

СИНГУЛЯРНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ПРИ ОДНОМЕРНОМ НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ РЕАЛЬНОГО ГАЗА

В. П. Шидловский

(Москва)

Уравнения Навье — Стокса для одномерного движения газа преобразуются к специальной безразмерной форме, удобной для исследования при наличии фронта возмущений. В новых переменных переход от предельного режима движения невязкого и нетеплопроводного газа к случаю малых, но конечных коэффициентов вязкости и теплопроводности моделируется как возникновение в идеальном газе сингулярных возмущений, обусловленных влиянием указанных диссипативных факторов. Устанавливается необходимость существования двух областей проявления сингулярных возмущений — окрестность фронта возмущений и окрестность точки (линии, поверхности), где порождается исследуемое движение. Приводится вывод уравнений для обоих пограничных слоев, пригодный при достаточно общей постановке задач рассматриваемого типа, формулируются условия срачивания с внешним (адиабатическим) течением. Даются примеры расчетов движения в пограничных слоях для задач о поршне и о точечном взрыве.

1. Преобразование уравнений Навье — Стокса. Рассмотрим одномерное неустановившееся движение реального совершенного газа с постоянными удельными теплоемкостями c_p и c_v , а также числом Прандтля $\sigma = \mu c_p / \lambda$, где μ и λ — коэффициенты вязкости и теплопроводности.

Вводя безразмерный параметр ν , характеризующий тип симметрии движения ($\nu = 1, 2, 3$), запишем систему уравнений Навье — Стокса в виде

$$\begin{aligned}
 (1.1) \quad & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nu \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\nu-1}{r} v \right) = 0 \\
 & \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \nu \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\nu-1}{2} \frac{v}{r} \right) \right] + \\
 & + 2(\nu-1) \frac{\mu}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) \\
 & \rho \left(\frac{\partial e}{\partial t} + \nu \frac{\partial e}{\partial r} \right) + p \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\nu-1}{r} v \right) = \frac{\kappa}{\sigma} r^{1-\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^{\nu-1} \mu \frac{\partial e}{\partial r} \right) + \\
 & + 2\mu \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + (\nu-1) \frac{v^2}{r^2} - \frac{1}{3} \left[\frac{\partial v}{\partial r} + (\nu-1) \frac{v}{r} \right]^2 \right\} \quad \left(\kappa = \frac{c_p}{c_v} \right) \\
 & p = (\kappa - 1) \rho e, \quad \mu = A e^n \quad (A, n = \text{const})
 \end{aligned}$$

Будем предполагать, что плотность невозмущенного газа распределяется в пространстве по закону

$$(1.2) \quad \rho_1 = B r^{-\omega} \quad (B, \omega = \text{const})$$

Кроме того, будем считать невозмущенный газ покоящимся при нулевых значениях температуры и давления. Это позволит считать область возмущенного движения имеющей конечную протяженность и ограничен-

ной поверхностью $r = r_f(t)$, называемой фронтом возмущений. Функция $r_f(t)$ определяется в процессе решения, что не препятствует ее использованию при преобразовании уравнений (1.1) к новой форме, более удобной для решения граничных задач и исследования предельных режимов движения.

Примем обозначение $dr_f/dt = U$ и введем вместо r и t новые, безразмерные независимые переменные

$$(1.3) \quad \eta = \frac{r}{r_f}, \quad \chi = \frac{A}{(\kappa - 1)^n} \frac{U^{2n-1}}{Br_f^{1-\omega}}$$

Выбор второго из аргументов (1.3) основан на двух соображениях. Во-первых, он должен зависеть только от времени, будучи непрерывной, монотонной и дифференцируемой функцией t (выполнение указанных требований проверяется впоследствии). Во-вторых, фиксируя значения всех физических параметров газа, кроме μ и λ , потребуем, чтобы аргумент χ обращался в нуль одновременно с этими коэффициентами. Указанные соображения вместе с условием безразмерности приводят к представлению χ в форме (1.3).

Неизвестные функции в уравнениях (1.1) также заменим на новые, безразмерные функции по формулам

$$(1.4) \quad v = UV(\eta, \chi), \quad \rho = Br_f^{-\omega} R(\eta, \chi), \quad p = Br_f^{-\omega} U^2 P(\eta, \chi), \quad e = (\kappa - 1)^{-1} U^2 N(\eta, \chi), \quad \mu = \chi Br_f^{-\omega} U N^n(\eta, \chi)$$

При преобразовании уравнений (1.1) понадобится величина (индекс t означает дифференцирование по времени)

$$(1.5) \quad Z = U_t U^{-2} r_f$$

вообще говоря, заранее неизвестная, зависящая от χ и остающаяся конечной при любых значениях χ . Важно учесть, что при $\chi = 0$, т. е. при отсутствии вязкости, значение $Z(0) = Z_0$ известно и соответствует закону движения фронта в предельном режиме, когда сам фронт превращается в ударную волну.

Обращаясь к формулам (1.3), согласно определению нового аргумента χ имеем

$$(1.6) \quad d \ln \chi / dt = Ur_f^{-1} K(\chi), \quad K(\chi) = \omega - 1 + (2n - 1) Z$$

В обозначениях (1.5) и (1.6) после введения новых переменных согласно (1.3) и (1.4) уравнения (1.1) принимают следующий вид:

$$(1.7) \quad (V - \eta) \frac{\partial R}{\partial \eta} - \omega R + K\chi \frac{\partial R}{\partial \chi} + R \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{v-1}{\eta} RV = 0$$

$$R \left[ZV + (V - \eta) \frac{\partial V}{\partial \eta} + K\chi \frac{\partial V}{\partial \chi} \right] + \frac{\partial P}{\partial \eta} =$$

$$= \frac{4}{3} \chi \frac{\partial}{\partial \eta} \left[N^n \left(\frac{\partial V}{\partial \eta} - \frac{v-1}{2} \frac{V}{\eta} \right) \right] + 2(v-1) \chi \frac{N^n}{\eta} \left(\frac{\partial V}{\partial \eta} - \frac{V}{\eta} \right)$$

$$R \left[2ZN + (V - \eta) \frac{\partial N}{\partial \eta} + K\chi \frac{\partial N}{\partial \chi} + (\kappa - 1) N \left(\frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{v-1}{\eta} V \right) \right] =$$

$$= \frac{\kappa}{\sigma} \chi \eta^{1-\nu} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^{\nu-1} N^n \frac{\partial N}{\partial \eta} \right) + 2(\kappa - 1) \chi N^n \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial \eta} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + (v-1) \frac{V^2}{\eta^2} - \frac{1}{3} \left[\frac{\partial V}{\partial \eta} + (v-1) \frac{V}{\eta} \right]^2 \right\}, \quad P = RN$$

Уравнения (1.7) представляют собой безразмерный эквивалент уравнений Навье — Стокса и могут применяться для исследования и решения достаточно широкого класса задач об одномерном, неустановившемся движении реального газа с фронтом возмущений. В предельном случае $\chi = 0$ уравнения (1.7) переходят в систему, описывающую автомодельное адиабатическое движение совершенного газа с ударными волнами (см. [1]). Однако переход от $\chi = 0$ к малым, но конечным значениям χ связан с появлением областей сингулярного возмущения, аналогичных пограничному слою при внешнем обтекании тел. Помимо чисто формального признака (малый множитель при старшей производной), сингулярный характер поведения решений уравнений (1.7) в окрестности некоторых поверхностей $\eta = \text{const}$ при малых значениях χ объясняется тем, что решения предельной автомодельной задачи не могут одновременно удовлетворить всем граничным условиям полной задачи.

Нетрудно показать, что для рассматриваемого класса одномерных движений должны возникать по крайней мере две области сингулярного возмущения типа пограничного слоя. Один из этих пограничных слоев располагается в окрестности фронта возмущений, где при малых χ должен совершаться переход от значений гидродинамических параметров, соответствующих сильной ударной волне, до параметров невозмущенного газа. Второй пограничный слой располагается у той точки (линии, поверхности), где порождается само исследуемое движение; решения безразмерного варианта уравнений Эйлера удовлетворяют в этой точке только условию для скорости, и задание условия для температуры или теплового потока влечет за собой появление соответствующей переходной области.

Ниже дается качественное и количественное исследование двух упомянутых пограничных слоев.

2. Пограничный слой у фронта возмущений. Уточним форму граничных условий, которые должны выполняться на фронте возмущений. Этот фронт представляет собой поверхность слабого разрыва, не содержащую источников массы, импульса или энергии, и основные переменные принимают здесь значения, соответствующие невозмущенной области. В обозначениях, использованных в уравнениях (1.7), получим граничные условия вида

$$(2.1) \quad R(1, \chi) = 1, \quad P(1, \chi) = N(1, \chi) = V(1, \chi) = 0 \\ \chi (N^n \partial N / \partial \eta)_{\eta=1} = \chi (N^n \partial V / \partial \eta)_{\eta=1} = 0$$

К условиям (2.1) следует добавить условия срачивания пограничного слоя с внешним (невязким) потоком. Это будет сделано позднее, после введения деформированных переменных пограничного слоя.

Считая поверхность $\eta = 1$ внутренней границей фронтального пограничного слоя, проведем такую замену аргумента η , чтобы вязкие и основные конвективные члены уравнений (1.7) стали одного порядка по χ . Это удастся осуществить, полагая

$$(2.2) \quad \eta = 1 - \chi \eta_*$$

Масштаб искомых переменных оставим без изменений, добавляя лишь к обозначениям индекс *. После этого с помощью подстановки

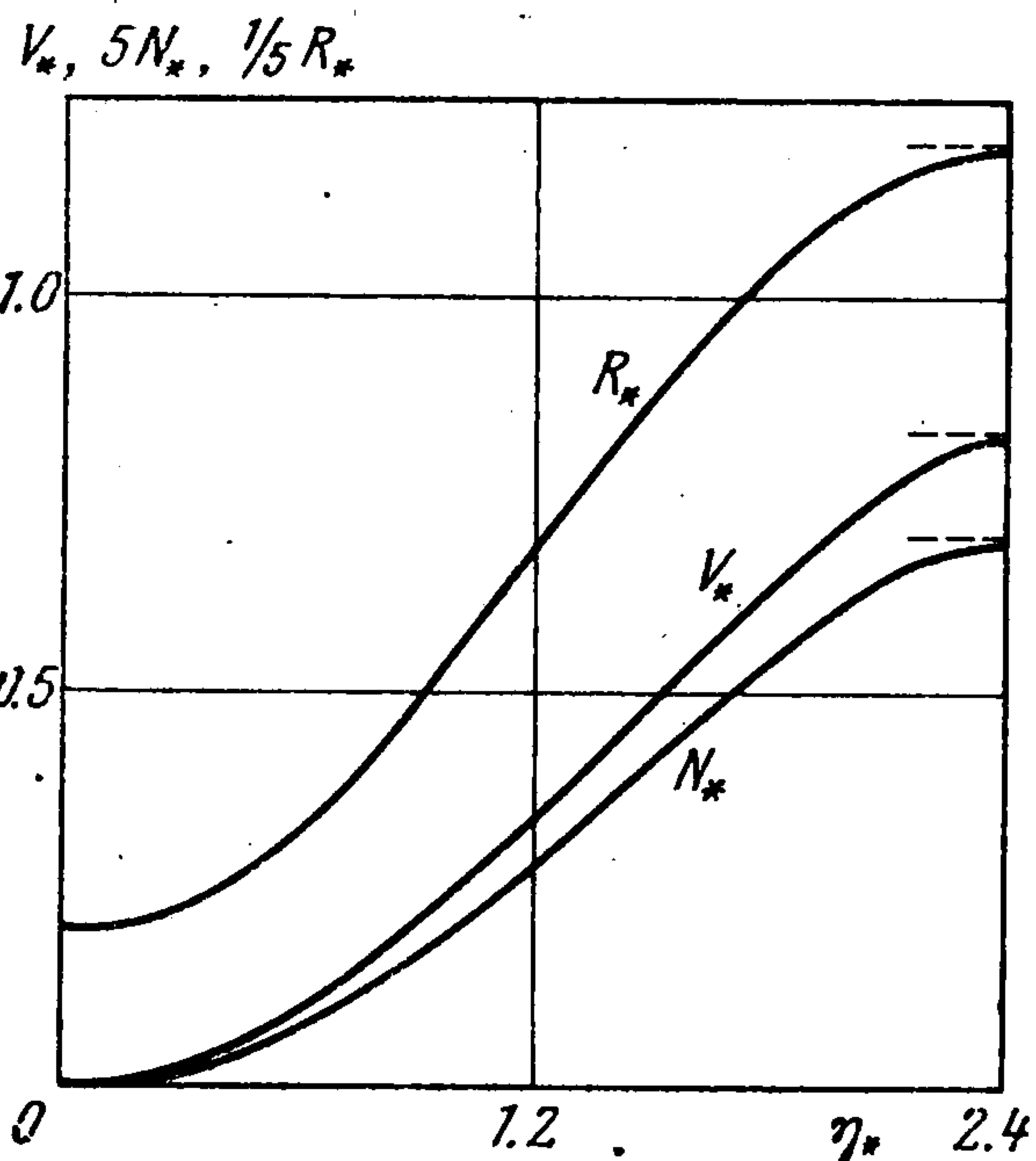
(2.2) и последующего перехода к пределу $\chi \rightarrow 0$ из уравнений (1.7) получим

$$(2.3) \quad (R_* V_*)' - R_*' = 0, \quad R_* (V_*' - V_* V_*') - P_*' = \frac{4}{3} (N_*^n V_*')' \\ R_* (N_*' - V_* N_*') - (\kappa - 1) P_* V_*' = (\kappa / \sigma) (N_*^n N_*')' + \\ + \frac{4}{3} (\kappa - 1) N_*^n (V_*')^2, \quad P_* = R_* N_*$$

где штрих означает производную по η_* . Группа «внутренних» граничных условий легко получается из (2.1), и с их помощью нетрудно понизить порядок системы (2.3), получая

$$(2.4) \quad R_* = 1 / (1 - V_*), \quad \frac{4}{3} N_*^n V_*' = V_* - R_* N_* \\ (\kappa / \sigma) N_*^n N_*' = N_* - \frac{1}{2} (\kappa - 1) V_*^2$$

Система (2.4) соответствует системе уравнений первого приближения для описания структуры ударной волны в гиперзвуковом течении, полученной в работе [2].



Фиг. 1

Свойства решений этой системы вполне аналогичны свойствам решений для структуры стационарной ударной волны произвольной интенсивности, подробно исследованным многими авторами [3-8]. Отметим, что при $\sigma = 3/4$ система (2.4) допускает даже аналитическое решение (для некоторых n) или сводится к численной квадратуре.

«Внешними» граничными условиями для уравнений (2.4) являются условия срачивания с внешним, адиабатическим потоком. В данном случае при $\eta_* \rightarrow \infty$ значения всех гидродинамических параметров пограничного слоя должны быть равны значениям адиабатического потока на ударной волне, т. е. при $\eta_* \rightarrow \infty$ с точностью до экспоненциально затухающих членов имеем

$$(2.5) \quad R_* \rightarrow \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}, \quad V_* \rightarrow \frac{2}{\kappa + 1}, \quad N_* \rightarrow \frac{2(\kappa - 1)}{(\kappa + 1)^2}$$

Следует обратить внимание на некоторые особенности уравнений (2.4) и граничных условий к ним. Во-первых, видно, что движение газа во фронтальном пограничном слое не зависит ни от размерности задачи ν , ни от параметра изменения плотности ω . Во-вторых, при $\eta_* = 0$ решения системы (2.4) имеют особенность, и для построения численного решения этой системы необходимо воспользоваться асимптотическими разложениями (см. [2]). Для случая $n = 1/2$, $\kappa = 2\sigma$ первые члены этих разложений имеют вид

$$(2.6) \quad N_* = \frac{1}{16} \eta_*^2 + O(\eta_*^4), \quad V_* = \frac{3}{16} \eta_*^2 + C \eta_*^3 + O(\eta_*^4) \\ R_* = 1 + \frac{3}{16} \eta_*^2 + C \eta_*^3 + O(\eta_*^4)$$

Представления (2.6) обеспечивают выполнение всех граничных условий при $\eta_* = 0$ и приближенное удовлетворение уравнениям (2.4) при малых η_* , а подбором постоянной C можно добиться выполнения асимптотических условий (2.5). Полученные с помощью численного расчета профили изменения скорости, температуры и плотности во фронтальном пограничном слое показаны на фиг. 1 для $n = 1/2$, $\kappa = 1.4$, $\sigma = 0.7$.

3. Асимптотические формулы для внешнего потока, справедливые вблизи источника возмущений. Для определения характера движения в пограничном слое, возникающем вблизи источника возмущений, порождающего основное движение, нужны асимптотические формулы для параметров внешнего, адиабатического потока в этой области. Многие формулы такого типа приводятся в литературе (см. [1, 9, 10]), однако ввиду отсутствия их полного набора для различных источников возмущений и различных значений ν и ω приведем вывод этих формул в наиболее общем виде.

Будем полагать, что адиабатическое автомодельное движение порождается в точке $\eta = b$ (случаю точечного взрыва соответствует частное значение $b = 0$). Исходные уравнения получаются из (1.7), если там положить $\chi \equiv 0$, и записываются в виде (штрих означает производную по η)

$$(3.1) \quad V' = \frac{Z_0 \eta (\eta - V) V + (2Z_0 - \omega) \eta N + \kappa (\nu - 1) NV}{\eta [(\eta - V)^2 - \kappa N]}$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{V' + (\nu - 1) V / \eta - \omega}{\eta - V}, \quad \frac{N'}{N} = \frac{2Z_0 + (\kappa - 1) [V' + (\nu - 1) V / \eta]}{\eta - V}$$

Обозначая $\lambda = \eta - b$, будем считать, что при малых значениях λ во всех случаях

$$(3.2) \quad V = b + c_V \lambda$$

где постоянная b задана, а для определения коэффициента c_V из (3.1) получается соотношение

$$(3.3) \quad c_V = (2Z_0 - \omega) / \kappa - (\nu - 1) \Pi$$

$$\Pi = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{V}{\eta} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{b + c_V \lambda}{b + \lambda} = \begin{cases} 1, & b \neq 0 \\ c_V, & b = 0 \end{cases}$$

После определения c_V во второе и третье уравнения системы (3.1) можно подставить $V' = c_V$; пользуясь (3.3), получим

$$(3.4) \quad R = c_R (\eta - b)^m, \quad N = c_N (\eta - b)^{-m}$$

$$m = - \frac{2Z_0 + \omega (\kappa - 1)}{\kappa (1 - c_V)}$$

Коэффициенты c_R и c_N обычно не удается найти только из анализа предельного вида уравнений (3.1), но их явные выражения не играют решающей роли в дальнейшей части исследования.

4. Пограничный слой в окрестности источника возмущений. Будем считать, что в точке, служащей источником возмущений, безразмерный аналог скорости равен $V = V_s(\chi)$, причем $V_s(0) = b$ (см. п. 3). В качестве «теплового» граничного условия в этой точке примем условие равенства нулю теплового потока, т. е.

$$(4.1) \quad \chi \{ (N^n \partial N / \partial \eta)_{\eta=\eta_s} = 0$$

Введем в уравнениях (1.7) замену переменных

$$(4.2) \quad V = V_s + V^\circ \chi^\beta, \quad \eta = b + \eta^\circ \chi^\beta, \quad N = N^\circ \chi^{-\alpha}, \quad R = R^\circ \chi^\alpha$$

после чего, как и в п. 2, перейдем к пределу $\chi \rightarrow 0$. Одно из условий для определения постоянных α и β сводится к тому, чтобы в уравнении энергии после преобразования (4.2) члены, соответствующие конвективному переносу тепла и действию теплопроводности, имели одинаковый порядок по χ . Это дает

$$(4.3) \quad 1 - (n + 1) \alpha = 2\beta$$

Второе условие состоит в том, что при $\eta^\circ \rightarrow \infty$ решения преобразованных уравнений должны переходить в асимптотические выражения (3.4) независимо от фиксированного значения χ , иначе говоря, должно быть обеспечено сращивание решения для пограничного слоя с внешним потоком (см. [11]). С помощью (3.4) и (4.2) можно написать

$$(4.4) \quad N_{\eta^\circ \rightarrow \infty}^\circ = N_{\eta \rightarrow b} \chi^\alpha = c_N (\eta - b)^{-m} \chi^\alpha = c_N \eta^{\circ-m} \chi^{\alpha-m\beta}$$

и естественно положить

$$(4.5) \quad \alpha = m\beta$$

Из (4.3) и (4.5) находим (величина m определяется из формулы (3.4))

$$(4.6) \quad \alpha = \frac{m}{2 + m(n + 1)}, \quad \beta = \frac{1}{2 + m(n + 1)}$$

Подстановка (4.2) в (1.7) и последующий переход к пределу связан с необходимостью знать, как ведет себя отношение

$$(4.7) \quad \lim_{\chi \rightarrow 0} \frac{V - \eta}{\eta - b} = \lim_{\chi \rightarrow 0} \frac{V_s - b + (V^\circ - \eta^\circ) \chi^\beta}{\eta^\circ \chi^\beta} = \frac{V^\circ - \eta^\circ}{\eta^\circ}$$

При вычислении предела здесь предполагается, что с уменьшением χ величина $V_s - b$ убывает быстрее, чем χ^β . Справедливость этого предположения необходимо проверить после уточнения вида зависимости $V_s(\chi)$.

Необходимо принять во внимание, что в пределе $\chi \rightarrow 0$ некоторые величины ведут себя по-разному при $b = 0$ и $b \neq 0$. Для сохранения единства записи целесообразно ввести символы ступенчатых функций, соответствующих определениям

$$(4.8) \quad \varphi(b) = \begin{cases} 0, & b = 0, \\ 1, & b \neq 0, \end{cases} \quad \psi(b) = 1 - \varphi(b)$$

После замены переменных в уравнениях (1.7) и перехода к пределу $\chi \rightarrow 0$ с учетом (4.7) и обозначений (4.8) получим (штрих означает дифференцирование по η°)

$$(4.9) \quad \begin{aligned} (V^\circ - \eta^\circ) R^\circ + [\alpha(\omega - 1) + \alpha(2n - 1)Z_0 - \omega + (\nu - 1) \times \\ \times \varphi(b)] R^\circ + (\nu - 1)\psi(b) R^\circ V^\circ / \eta^\circ + R^\circ V^{\circ\prime} = 0 \\ [2Z_0 - \alpha(\omega - 1) - \alpha(2n - 1)Z_0 + (\kappa - 1)(\nu - 1)\varphi(b)] R^\circ N^\circ + \\ + (V^\circ - \eta^\circ) R^\circ N^{\circ\prime} + (\kappa - 1)[\psi(b)(\nu - 1)V^\circ / \eta^\circ + V^{\circ\prime}] R^\circ N^\circ = \\ = (\kappa / \sigma) [(N^{\circ n} N^{\circ\prime})' + (\nu - 1)\psi(b) N^{\circ n} N^{\circ\prime} / \eta^\circ], \quad (R^\circ N^\circ)' = 0 \end{aligned}$$

Уравнения (4.9) получены при существенном предположении $\alpha + 2\beta > 0$, оправданном для всех практически интересных случаев.

Как при $b \neq 0$, так и при $b = 0$ система (4.9) допускает интеграл энергии. В случае $b \neq 0$ этот интеграл получается непосредственно, если производную N° в левой части второго уравнения системы заменить с помощью третьего и первого уравнений. Для случая $b = 0$ (точечный взрыв) следует воспользоваться соответствующим этому случаю значением $Z_0 = -v/2$. Вспоминая соотношение (3.3) и пользуясь граничным условием (4.1) вместе с условием $V^{\circ}(0) = 0$, интеграл энергии можно представить в универсальной форме

$$(4.10) \quad N^{\circ n} N^{\circ'} = \sigma R^{\circ} N^{\circ} (V^{\circ} - c_v \eta^{\circ})$$

Если учесть, что в силу последнего из уравнений (4.9) $R^{\circ} N^{\circ} = c_P$ (константа, известная из автомодельного решения), и ввести новую неизвестную функцию

$$(4.11) \quad \Phi = N^{\circ n+1}$$

то уравнения (4.9) можно преобразовать к системе двух уравнений первого порядка

$$(4.12) \quad \begin{aligned} \Phi' &= (n+1) c_P \sigma (V^{\circ} - c_v \eta^{\circ}) \\ V^{\circ'} &= -(v-1) \psi(b) V^{\circ} / \eta^{\circ} + \sigma c_P (V^{\circ} - \eta^{\circ}) (V^{\circ} - c_v \eta^{\circ}) / \Phi - \\ &\quad - \alpha [\omega - 1 + (2n-1) Z_0] + \omega - (v-1) \varphi(b) \end{aligned}$$

Систему (4.12) следует интегрировать при условиях

$$(4.13) \quad V^{\circ}(0) = 0, \quad V^{\circ}(\infty) = c_v \eta^{\circ}, \quad \Phi(\infty) = c_N^{n+1} \eta^{\circ - m(n+1)}$$

что не представляет принципиальных затруднений. Имея численное решение для функций $V^{\circ}(\eta^{\circ})$ и $\Phi(\eta^{\circ})$, можно найти

$$(4.14) \quad N^{\circ}(\eta^{\circ}) = \Phi(\eta^{\circ})^{1/(n+1)}, \quad R^{\circ}(\eta^{\circ}) = c_P / N^{\circ}(\eta^{\circ})$$

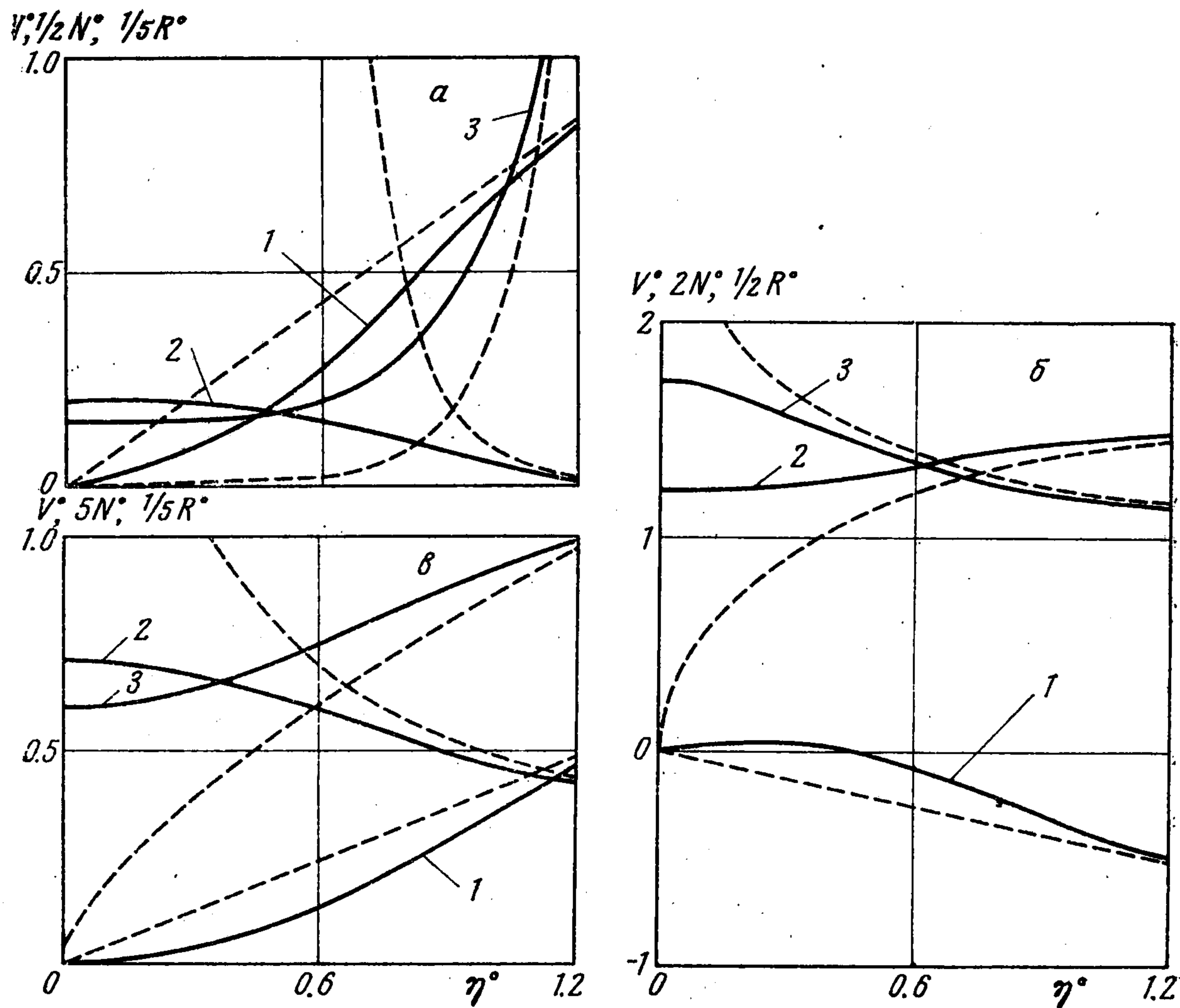
Два последних условия из (4.13) представляют собой, по существу, асимптотические условия сращивания с решением для внешнего потока, так как именно эти условия использовались при определении соотношения (4.5).

Укажем на некоторые качественные особенности пограничного слоя у источника возмущений. Заметим, во-первых, что подобно аэродинамическому пограничному слою он обладает свойством постоянства давления поперек слоя (фронтальный пограничный слой таким свойством не обладает). Во-вторых, при фиксированном значении χ этот пограничный слой имеет другой порядок толщины, чем пограничный слой у фронта. Для определения порядка толщин обоих слоев достаточно сравнить формулы преобразования независимой переменной (2.2) и (4.2), из которых следует, что толщина фронтального слоя имеет порядок $\delta^{\circ} = O(\chi)$, тогда как толщина слоя у источника возмущений $\delta^{\circ} = O(\chi^{\beta})$. Величина β в большинстве случаев меньше единицы, а иногда имеет порядок 0.01,

и это означает, что пограничный слой у источника возмущений значительно толще, чем аналогичный слой у фронта, обладая заметной толщиной даже при очень малых значениях χ , когда толщину фронтального слоя можно считать пренебрежимо малой.

Отметим, что для частного случая задачи о точечном взрыве, при $n = 1$, $\nu = 3$, $\omega = 0$, $\kappa = 7/5$, исследование пограничного слоя у источника возмущений было проведено В. В. Сычевым [12].

Результаты численных расчетов, проведенных на основе уравнений (4.12) — (4.14), показаны на фиг. 2. На всех графиках по оси абсцисс отсчитывается переменная η° , а по оси ординат откладываются значения V° , N° и R° , причем соответствующие



Фиг. 2

кривые обозначаются цифрами 1, 2 и 3. Пунктирные линии — это асимптотические кривые внешнего потока. На фиг. 2, а приведены графики для случая точечного взрыва: $n = 1/2$, $\nu = 3$, $\omega = 0$, $\kappa = 7/5$, $Z_0 = -3/2$, $\sigma = 0.7$; при этом $m = 7.5$, $c_N = 0.1634$, $c_V = 5/7$, $c_P = 0.3046$, $\alpha = 0.5660$, $\beta = 0.0755$. Фиг. 2, б соответствует задаче о поршне, движущемся по закону $r_p = Ct^{10/11}$, при $n = 1/2$, $\nu = 3$, $\omega = 2$, $\kappa = 7/5$, $Z_0 = -0.1$, $\sigma = 0.7$; при этом $m = -0.3$, $c_N = 0.3513$, $c_V = -3/7$, $c_P = 0.8495$, $\alpha = -0.1935$, $\beta = 0.6452$. На фиг. 2, в приводятся результаты для поршня, движущегося по закону $r_p = Ct^{3/4}$, $n = 1$, $\nu = 1$, $\omega = 0$, $\kappa = 5/3$, $Z_0 = -1/3$, $\sigma = 2/8$; при этом $m = 2/3$, $c_N = 0.0988$, $c_V = 0.4$, $c_P = 0.4227$, $\alpha = 0.2$, $\beta = 0.3$.

Примеры были выбраны так, чтобы показать возможное разнообразие условий во внешнем потоке и соответствующие варианты пограничных слоев. Расчеты и цифровые данные подтверждают сделанные выше качественные выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1972.
2. Терентьев Е. Д. Структура ударных волн в гиперзвуковых течениях. ПММ, 1974, т. 38, вып. 2.
3. Becker R. Stosswelle und Detonation. Z. für Phys., 1921, Band 8, S. 321.
4. Thomas L. H. Note on the Becker's theory of shock front. J. Chem. Phys., 1944, vol. 12, p. 449.
5. Morduchow M., Libby P. A. On a complete solution of the one — dimensional flow equations of a viscous, heat — conducting, compressible gas. J. Aeronaut. Sci., 1949, vol. 16, No. 11. Рус. перев. сб. «Механика», 1950, вып. 1.
6. Gilbarg D., Paolucci D. The structure of shock waves in continuum theory of fluids. J. Rat. Mech. and Anal., 1953, vol. 2, No 4.
7. Сычев В. В. О гиперзвуковых течениях вязкого, теплопроводного газа. ПММ, 1961, т. 25, вып. 4.
8. Шахов Е. М. Течение вязкого, теплопроводного газа в гиперзвуковой ударной волне. Инж. ж., 1964, т. 4, вып. 4.
9. Коробейников В. П., Мельникова Н. С., Рязанов Е. В. Теория точечного взрыва. М., Физматгиз, 1961.
10. Кочина Н. Н., Мельникова Н. С. О неустановившемся движении газа, вытесняемого поршнем, без учета противодействия. ПММ, 1958, т. 24, вып. 4.
11. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М., «Мир», 1967.
12. Сычев В. В. К теории сильного взрыва в теплопроводном газе. ПММ, 1965, т. 29, вып. 6.