Прикладная математика и механика. Том 39, 1975

УДК 533.6.011

ОБ ИНТЕГРАЛАХ УРАВНЕНИЙ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ, БЛИЗКИХ К АВТОМОДЕЛЬНЫМ

Е. Д. Терентьев

(Москва)

Рассматриваются нестационарные движения совершенного идеального газа, одномерные или близкие к одномерным. Изучается вопрос об интегралах, допускаемых системой уравнений, описывающей эти движения. Так как существование интегралов связано с каким-либо законом сохранения, т. е. с какой-либо дивергентной формой записи уравнений исходной системы, то, перебирая все дивергентные формы уравнений газовой динамики, удается построить некоторые новые интегралы, ранее не указанные [1-4].

1. В качестве основной системы уравнений возьмем уравнение неразрывности, уравнения Эйлера и уравнение сохранения энергии

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_k}{\partial x_k} = 0 \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_i v_k + \delta_{ik} p) = 0 \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\rho v_i^2 + \frac{p}{\varkappa - 1}\right) + \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{1}{2}\rho v_k v_i^2 + \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} v_k p\right) = 0 \tag{1.3}$$

Здесь индексы i, k принимают значения 1, 2, 3, по повторяющимся индексам предполагается суммирование.

В дальнейшем будем говорить, что некоторые уравнения имеют дивергентный вид, если входящие в их переменные находятся под знаком производных, например, уравнения (1.1) — (1.3). Уравнения, имеющие дивергентный вид, называют еще законами сохранения.

Вместо уравнения (1.3) можно было бы взять уравнение сохранения энтропии в частице

$$\frac{\partial S}{\partial t} + v_k \frac{\partial S}{\partial x_k} = 0, \quad S = \frac{p}{\rho^\varkappa} \tag{1.4}$$

Обозначим через $A(S)$ произвольную функцию S, а через $A'(S)$ — ее производную по S. Умножим уравнение (1.1) на $A(S)$, уравнение (1.4) на $\rho A'(S)$ и сложим их, в результате получим

$$\frac{\partial \rho A(S)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_k A(S)) = 0 \tag{1.5}$$

Уравнение (1.5) имеет дивергентный вид, причем в него входит произвольная функция энтропии.

Преобразуем уравнения (1.1) и (1.2). Для удобства изложения введем следующие обозначения:

$$x^\circ = \begin{Vmatrix} t \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} x_1^\circ \\ x_2^\circ \\ x_3^\circ \\ x_4^\circ \end{Vmatrix}, \quad v^\circ = \begin{Vmatrix} 1 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} v_1^\circ \\ v_2^\circ \\ v_3^\circ \\ v_4^\circ \end{Vmatrix}, \quad \overset{\circ}{\delta}_{\alpha\beta} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

Здесь индексы α и β принимают значения 1, 2, 3, 4. Используя новые переменные, уравнения (1.1) и (1.2) можно объединить и записать в виде

$$(1.6) \qquad \frac{\partial}{\partial x_\beta^\circ}(\rho v_\alpha^\circ v_\beta^\circ + \overset{\circ}{\delta}_{\alpha\beta} p) = 0$$

Введем еще индекс γ, принимающий значения 1, 2, 3, 4. Умножим уравнение (1.6) на x_γ° и вычтем из него уравнение (1.6), записанное с помощью индексов β и γ, умноженное на x_α°

$$(1.7) \qquad x_\gamma^\circ \frac{\partial}{\partial x_\beta^\circ}(\rho v_\alpha^\circ v_\beta^\circ + \overset{\circ}{\delta}_{\alpha\beta} p) - x_\alpha^\circ \frac{\partial}{\partial x_\beta}(\rho v_\gamma^\circ v_\beta^\circ - \overset{\circ}{\delta}_{\gamma\beta} p) = 0$$

Первое слагаемое уравнения (1.7) преобразуем к виду

$$\frac{\partial}{\partial x_\beta^\circ}(\rho x_\gamma^\circ v_\alpha^\circ v_\beta^\circ + x_\gamma^\circ \overset{\circ}{\delta}_{\alpha\beta} p) - \rho v_\alpha^\circ v_\gamma^\circ - \overset{\bullet}{\delta}_{\gamma\alpha} p$$

Аналогично преобразуется второе слагаемое. Учитывая симметрию $\delta_{\alpha\gamma}^\circ$ ($\delta_{\alpha\gamma}^\circ = \delta_{\gamma\alpha}^\circ$), окончательно получим

$$(1.8) \qquad \frac{\partial}{\partial x_\beta^\circ}[\rho v_\beta^\circ (x_\gamma^\circ v_\alpha^\circ - x_\alpha^\circ v_\gamma^\circ) + (\overset{\circ}{\delta}_{\alpha\beta} x_\gamma^\circ - \overset{\circ}{\delta}_{\gamma\beta} x_\alpha^\circ) p] = 0$$

Принимая во внимание, что в левой части (1.8) стоит антисимметричная матрица, заключаем, что (1.8) порождает шесть уравнений дивергентного вида. Три из этих уравнений, определяемые индексами ($\alpha = 2$, $\gamma = 3$), ($\alpha = 2$, $\gamma = 4$) и ($\alpha = 3$, $\gamma = 4$), являются уравнениями сохранения вектора момента количества движения. Приведем в скалярной форме одно из них, проекцию на ось x_3

$$(1.9) \qquad \frac{\partial}{\partial t}[\rho(x_2 v_1 - x_1 v_2)] + \frac{\partial}{\partial x_1}[\rho v_1 (x_2 v_1 - x_1 v_2) + x_2 p] + \\ + \frac{\partial}{\partial x_2}[\rho v_2 (x_2 v_1 - x_1 v_2) - x_1 p] + \frac{\partial}{\partial x_3}[\rho v_3 (x_2 v_1 - x_1 v_2)] = 0$$

Для получения трех оставшихся уравнений достаточно выбрать индексы ($\alpha = 1$, $\gamma = 2$), ($\alpha = 1$, $\gamma = 3$), ($\alpha = 1$, $\gamma = 4$). Приведем в скалярной форме уравнение, соответствующее первой паре индексов

$$(1.10) \qquad \frac{\partial}{\partial t}[\rho(x_1 - t v_1)] + \frac{\partial}{\partial x_1}[\rho v_1 (x_1 - t v_1) - t p] + \\ + \frac{\partial}{\partial x_2}[\rho v_2 (x_1 - t v_1)] + \frac{\partial}{\partial x_3}[\rho v_3 (x_1 - t v_1)] = 0$$

В случае произвольного числа $\varkappa$ количество уравнений дивергентного вида ограничивается уравнениями (1.1) — (1.3), (1.5), (1.8); при некоторых значениях $\varkappa$, а именно при $\varkappa = 3$ для одномерных нестационарных течений с плоскими волнами, при $\varkappa = 2$ для двумерных нестационарных течений и при $\varkappa = 5/3$ для трехмерных нестационарных течений, имеются еще два дополнительных уравнения [5, 6]. Первое из них можно получить, домножив уравнение (1.2) на $-1/2 x_i$, уравнение (1.3) на t и сложив их

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}t\rho v_k^2 + \frac{3}{2}tp - \frac{1}{2}\rho x_k v_k\right) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[tv_i\left(\frac{\rho v_k^2}{2} + \frac{5}{2}p\right) - \frac{1}{2}px_i - \frac{1}{2}\rho v_i x_k v_k\right] = 0 \tag{1.11}$$

Второе уравнение получается как комбинация всех уравнений (1.1) — (1.3): уравнение (1.1) умножается на $1/2 x_i^2$, уравнение (1.2) — на $-x_i t$, а уравнение (1.3) — на t^2; складывая их, находим

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{2}\rho x_k^2 - t\rho x_k v_k + t^2\left(\frac{1}{2}\rho v_k^2 + \frac{3}{2}p\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\frac{1}{2}\rho v_i x_k^2 - tx_k(\rho v_i v_k + \delta_{ik}p) + t^2 v_i\left(\frac{1}{2}\rho v_k^2 + \frac{5}{2}p\right)\right] = 0 \tag{1.12}$$

2. Пусть одно из уравнений, описывающих движение газа, имеет дивергентный вид

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_k}{\partial x_k} = 0 \tag{2.1}$$

Вычислим производную по времени от интеграла от величины F, взятого по подвижному объему $V(t)$. Используя (2.1) и формулу Остроградского — Гаусса, получим

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{V(t)} FdV = \iint\limits_{\Sigma}(N_k F - \Phi_k)\, d\sigma_k \quad (dV = dx_1 dx_2 dx_3) \tag{2.2}$$

В формуле (2.2) приняты следующие обозначения: Σ — поверхность, ограничивающая объем $V(t)$, $d\sigma$ — ориентированный элемент поверхности Σ, σ — вектор нормали к поверхности Σ, N — скорость перемещения элемента $d\sigma$.

Перейдем теперь к нестационарным движениям. Пусть уравнение, задающее положение $r_2(t, \varphi, \vartheta)$ ударной волны, которая распространяется по первоначально холодному покоящемуся газу, при больших временах t может быть представлено в виде

$$r_2 = (bt)^n (1 + t^{-2m/(\nu+2)} R_2 + \cdots) \tag{2.3}$$

Здесь b — размерная константа; n, m — некоторые положительные числа; параметр ν принимает значения 1, 2, 3 в зависимости от размерности задачи; величина R_2 может быть как постоянной, так и функцией угловых переменных φ, ϑ. Для изучения возмущений цилиндрически-симметричных движений будем пользоваться полярной системой координат r, φ, а для возмущений сферически-симметричных — сферической системой координат r, φ, ϑ. Обозначим через v_n и v_τ нормальную и касательную к поверхности сильного разрыва компоненты вектора скорости, через N — скорость распространения ударной волны.

Если состояние газа непосредственно перед фронтом волны пометить цифрой 1, а позади него — цифрой 2, то условия Ренкина — Гюгонио примут вид

(2.4) $$v_{n2}=\frac{2}{\varkappa+1}N,\quad v_{\tau 2}=0,\quad \rho_2=\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}\rho_1,\quad p_2=\frac{2}{\varkappa+1}\rho_1 N^2$$

Остановимся сначала на случае $R_2=\mathrm{const}=1$. Тогда решение задачи о движении газа за ударной волной (2.3) можно искать в виде рядов по убывающим степеням t с коэффициентами, являющимися функциями переменной $\lambda=r\,/\,(bt)^n$. Вектор скорости будет иметь отличной от нуля только радиальную составляющую v_r, поэтому

(2.5) $$v_r=\frac{2n}{\varkappa+1}b^n t^{n-1}\left[f(\lambda)+t^{-2m/(\nu+2)}f_m(\lambda)+\cdots\right]$$

$$\rho=\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}\rho_1\left[g(\lambda)+t^{-2m/(\nu+2)}g_m(\lambda)+\cdots\right]$$

$$p=\frac{2n^2}{\varkappa+1}\rho_1 b^{2n}t^{2(n-1)}\left[h(\lambda)+t^{-2m/(\nu+2)}h_m(\lambda)+\cdots\right]$$

Подставляя разложения (2.5) в систему уравнений (1.1) — (1.3) и собирая члены при одинаковых степенях t, получим систему уравнений для функций первого (f, g, h) и второго (f_m, g_m, h_m) приближений. Функции первого приближения определяют автомодельные течения, общий подход к изучению которых был указан Л. И. Седовым [1]; определяющая их система обыкновенных дифференциальных уравнений имеется в [7]. Функции второго приближения изучались в работе [4], где и приведена определяющая их система.

При переходе к переменной λ соотношение (2.3), задающее положение ударного фронта, примет вид

(2.6) $$\lambda_2=1+t^{-2m/(\nu+2)}+\ldots$$

Выберем в качестве подвижного объема $V(t)$, входящего в правую часть равенства (2.2), объем, заключенный между поверхностями $\lambda=\lambda_2$ и $\lambda=\mathrm{const}$. Далее, пусть F обозначает члены, стоящие под знаком производной по времени в каком-либо из уравнений дивергентного вида (1.1), (1.3), (1.5), (1.11), (1.12) в общем случае и (1.2), (1.10) в случае течений с плоскими волнами ($\nu=1$). Тогда, подставляя в левую часть (2.2) функции (2.5) и собирая члены при одинаковых степенях t, получим

(2.7) $$\iiint\limits_{V(t)} F\,dV=t^q F_1(\lambda,\lambda_2)+t^{q-2m/(\nu+2)}F_2(\lambda,\lambda_2)+\cdots$$

Здесь q зависит от n, ν и от вида F; F_1 и F_2 — одномерные интегралы с пределами интегрирования от λ до λ_2, причем F_1 зависит от функций первого приближения, а F_2 — от функций первого и второго приближений.

Аналогичные преобразования правой части (2.2) дают

$$\iint\limits_{\Sigma}(N_k F-\Phi_k)\,d\sigma_k=t^{q-1}Z_1(\lambda,\lambda_2)+t^{q-2m/(\nu+2)-1}Z_2(\lambda,\lambda_2)+\cdots$$

где Z_1 зависит от функций первого приближения, а Z_2 — от функций первого и второго приближений, причем ни Z_1, ни Z_2 не зависят от производных или интегралов от соответствующих функций.

Подбирая F, n и ν так, чтобы $q = 0$, сразу получим конечное соотношение для функций первого приближения, так как при дифференцировании по времени (2.7) члены, связанные с функциями первого приближения, обратятся в нуль; в итоге имеем

$$Z_1(\lambda, \lambda_2) = 0 \tag{2.8}$$

Соотношение (2.8) удовлетворяет граничным условиям (2.4), так как в качестве границы подвижного объема $V(t)$ взята ударная волна (2.6); с другой стороны, (2.8) несложно записать в виде первого интеграла, если вместо λ_2 взять какое-нибудь другое λ_1.

Выбирая F из уравнений (1.1), (1.3) и определяя из условия $q = 0$ соответствующие n и ν, получим хорошо известные [1] интегралы автомодельных движений — интегралы массы и энергии, которые существуют только для вполне определенных n и ν. В то же время интеграл, порожденный уравнением (1.5) (интеграл адиабатичности [1]), будет существовать для любых n и ν, так как выполнения условия $q = 0$ можно добиться соответствующим выбором $A(S)$.

Для течений с плоскими волнами ($\nu = 1$) уравнение (1.2) порождает интеграл импульса [1]. Для построения интеграла функций первого приближения уравнения (1.10) и (1.12) не интересны, так как условие $q = 0$ для них переходит в $n = 0$. Уравнение (1.9) применимо к разложениям иного вида, нежели (2.5), о чем будет сказано ниже. Остается уравнение (1.11); для него условие $q = 0$ порождает $n = 1 / (\nu + 2)$; с другой стороны, само дивергентное уравнение (1.11) имеет место (с использованием ν) при $\varkappa = (\nu + 2) / \nu$. Вводя произвольную постоянную C_1, запишем (2.8) в виде первого интеграла

$$\begin{gathered}(h + gf^2)\left(f - \frac{\nu+1}{\nu}\lambda\right) + \frac{2}{\nu}hf - \\ - \frac{(\nu+2)(\nu+1)}{\nu}\lambda\left[gf\left(f - \frac{\nu+1}{\nu}\lambda\right) + \frac{1}{\nu}h\right] = \frac{C_1}{\lambda^{\nu-1}} \\ \varkappa = (\nu+2)/\nu, \quad h = 1/(\nu+2)\end{gathered} \tag{2.9}$$

Интеграл (2.9) имеет довольно простую структуру. Как и порождающее его уравнение (1.11), он состоит из двух частей: первые два слагаемые отвечают интегралу энергии, а последнее — интегралу импульса [1], умноженному на λ. Интеграл (2.9) дополняет набор первых интегралов автомодельных движений совершенного газа [1], более того, так как количество дивергентных форм ограничивается приведенными выше [6], то других первых интегралов, определяемых законами сохранения, нет.

Остановимся на функциях второго приближения. Опять возьмем F, n, ν и m так, чтобы

$$q - 2m / (\nu + 2) = 0 \tag{2.10}$$

Это приводит к конечному соотношению

$$Z_2(\lambda, \lambda_2) = 0 \tag{2.11}$$

для функций второго приближения, которому можно придать вид первого интеграла, заменив λ_2 на λ_1. Как и для функций первого приближения, для функций второго приближения уравнение (1.5) порождает интеграл для любых значений m [2,3]. Для уравнений (1.1) — (1.3) интегралы для функций второго приближения были изучены в работе [4].

Рассмотрим сначала уравнения (1.11) и (1.12). Выбирая F согласно уравнению (1.11), получим, что условие (2.10) будет выполнено при $m = (\nu + 2)\,[(\nu + 2)\,n - 1]\,/\,2$. Вводя произвольную постоянную C_2, запишем (2.11) в виде первого интеграла

$$\begin{aligned}(2.12)\qquad &\lambda\,(2gff_m + f^2g_m + h_m) - \frac{\nu}{\nu+1}\left[\left(3f^2g + \frac{\nu+2}{\nu}\,h\right)f_m + \right.\\ &\left.+ f^3g_m + \frac{\nu+2}{\nu}\,fh_m\right] - \frac{\nu+1}{\nu n}\,\lambda\left[\lambda\,(gf_m + fg_m) - \right.\\ &\left.- \frac{\nu}{\nu+1}\left(2gff_m + f^2g_m + \frac{1}{\nu}\,h_m\right)\right] = \frac{C_2}{\lambda^{\nu-1}}, \qquad \varkappa = \frac{\nu+2}{\nu}\end{aligned}$$

Структура интеграла (2.12) такая же, как и интеграла (2.9): первые два слагаемых соответствуют линеаризованному интегралу энергии, а последнее — линеаризованному интегралу импульса [4], умноженному на λ.

Уравнение дивергентного вида (1.12) при условии (2.10) приводит к соотношению (2.11), которое с использованием постоянной C_3 легко записать в виде первого интеграла

$$\begin{aligned}(2.13)\qquad &\left(\frac{\nu+1}{\nu n}\right)^2\lambda^2\left[\lambda g_m - \frac{\nu}{\nu+1}\,(gf_m + fg_m)\right] - \frac{2\,(\nu+1)}{\nu n}\,\lambda\left[\lambda(gf_m + fg_m) - \right.\\ &\left.- \frac{\nu}{\nu+1}\left(2fgf_m + f^2g_m + \frac{1}{\nu}\,h_m\right)\right] + \lambda\,(2fgf_m + f^2g_m + h_m) - \\ &- \frac{\nu}{\nu+1}\left[\left(3f^2g + \frac{\nu+2}{\nu}\,h\right)f_m + f^3g_m + \frac{\nu+2}{\nu}\,fh_m\right] = \frac{C_3}{\lambda^{\nu-1}}\\ &\varkappa = (\nu + 2)\,/\,\nu, \qquad m = n\,(\nu + 2)^2\,/\,2\end{aligned}$$

В соответствии с порождающим уравнением (1.12) интеграл (2.13) состоит из линеаризованных интегралов: интеграла массы, умноженного на λ^2, интеграла импульса, умноженного на λ, и интеграла энергии [4].

Для построения конечных соотношений для функций (2.5) уравнения дивергентного вида (1.9) и (1.10) применимы только для движений с плоскими волнами. Уравнение (1.9) дает известный результат — оно порождает интеграл импульса, в свою очередь, уравнение (1.10) порождает для функций второго приближения новый интеграл для любых значений $\varkappa$

$$\begin{aligned}(2.14)\qquad &\frac{\varkappa+1}{2n}\,\lambda\left[\lambda g_m - \frac{2}{\varkappa+1}\,(gf_m + fg_m)\right] - \\ &- \left[\lambda\,(fg_m + gf_m) - \frac{1}{\varkappa+1}\,(4fgf_m + 2f^2g_m + (\varkappa - 1)\,h_m)\right] = C_4\\ &\qquad\qquad \nu = 1, \quad m = 3n\end{aligned}$$

Здесь C_4 — произвольная постоянная. В интеграле первое слагаемое соответствует линеаризованному интегралу массы, умноженному на λ, а второе — интегралу импульса [4].

Для ударных волн (1.3), в первом приближении обладающих цилиндрической симметрией ($\nu = 2$), также можно использовать уравнение

(1.10). Аналогично тому, как было сделано в работе [4] при изучении уравнения сохранения импульса, положим $R_2 = \cos\varphi$, что приводит к следующим разложениям искомых функций:

$$v_r = \frac{2n}{\varkappa+1} b^n t^{n-1} [f(\lambda) + t^{-m/2} f_m(\lambda)\cos\varphi + \cdots]$$

$$v_\varphi = \frac{2n}{\varkappa+1} b^n t^{n-1-m/2} u_m(\lambda)\sin\varphi + \cdots$$

$$\rho = \frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}\rho_1 [g(\lambda) + t^{-m/2} g_m(\lambda)\cos\varphi + \cdots]$$

$$p = \frac{2n^2}{\varkappa+1}\rho_1 b^{2n} t^{2(n-1)} [h(\lambda) + t^{-m/2} h_m(\lambda)\cos\varphi + \cdots]$$

Система уравнений, которой удовлетворяют функции второго приближения, приведена в работе [4]. Проводя указанным выше способом вычисления и вводя произвольную постоянную C_5, получим для функций второго приближения интеграл

$$\frac{\varkappa+1}{2n}\lambda\left[\lambda g_m - \frac{2}{\varkappa+1}(gf_m + fg_m)\right] - \Big[\lambda(gf_m + fg_m - gu_m) - \\ - \frac{1}{\varkappa+1}(4gff_m + 2f^2 g_m - 2gfu_m + (\varkappa-1)h_m)\Big] = \frac{C_5}{\lambda}, \qquad m = 6n \tag{2.15}$$

Для ударных волн (2.6), в первом приближении обладающих сферической симметрией, уравнение (1.10) дает интеграл, если положить [4] $R_2 = \cos\vartheta$. Разложения искомых функций следует записать в виде

$$v_r = \frac{2n}{\varkappa+1} b^n t^{n-1} \left[f(\lambda) + t^{-2m/5} f_m(\lambda)\cos\vartheta + \cdots\right]$$

$$v_\varphi = \frac{2n}{\varkappa+1} b^n t^{n-1-2m/5} u_m(\lambda) + \cdots$$

$$v_\vartheta = \frac{2n}{\varkappa+1} b^n t^{n-1-2m/5} w_m(\lambda)\sin\vartheta + \cdots$$

$$\rho = \frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}\rho_1 [g(\lambda) + t^{-2m/5} g_m(\lambda)\cos\vartheta + \cdots]$$

$$p = \frac{2n^2}{\varkappa+1}\rho_1 b^{2n} t^{2(n-1)} [h(\lambda) + t^{-2m/5} h_m(\lambda)\cos\vartheta + \cdots]$$

Вводя произвольную постоянную C_6, имеем

$$\frac{\varkappa+1}{2n}\lambda\left[\lambda g_m - \frac{2}{\varkappa+1}(gf_m + fg_m)\right] - \Big[\lambda(gf_m + fg_m - 2gw_m) - \\ - \frac{1}{\varkappa+1}(4fgf_m + 2f^2 g_m - 4fgw_m + (\varkappa-1)h_m)\Big] = \frac{C_6}{\lambda^2} \qquad m = 10n \tag{2.16}$$

Структура интегралов (2.15) и (2.16) идентична структуре интеграла (2.14), первое слагаемое в них соответствует линеаризованному интегралу массы, а второе — линеаризованному интегралу импульса [4].

Уравнение дивергентного вида (1.9) при $\nu = 2$ и $\nu = 3$ приводит к интегралу для уравнений, описывающих течения с сохранением момента количества движения; такие течения не могут быть описаны разложениями (2.3) ударной волны, распространяющейся по покоящемуся газу, и поэтому не рассматриваются.

Автор благодарит О. С. Рыжова за советы и внимание.

Поступила 17 I 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1967.
2. *Лидов М. Л.* К теории линеаризованных решений около одномерных автомодельных движений газа. Докл. АН СССР, 1955, т. 102, № 6.
3. *Коробейников В. П.* Об интегралах уравнений неустановившихся адиабатических движений газа. Докл. АН СССР, 1955, т. 104, № 4.
4. *Рыжов О. С., Терентьев Е. Д.* К общей теории нестационарных течений, близких к автомодельным. ПММ, 1973, т. 37, № 1.
5. *Ибрагимов Н. Х.* Законы сохранения в гидродинамике. Докл. АН СССР, 1973, т. 210, № 6.
6. *Терентьев Е. Д., Шмыглевский Ю. Д.* Полная система дивергентных уравнений динамики совершенного газа. Ж. вычисл. матем., и матем. физ., 1975, т. 15, № 6.
7. *Коробейников В. П., Мельникова Н. С., Рязанов Е. В.* Теория точечного взрыва. М., Физматгиз, 1961.