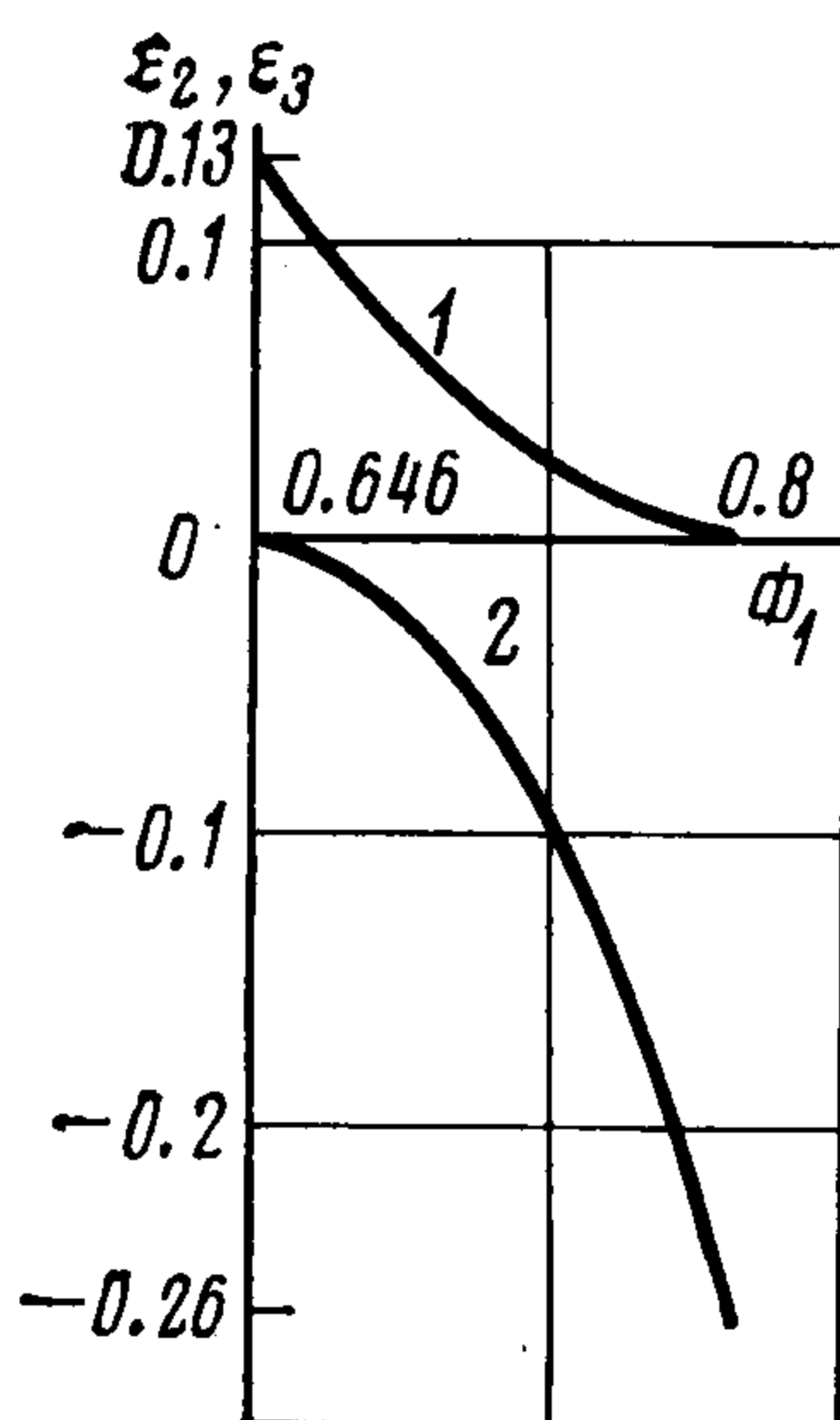


Рис. 6

В случае образования на фронте разрыва поверхностного заряда свободных ионов (фиг. 4) разрыв величины электрического поля при фиксированном положении ударной волны также возрастает с увеличением интенсивности газодинамического скачка, минимальный поверхностный заряд σ_3 образуется при максимальном u_{II}^* . Следовательно, при заданном положении ударной волны ξ_* , точки кривой L^3 соответствуют течениям с минимальным поверхностным зарядом σ_3 .

На фиг. 4 кривая 1 описывает распределение электрического поля E^* при значениях параметров $u_{II}^* = 0.4$, $\xi_* = 0.96$; кривые 2 и 3 — при $u_{II}^* = 0.25$, $\xi_* = 0.96$ и $\xi_* = 0.98$ соответственно. Из фиг. 4 видно, что при фиксированной интенсивности газодинамической ударной волны разрыв электрического поля и величина поверх-

ностного заряда σ_3 увеличиваются при перемещении фронта ударной волны вниз по потоку (при увеличении ξ_*). Следовательно, при заданной интенсивности газодинамической ударной волны u_{II}^* точки кривой L^3 соответствуют течениям с максимальным поверхностным зарядом σ_3 . На фиг. 5 представлены кривые распределения напряженности электрического поля E^* (ξ) в случае образования на фронте ударной волны поверхностного заряда $\sigma = \sigma_2 + \sigma_3$, соответствующие тем же значениям параметров, что и на фиг. 2.

На фиг. 6 изображены зависимости $\varepsilon_2(\Phi_1)$ (кривая 1) и $\varepsilon_3(\Phi_1)$ (кривая 2) для случая, когда на фронте ударной волны образуется поверхностный заряд $\sigma = \sigma_2 + \sigma_3$, соответствующие следующим значениям параметров: $1/b_3^* = 0.5$, $u_{II}^* = 0.2$. Как указывалось в п. 2, при любых заданных u_{II}^* и $1/b_3^*$ существует диапазон значений Φ_1 , при которых возможно течение с образованием на фронте разрыва поверхностного заряда $\sigma = \sigma_2 + \sigma_3$. В данном случае Φ_1 может принимать значения от 0,646 до 0,8. Увеличение величины потенциала на правом электроде Φ_1 ведет к уменьшению тока заряженных капель до нуля и увеличению по абсолютной величине отрицательного тока свободных ионов до его максимального значения, и, наоборот, уменьшение Φ_1 ведет к увеличению тока заряженных капель и уменьшению по абсолютной величине до нуля тока свободных ионов.

Автор благодарит В. В. Гогосова за руководство работой и полезные советы.

Поступила 15 I 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Гогосов В. В., Григорьева Н. О., Налетова В. А., Фарбер Н. Л. Структура электрогидродинамических ударных волн в трехфазных смесях, содержащих два сорта заряженных частиц. Об электрогидродинамических течениях с поверхностями разрывов. *Магнитная гидродинамика*, 1974, № 1.
2. Грабовский В. И. Одномерное электрогазодинамическое течение с ударными волнами при малом параметре электрогидровзаимодействия. *ПММ*, 1972, т. 36, вып. 5.