

**ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ
С ЗАМЫКАЮЩИМ СКАЧКОМ УПЛОТНЕНИЯ
ПРИ ОКОЛОЗВУКОВОЙ СКОРОСТИ ПОТОКА**

А. Н. Крайко, В. А. Широнос

(Москва)

Исследуется устойчивость течения в канале с замыкающим скачком уплотнения в случае, когда скорость потока перед скачком близка к скорости звука и поэтому непригодно «квазицилиндрическое» приближение, в рамках которого был выполнен анализ устойчивости в [1, 2]. Используется «околозвуковое» приближение, учитывающее изменение интенсивности акустических волн при их распространении по каналу. При этом пренебрегается изменением по длине канала (от сечения замыкающего скачка до сечения выхода) стационарных параметров потока (отличных от разности $M - 1$, где M — число Маха) и производной числа Маха по продольной координате. Последняя ситуация реализуется, в частности, в окрестности минимального сечения сопла Лавала. В остальном постановка задачи совпадает с описанной в [2] и включает условие отражения на выходе из канала. Это условие имеет вид линейной связи между нестационарным возмущением левого инварианта Римана, который характеризует отраженную акустическую волну, и возмущениями правого инварианта Римана и энтропийной функции, которые характеризуют волны, приходящие к сечению выхода со стороны канала. Построение области устойчивости в плоскости коэффициентов отражения основывается на применении метода « D -разбиения» [3, 4].

1. Пусть стационарный сверхзвуковой поток в канале с площадью поперечного сечения $F = F(x)$, где x — координата, отсчитываемая вдоль оси канала, содержит так называемый замыкающий скачок, располагающийся при $x = 0$. Взяв за характерную длину расстояние от сечения скачка до выхода из канала, будем иметь, что выходному сечению отвечает $x = 1$. За характерные скорость и плотность при приведении уравнений к безразмерному виду, как и в [2], возьмем соответствующие критические величины стационарного потока слева от скачка (газ течет слева направо).

Не останавливаясь на деталях постановки задачи об устойчивости рассматриваемого стационарного течения, которая не отличается от описанной в [1, 2], приведем уравнения и граничные условия, получающиеся в результате линеаризации. Как показано в [2], линеаризованные уравнения одномерного нестационарного течения совершенного газа могут быть записаны в следующей «характеристической» форме:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \frac{D^+R}{Dt} &= a_{11}R + a_{12}L + a_{13}S \\ \frac{D^-L}{Dt} &= a_{21}R + a_{22}L + a_{23}S, \quad \frac{DS}{Dt} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{D^+}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (U + A) \frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{D^-}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (U - A) \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}$$

Здесь t — время, R , L и S — нестационарные возмущения соответственно правого и левого инвариантов Римана и энтропийной функции; D^+ / Dt , D^- / Dt и D / Dt — операторы дифференцирования вдоль характеристик первого и второго семейств и траектории частиц; U и A — стационарные значения скорости потока и скорости звука. Коэффициенты a_{ij} — известные функции x , пропорциональные M' , где $M = U / A$ — число Маха, а штрихом обозначена производная по x . Для совершенного газа (κ — показатель адиабаты).

$$(1.2) \quad M' = M [2 + (\kappa - 1)M^2] (\ln F)' / 2 (M^2 - 1)$$

В согласии с (1.1) времена распространения акустических и энтропийных волн (R -, L - и S -волн) от скачка до выхода из канала (или в обратном направлении — для L -волн) равны

$$(1.3) \quad \tau_r = \int_0^1 \frac{dx}{U + A}, \quad \tau_l = \int_0^1 \frac{dx}{A - U}, \quad \tau_s = \int_0^1 \frac{dx}{U}$$

В исследуемом случае, для которого $0 < U < A$, т. е. поток при $0 < x < 1$ дозвуковой, имеет место неравенство $\tau_l > \tau_r$.

Систему (1.1) следует дополнить условиями, которые ставятся на границах рассматриваемого участка канала (при $x = 0$ и $x = 1$). Условия при $x = 0$, получающиеся в результате линеаризации соотношений на замыкающем скачке уплотнения, сводятся к равенствам [2]

$$(1.4) \quad R_+ = \varphi L_+ - \psi Y x_s', \quad S_+ = \varphi' L_+ - \psi' Y x_s, \quad x_s' = \mu L_+ - \beta Y x_s$$

$$(Y \equiv (\ln F)'_{x=0} = 2(M_+^2 - 1)M_+' / [2 + (\kappa - 1)M_+^2]M_+)$$

Здесь $x = x_s(t)$ — уравнение траектории замыкающего скачка; точкой обозначено дифференцирование по t ; коэффициенты φ , ψ , φ' , ψ' , μ и β — известные функции κ и M_- , причем индексы минус и плюс приписываются параметрам при $x = 0$ соответственно слева и справа от замыкающего скачка; Y выражено через M_+' в согласии с (1.2).

На выходе из канала (при $x = 1$), как и в [2], будем ставить условие отражения

$$(1.5) \quad L = \chi R + \chi' S$$

в котором коэффициенты отражения χ и χ' считаются заданными. Условие (1.5) связывает амплитуду L -волны, отраженной от сечения выхода, с амплитудами R - и S -волн, приходящих к этому сечению.

В [1, 2] анализ устойчивости проведен в квазицилиндрическом приближении, в котором пренебрегается относительными изменениями функций R и L при движении соответствующих волн от сечения скачка до сечения выхода из канала (или в обратном направлении — для L -волн). Как следует из (1.1), это действительно имеет место для цилиндрического канала, когда $M' \equiv 0$. Что касается канала переменного сечения, то здесь

при фиксированном M_- погрешности указанного приближения уменьшаются при $M' \rightarrow 0$. Последнее следует из того, что в согласии со сказанным ранее все коэффициенты a_{ij} в (1.1) пропорциональны M' .

При $M_- \rightarrow 1$ условия применимости квазицилиндрического приближения становятся все более жесткими (в смысле ограничения на величину M'), что связано с двумя обстоятельствами. Прежде всего время τ_l распространения L -волны по каналу в силу (1.3) при приближении M_- к единице неограниченно растет. Следовательно, для того, чтобы приращение левого инварианта при движении L -волны от сечения $x = 1$ до замыкающего скачка было мало по сравнению с $\max(R, L, S)$, необходимо выполнение условия

$$(1.6) \quad \tau_l \max_{0 \leq x \leq 1, j=1, 2, 3} |a_{2j}| \ll 1$$

В исследуемом случае τ_l имеет порядок единицы, а порядки коэффициентов a_{1k} и a_{2j} совпадают. Поэтому условие (1.6) или эквивалентное ему неравенство $|M'| \ll \ll (M_- - 1)$ обеспечивает малость приращения по сравнению с $\max(R, L, S)$ не только левого, но и правого инварианта. Это однако еще не означает справедливости квазицилиндрического приближения. Действительно, из малости приращений инвариантов R и L по сравнению с $\max(R, L, S)$ следует их малость по сравнению с соответствующими значениями при $x = 0$, т. е. с R_+ или с L_+ только в том случае, если R_+ , L_+ и S_+ совпадают по порядку величин. Возможность нарушения этого условия является вторым обстоятельством, которое следует иметь в виду при применении квазицилиндрического приближения. Сравним порядки указанных величин при M_- , близких к единице. С этой целью перепишем соотношения (1.4) с учетом выражений для коэффициентов φ, φ', \dots из [2], оставляя в разложениях указанных коэффициентов по $\varepsilon \equiv M_- - 1$ только главные члены. В результате придем к соотношениям

$$\begin{aligned} R_+ &= -\gamma \varepsilon^2 L_+ + 4(\kappa + 1)^{-2} M_+' \varepsilon^2 x_s \\ S_+ &= \kappa \gamma \varepsilon^2 L_+ + 4\kappa \gamma (\kappa + 1)^{-1} M_+' \varepsilon^3 x_s \\ x_s &= 0.5(\kappa + 1)L_+ + 2(\kappa + 1)^{-1} M_+' \varepsilon x_s \quad (\gamma = 4(\kappa - 1) / (\kappa + 1)) \end{aligned}$$

Проинтегрировав последнее уравнение этой системы и ограничиваясь, как и всюду далее, случаем отрицательных M_+' , найдем, что x_s для достаточно больших t не превосходит (по порядку величины) $L_+ / \varepsilon M_+'$. Отсюда и из двух первых равенств той же системы следует, что максимально возможные значения R_+ и S_+ имеют порядок εL_+ и $\varepsilon^2 L_+$ соответственно. Данная оценка величины S_+ сохраняется и при колебаниях скачка с «умеренной» или с «высокой» частотой, когда x_s имеет тот же порядок, что и L_+ . При этом, однако, R_+ имеет порядок $\varepsilon^2 L_+$. В согласии со сказанным и в соответствии с (1.1) $\max(R, L, S) = \max L_+$, в то время как R_+ всегда меньше, чем L_+ .

Таким образом, функции R_+, L_+ и S_+ при $M_- \rightarrow 1$ имеют разный порядок. Поэтому для получения условия применимости квазицилиндрического приближения требуется более аккуратное рассмотрение коэффициентов a_{ij} . Проведя необходимые выкладки, можно показать, что $a_{12} \sim \varepsilon M_+'$, а все остальные коэффициенты a_{ij} имеют порядок M_+' . В соответствии с этим и с приведенными выше оценками для R_+ и S_+ изменение правого инварианта при прохождении R -волны от скачка до выхода из канала — величина порядка $\varepsilon M_+' L_+$, а изменение левого инварианта при прохождении L -волной канала в обратном направлении — величина порядка $\tau_l M_+' L_+ \sim M_+' \varepsilon^{-1} L_+$. Так как R_+ может иметь порядок $\varepsilon^2 L_+$, то условия, обеспечивающие малость относительных изменений R и L , а следовательно, справедливость квазицилиндрического приближения, формулируются в виде двух неравенств: $|\varepsilon M_+' L_+| \ll |R_+| \sim \varepsilon^2 |L_+|$ и $|M_+' \varepsilon^{-1} L_+| \ll |L_+|$. Последние сводятся к одному неравенству

$$(1.7) \quad |M'| \ll M_- - 1$$

Как уже указывалось, условия (1.6) и (1.7) эквивалентны в силу совпадения порядков величин M' и a_{2j} .

В согласии с (1.2) $M' \sim F' / (M - 1)$. Поэтому для применимости квазицилиндрического приближения необходимо, чтобы при $M_- \rightarrow 1$ производная F' убывала как $(M_- - 1)^2$, а это чрезвычайно ограничивает возможности использования указанного подхода. С другой стороны, именно для случая околосвуковой скорости перед замыкающим скачком в [5] приведены некоторые качественные соображения о возможной неустойчивости потока в условиях, для которых квазицилиндрическое приближение предсказывает устойчивость. Сказанное оправдывает разработку подхода, применимость которого для любых $M_- > 1$ ограничена неравенством $|M'| \ll 1$, более слабым, чем (1.7). Такой подход, называемый далее «околосвуковым» приближением, развивается ниже и опирается на следующие соображения.

Ограничимся случаем, когда газ перед скачком разгонялся в сопле Лавала, так как именно для сопла M_- , а следовательно и M_+ , могут быть как угодно близки к единице. На стационарном режиме минимальному сечению сопла отвечает точка типа седла, а интегральная кривая, соответствующая разгону газа, является одной из сепаратрис поля интегральных кривых. Учитывая это, заменим M' при $0 < x < 1$ на константу M_+' . Пренебрежем также (в силу предположения о малости M_+') изменением по длине канала всех стационарных параметров газа, кроме разности $A - U$ или $M - 1$. В согласии с данными выше оценками величин R_+ и S_+ и коэффициентов a_{ij} в правых частях (1.1) при $|M'| \ll 1$ и $(M_- - 1) \ll 1$ следует оставить только вторые слагаемые. Более того, соответствующее слагаемое в первом уравнении сохранено лишь на случай, когда $R_+ \sim \varepsilon^2 L_+$, поскольку только в подобной ситуации приращение инварианта R , обусловленное указанным слагаемым и имеющее порядок $\varepsilon M' L_+$, соизмеримо или даже превосходит R_+ . Если же $R_+ \sim \varepsilon L_+$, то учет этого члена, как, впрочем, и опущенного слагаемого $a_{11}R$, которое, кстати, в таком случае соизмеримо с $a_{12}L$, просто несуществен.

В соответствии со сказанным в околосвуковом приближении исследуемое течение описывается следующей системой:

$$(1.8) \quad \frac{D^-L}{Dt} = aL, \quad \frac{D^+R}{Dt} = b(1 + \alpha x)L, \quad S(x, t) = S(\zeta)$$

$$\zeta = x - U_+t, \quad \tau_r = 1 / (U_+ + A_+), \quad \tau_l = \delta^{-1} \ln(1 + \alpha), \quad \tau_s = 1 / U_+$$

$$a = A_+ \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{M_+} - 1 \right) - \frac{(\kappa - 1)M_+ + 2}{(\kappa - 1)M_+^2 + 2} \right] M_+'$$

$$b = A_+ \frac{(M_+ - 1)[(\kappa - 1)M_+^2 - 2]}{2M_+[(\kappa - 1)M_+^2 + 2]} M_+', \quad \alpha = \frac{M_+'}{M_+ - 1}$$

$$\delta = -A_+ M_+'$$

При получении этой системы использованы выражения для коэффициентов a_{12} и a_{22} из [2].

Подчеркнем, что на самом деле околосвуковое приближение при $|M'| \ll 1$ справедливо для любых M_- . Однако если число Маха перед скачком заметно отличается от единицы, то результаты околосвукового и квазицилиндрического приближений не будут различаться.

2. Можно показать, что, как и в квазицилиндрическом приближении [1, 2], анализ устойчивости течения, которое описывается системой (1.8) при граничных условиях (1.4) и (1.5) сводится к исследованию поведения $L_+(t)$ и $x_s(t)$ при $t \rightarrow \infty$. Указанные функции определяются системой двух уравнений, первое из которых — это третье уравнение из (1.4), переписанное с указанием аргументов

$$(2.1) \quad x_s'(t) = \mu L_+(t) - \beta Y x_s'(t)$$

Второе уравнение оказывается в отличие от случая, рассмотренного в [2], не разностным, а интегрально-разностным и получается так.

Найдем сначала $L = L(x, t)$. Интегрируя первое уравнение (1.8) вдоль c^- -характеристики, которая проходит через рассматриваемую точку плоскости xt , получим

$$(2.2) \quad L(x, t) = L_+[t + \tau_l(x)] \exp[-a\tau_l(x)]$$

Здесь $t + \tau_l(x)$ — момент пересечения указанной характеристики с замыкающим скачком (в данном приближении — с прямой $x = 0$). Так как в рассматриваемом случае $1 - M(x) = (1 - M_+)(1 + \alpha x)$, то в согласии с уравнением c^- характеристики

$$(2.3) \quad \tau_l(x) = \delta^{-1} \ln(1 + \alpha x)$$

Используя (2.2) и (2.3), проинтегрируем теперь второе уравнение (1.8) вдоль c^+ -характеристики от точки ее пересечения с прямой $x = 0$ в момент времени $t - \tau_r(x)$, где $\tau_r(x) = x\tau_r$, до точки с координатами x и t . В результате получим

$$(2.4) \quad R(x, t) = R_+[t - \tau_r(x)] - b \int_0^{\tau_r(x)} \left[1 + \frac{\alpha\theta}{\tau_r(x)}\right]^v L_+ \left\{t - \tau_r(x) + \theta + \frac{1}{\delta} \ln \left[1 + \frac{\alpha\theta}{\tau_r(x)}\right]\right\} d\theta \quad \left(v = 1 - \frac{a}{\delta}\right)$$

Формулы (2.2) и (2.4) справедливы, в частности, в сечении выхода из канала (при $x = 1$). Подставляя $R(1, t)$, $L(1, t)$ и функцию $S(1, t)$, которая в согласии с (1.8) равна $S_+(t - \tau_s)$, в условие отражения (1.5) и исключая из полученного таким путем соотношения R_+ и S_+ при помощи двух первых равенств (1.4), придем к искомому интегрально-разностному уравнению

$$(2.5) \quad L_+(t + \tau_l) e^{-a\tau_l} = \chi \left\{ \varphi L_+(t - \tau_r) - \psi Y x_s(t - \tau_r) + \tau_r b \int_0^1 (1 + \alpha x)^v L_+ \left[t - \tau_r + \tau_r x + \frac{1}{\delta} \ln(1 + \alpha x) \right] dx \right\} + \chi' [\varphi' L_+(t - \tau_s) - \psi' Y x_s(t - \tau_s)]$$

При $a = b = 0$ уравнение (2.5) переходит в соответствующее разностное уравнение квазицилиндрического приближения [2].

Характеристическое уравнение системы (2.1) и (2.5), корни которого λ определяют поведение собственных функций $L_+(t) = L^\circ \exp \lambda t$ и $x_s(t) = X^\circ \exp \lambda t$, где L° и X° — константы, а следовательно и эволюцию решения при больших t , имеет вид

$$(2.6) \quad H(\lambda) \equiv (\lambda + \beta Y) e^{-a\tau_l} - \chi [\varphi(\lambda + \beta Y) - \mu \psi Y + \tau_r b (\lambda +$$

$$+ \beta Y) I(\lambda) e^{-\lambda \tau} - \chi' [\varphi'(\lambda + \beta Y) - \mu \psi' Y] e^{-\lambda \tau'} = 0$$

$$I(\lambda) = \int_0^1 (1 + \alpha x) \exp[\lambda(x-1)\tau_r + (\lambda - a)\tau_l(x)] dx$$

$$\tau = \tau_l + \tau_r, \quad \tau' = \tau_l + \tau_s$$

Интеграл $I(\lambda)$ можно выразить через вырожденные гипергеометрические функции. Проводя необходимые выкладки, включающие использование (2.3) и соотношения Куммера [6]: $\Phi(\alpha, \gamma; r) = \Phi(\gamma - \alpha, \gamma; -r) \exp r$, в котором $\Phi(\alpha, \gamma; r)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, можно показать, что

$$(2.7) \quad I(\lambda) = \frac{\delta}{\alpha(2\delta - a + \lambda)} \left[(1 + \alpha)^2 e^{\lambda\tau - a\tau_l} \Phi\left(1, 3 + \frac{\lambda - a}{\delta}; -\lambda\tau_r \frac{1 + \alpha}{\alpha}\right) - \Phi\left(1, 3 + \frac{\lambda - a}{\delta}; -\frac{\lambda\tau_r}{\alpha}\right) \right]$$

Наряду с результатами, полученными на основе исследования характеристического уравнения (2.6) с функцией $I(\lambda)$, определенной по (2.7), оправдано, как это будет видно из дальнейшего, приближенное вычисление интеграла $I(\lambda)$, несколько упрощающее расчеты и состоящее в следующем. Сложность вычисления $I(\lambda)$ обусловлена сложностью функции $\tau_l(x)$, которая дается формулой (2.3) и такова, что $\tau_l(0) = 0$ и $\tau_l(1) = \tau_l$. Если заменить кривую (2.3) прямой $\tau_l(x) = \tau_l x$, то после несложных преобразований найдем, что

$$(2.8) \quad I(\lambda) = \gamma^{-2} \{ \alpha - \gamma + [(1 + \alpha)\gamma - \alpha] e^\gamma \} e^{-\lambda\tau_r}$$

$$\gamma = \gamma(\lambda) = \lambda\tau_r + (\lambda - a)\tau_l$$

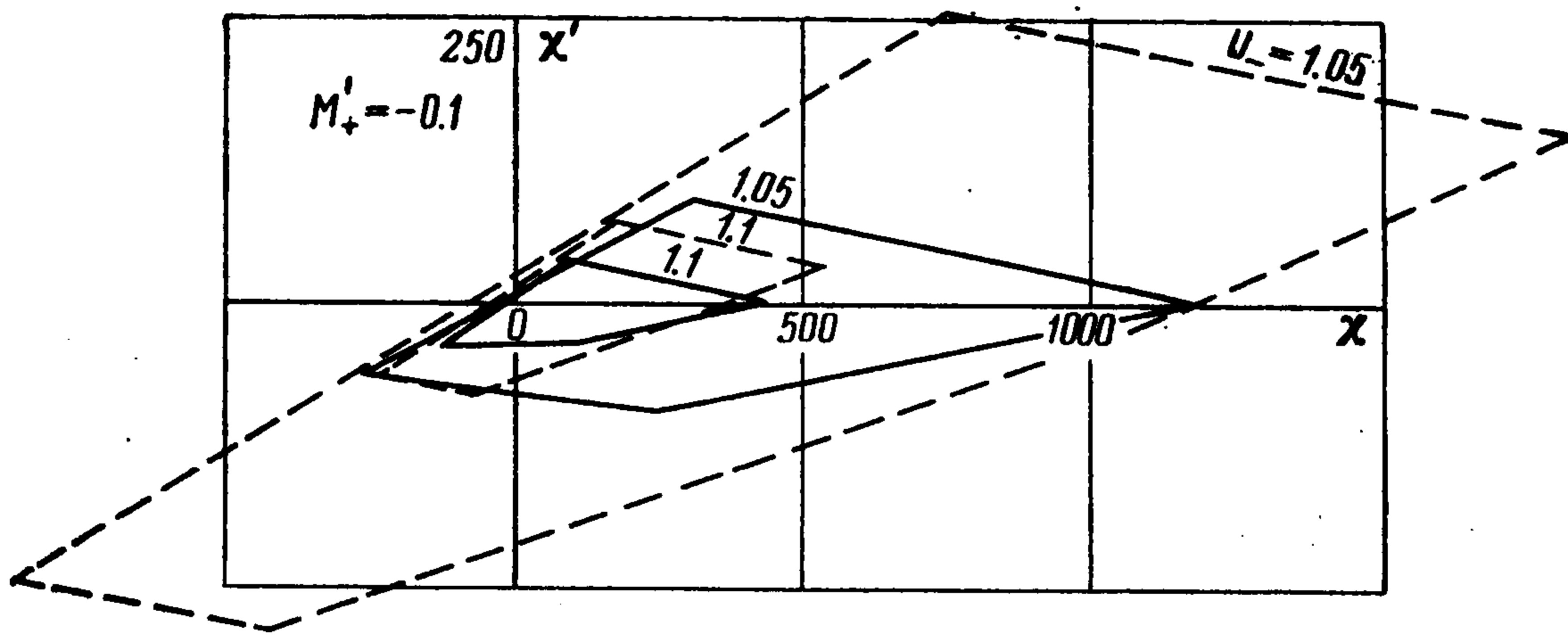
Как уже указывалось, исследование устойчивости основывается на построении кривых Найквиста (методе « D -разбиения») и на асимптотическом анализе, справедливом при $|\lambda| \gg 1$. Не останавливаясь на деталях исследования, которое в основном выполнялось так же, как и в [2], отметим лишь три момента.

Прежде всего о положении области устойчивости — области $D(0)$ в методе D -разбиения. Положив в (2.6) $\chi = \chi' = 0$, придем к характеристическому уравнению, имеющему единственный корень $\lambda = -\beta Y$. Как показывают расчеты [1], коэффициент β всегда положителен. Отсюда следует, что в случае расширяющегося канала ($Y > 0$) область устойчивости в плоскости $\chi\chi'$ занимает некоторую окрестность начала координат. Второй момент связан с асимптотическим анализом корней характеристического уравнения при $|\lambda| \gg 1$. Этот анализ проводится так же, как в квазицилиндрическом приближении [2], и показывает, что при $|\lambda| \gg 1$ областью устойчивости является ромб

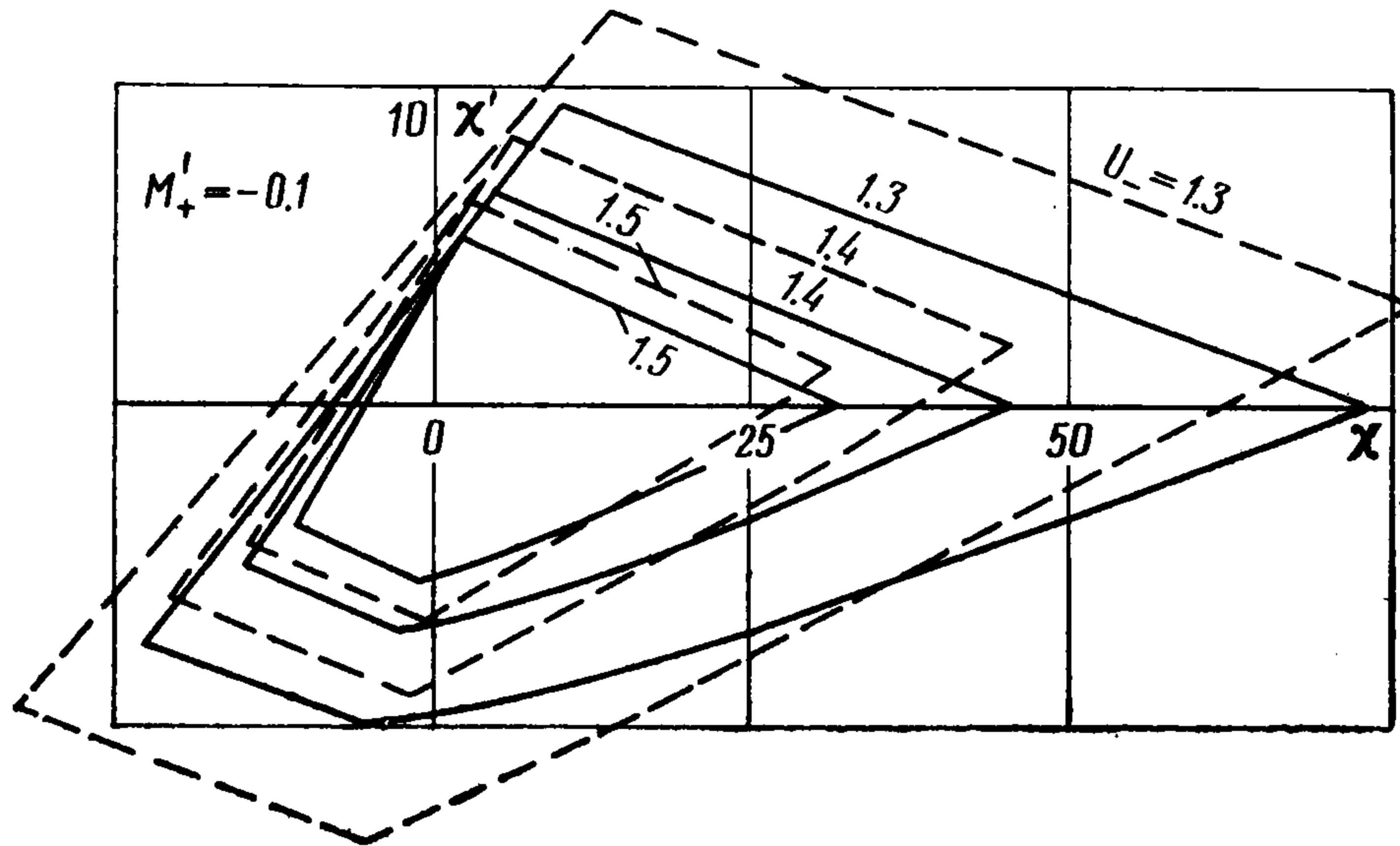
$$|\chi\varphi \pm \chi'\varphi'| < e^{-a\tau_l}$$

Последний момент относится к разделению действительной и мнимой частей $H(\lambda)$, которое необходимо при построении кривых Найквиста. Такое разделение проводилось самой ЭВМ (программа была написана на «ФОРТРАНЕ» для БЭСМ-6), что весьма существенно ввиду сложности функций, входящих в $H(\lambda)$.

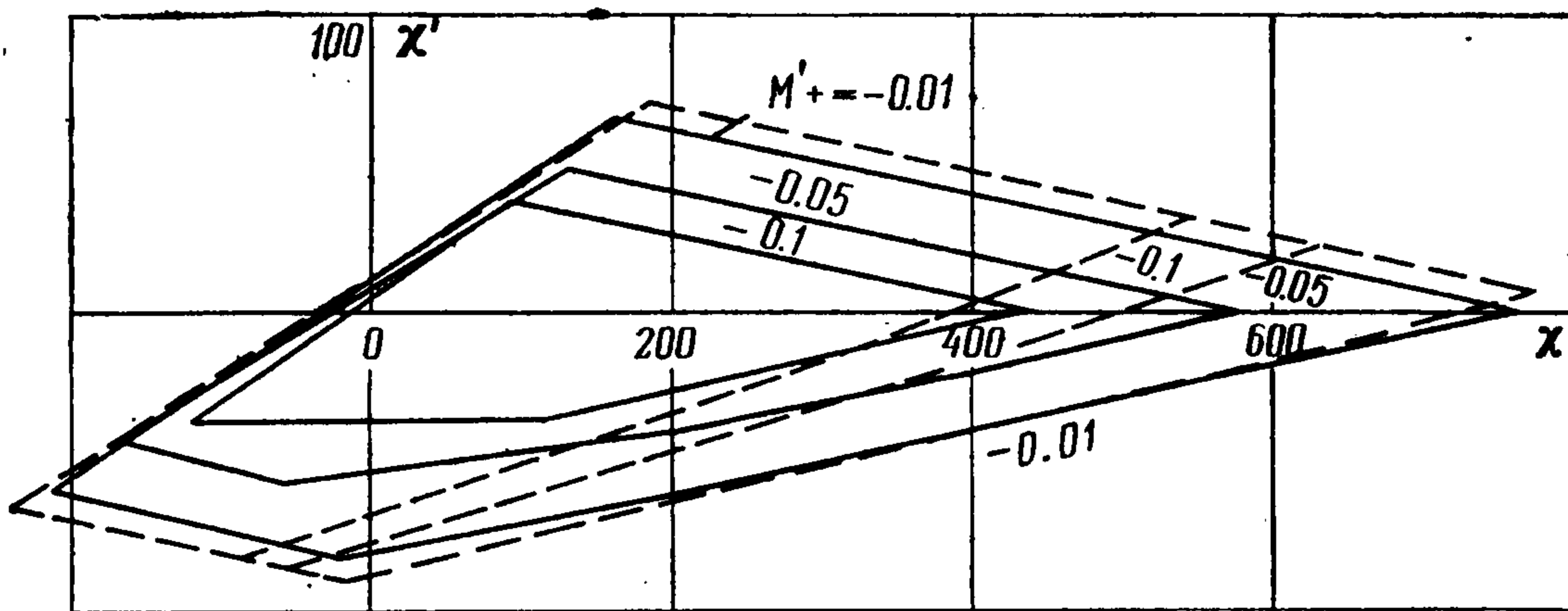
3. Перейдем к примерам построения областей устойчивости в плоскости коэффициентов отражения $\chi\chi'$. Некоторые результаты представлены на фиг. 1—4, на которых сплошными линиями нанесены границы областей устойчивости, полученные в оклозвучном, а штрихами — в квазицилиндрическом приближениях. Все расчеты выполнялись для течения совершенного газа с $\kappa = 1.4$. На фиг. 1 и 2 для $M_+' = -0.1$ нанесены границы области устойчивости в плоскости $\chi\chi'$ при различных U_- , т. е. сечения плоскостями $U_- = \text{const}$ поверхности, которая ограничивает область устойчивости в пространстве $U_- \chi\chi'$. Значения U_- даны цифрами около кривых. Течение устойчиво при χ и χ' , отвечающих точкам внутри соответствующих многоугольников. Аналогичным образом на фиг. 3 и 4 границы областей устойчивости при $U_- = 1.1$



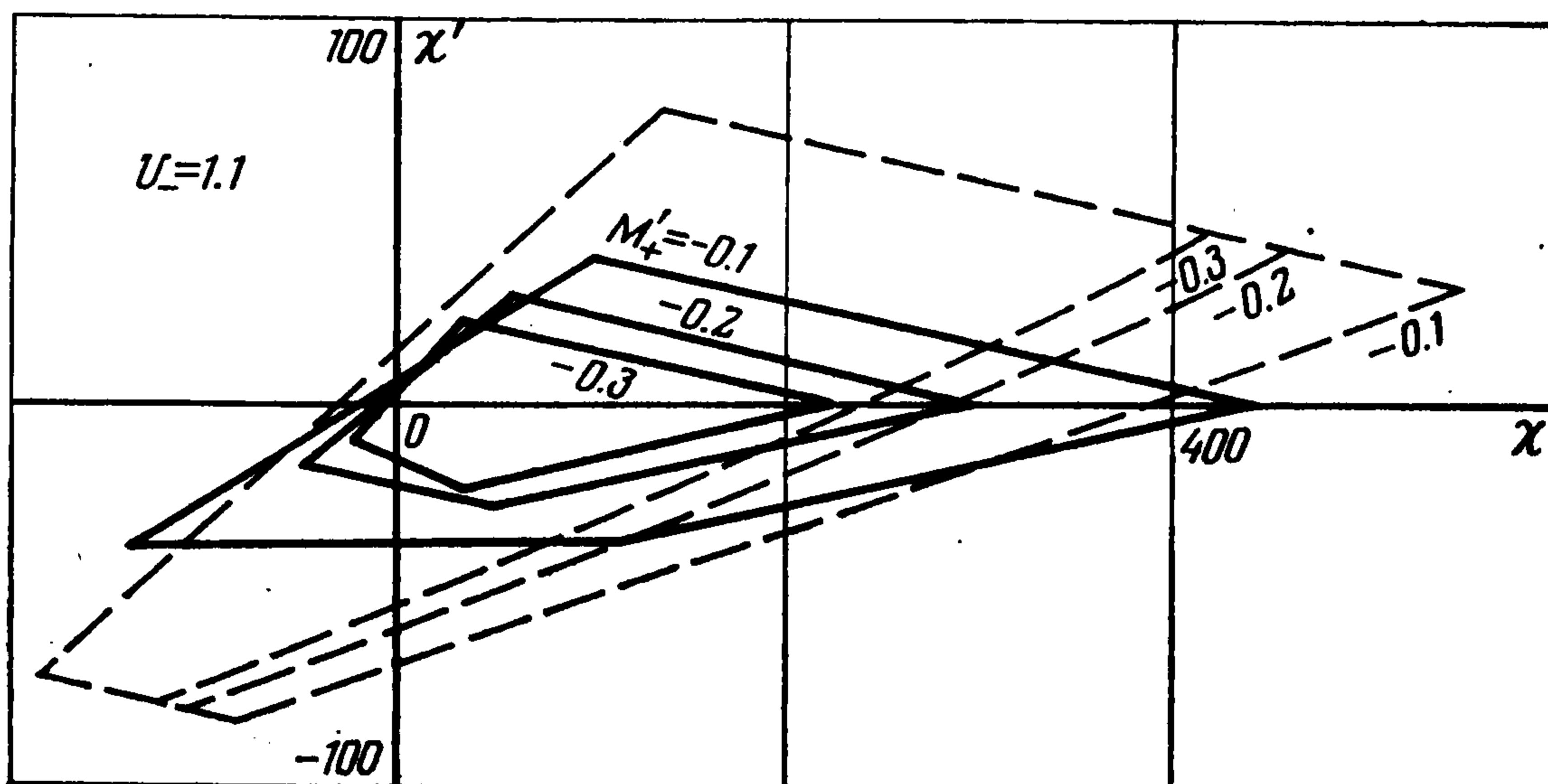
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

нанесены для различных значений M_+' , которые тоже даны цифрами около кривых. Как видно из рассмотрения фиг. 1—4, и в околосвуковом и в квазицилиндрическом приближениях размеры области устойчивости при фиксированном M_+' по мере приближения U_- к единице увеличиваются. Как и следовало ожидать, различие сплошных и штриховых кривых растет с уменьшением U_- и с увеличением M_+' . Для фиксированного M_+' с ростом U_- наблюдается естественный переход от результатов околосвукового к результатам квазицилиндрического приближений. Та же картина имеет место, если при фиксированном U_- уменьшается величина M_+' . Отметим, что результаты, представленные на фиг. 1—4 сплошными кривыми, получены с использованием формулы (2.7). Отличие результатов, полученных при помощи приближенной формулы (2.8) для $\alpha < 4$, лежит за границами возможностей графического представления. С ростом α отличие возрастает и при $\alpha \geq 6$ становится весьма значительным.

Как следует из представленных выше данных, несмотря на количественное различие результатов квазицилиндрического и околосвукового приближений при стремлении числа Маха перед замыкающим скачком к единице, выводы принципиального характера, сделанные в рамках квазицилиндрического приближения в [1,2], не меняются. В частности, сохраняются выводы об устойчивости течения с замыкающим скачком в расширяющемся сечении канала ($Y < 0, M_+' > 0$), если на выходе из канала ставятся условия отсутствия отражения, постоянства давления или постоянства числа Маха. Так как околосвуковое приближение опирается на малость производной $M_+' = (dM/dx)_{x=0}$, где за единицу длины взято расстояние от скачка до выхода из канала, то оно пригодно, например, в случае, когда скачок располагается вблизи выходного сечения. Отметим в связи с этим, что тенденция к неустойчивости, которая для указанного случая была обнаружена в [5], явилась следствием незаконного отбрасывания нелинейных членов в разложении решения в ряд Тейлора по x .

Заканчивая изложение, сделаем одно существенное замечание. При линеаризации уравнений коэффициент $(u - a)$ при $\partial L / \partial x$ заменяется на $U - A$. При околосвуковой скорости потока такая замена справедлива лишь в случае, если возмущения соответствующих параметров малы по сравнению с разностью $U - A$. Данное обстоятельство накладывает весьма жесткое ограничение на применение околосвукового приближения в случаях, в которых амплитуда возмущений задается условиями задачи. При исследовании устойчивости дело обстоит иначе. Здесь требуется анализировать поведение сколь угодно малых возмущений, амплитуда которых при $t = 0$ может быть выбрана, в частности, в соответствии с условиями применимости используемых уравнений. Если течение устойчиво, то возмущения не будут расти и поэтому указанные условия будут соблюдаться и при $t > 0$. Таким образом, выводы об устойчивости, понимаемой в классическом смысле, которые делаются на основе использования уравнений (1.1) или (1.8), справедливы вне зависимости от величины разности $U - A$, если только последняя при $0 < x < 1$ не обращается в нуль.

В заключение авторы выражают признательность В. Т. Гриню и Н. И. Тилляевой за полезные обсуждения и помощь в работе.

Поступила 4 XII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Гринь В. Т., Крайко А. Н., Тилляева Н. И. Исследование устойчивости течения идеального газа в квазицилиндрическом канале. ПММ, 1975, т. 39, вып. 3.
2. Гринь В. Т., Крайко А. Н., Тилляева Н. И. Об устойчивости течения идеального газа в канале с замыкающим скачком уплотнения при одновременном отражении от сечения выхода акустических и энтропийных волн. ПММ, 1976, т. 40, вып. 3.
3. Чеботарев Н. Г., Мейман Н. Н. Проблема Раусса — Гурвица для полиномов и целых функций. Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова, 1949, т. 26.
4. Айзерман М. А. Лекции по теории автоматического регулирования М., Гостехиздат, 1956.
5. Слободкина Ф. А. Об устойчивости скачка уплотнения в магнитогазодинамических течениях в каналах. ПМТФ, 1970, № 1.
6. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. I. М., «Наука», 1973.