Прикладная математика и механика. Том 39, 1975

УДК 539.375

СИСТЕМА ПРОИЗВОЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ ТРЕЩИН ПРОДОЛЬНОГО СДВИГА В УПРУГОМ ТЕЛЕ

М. П. Саврук

(Львов)

Методом сингулярных интегральных уравнений рассматриваются следующие задачи об определении напряжений около прямолинейных трещин продольного сдвига: система произвольно размещенных трещин в неограниченном или полуограниченном теле, периодическая система трещин произвольной ориентации в бесконечном и полубесконечном пространствах.

В исследованиях [1–9], посвященных изучению распределения напряжений около трещин продольного сдвига, обычно рассматривается односвязная область, когда решение задачи можно получить методом конформных отображений. Если область, занимаемая телом, многосвязна, то существующие решения ограничены сравнительно простыми случаями коллинеарных [1–3] или параллельных [2–5,8,9] трещин.

Ниже задача об определении напряжений в бесконечном теле, содержащем произвольно размещенные прямолинейные трещины продольного сдвига, в общем случае нагрузки приводится к системе интегральных уравнений; это позволяет решить ряд новых задач математической теории трещин. Соответствующие задачи плоской теории упругости таким же методом изучались в работах [10, 11].

Заметим, что интегральные уравнения задач для трещин продольного сдвига совпадают с интегральными уравнениями соответствующих плоских задач теплопроводности для тела с термоизолированными трещинами.

1. Известно [1,6], что решения задач продольного сдвига сводятся к определению аналитической функции $F(z)$ комплексного переменного $z = x + iy$ в области, занятой телом. При этом компоненты напряжений τ_{xz}, τ_{yz} и перемещение w определяются через $F(z)$ по формулам (μ — модуль сдвига)

$$\tau_{xz} - i\tau_{yz} = F(z), \quad w(x, y) = \frac{1}{\mu}\operatorname{Re} f(z), \quad F(z) = f'(z) \tag{1.1}$$

Если новая система координат (x_1, y_1) связана со старой (x, y) соотношением

$$z = z_1 e^{i\alpha} + z^\circ, \quad z_1 = x_1 + iy_1, \quad z^\circ = x^\circ + iy^\circ$$

а функция $F_1(z_1)$ играет ту же роль в системе (x_1, y_1), что и функция $F(z)$ в системе (x, y), то имеем

$$F_1(z_1) = e^{i\alpha} F(z_1 e^{i\alpha} + z^\circ) \tag{1.2}$$

Здесь x°, y° — координаты начала системы координат (x_1, y_1) в старой системе (x, y).

Пусть в теле, находящемся в состоянии продольного сдвига, вдоль полосы $|x| \leqslant a$, $y = 0$ имеется разрез (трещина). Рассмотрим случай, когда напряжения на бесконечности отсутствуют, а на поверхностях разреза действует самоуравновешенная нагрузка

$$\tau_{yz}^{+} = \tau_{yz}^{-} = p(x), \quad |x| \leqslant a \tag{1.3}$$

Обозначим через $2g(x) / \mu$ разрыв перемещений при переходе через плоскость разреза

$$2\mu^{-1} g(x) = w^{+}(x, 0) - w^{-}(x, 0), \quad |x| \leqslant a \tag{1.4}$$

Выразив условия (1.3) и (1.4) через граничные значения функции $F_1(z)$ на отрезке $|x| \leqslant a$, $y = 0$, придем к задаче сопряжения

$$F_1^{+}(x) - F_1^{-}(x) = 2g'(x), \quad |x| \leqslant a$$

Отсюда убывающая на бесконечности кусочно-голоморфная функция $F_1(z)$ определяется интегралом типа Коши [12]

$$F_1(z) = \frac{1}{\pi i} \int_{-a}^{a} \frac{g'(t)\,dt}{t - z} \tag{1.5}$$

Определив по формуле (1.1) напряжение τ_{yz} в плоскости разреза и приравняв его к заданной нагрузке (1.3), получим относительно неизвестной функции $g'(x)$ сингулярное интегральное уравнение

$$\int_{-a}^{a} \frac{g'(t)\,dt}{t - x} = \pi p(x), \quad |x| \leqslant a$$

Учитывая, что $g(-a) = g(a) = 0$, найдем [13]

$$g'(x) = -\frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}} \int_{-a}^{a} \frac{\sqrt{a^2 - t^2}\,p(t)\,dt}{t - x}$$

Отсюда определим коэффициент интенсивности напряжений k_3 для трещины продольного сдвига (верхние знаки относятся к правой вершине трещины, а нижние — к левой)

$$k_3^{\pm} = \mp \lim_{x \to \pm a} \left[\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{a}} g'(x) \right] = -\frac{1}{\pi\sqrt{a}} \int_{-a}^{a} \sqrt{\frac{a \pm t}{a \mp t}}\, p(t)\,dt$$

Эта формула получена другим путем в работе [6].

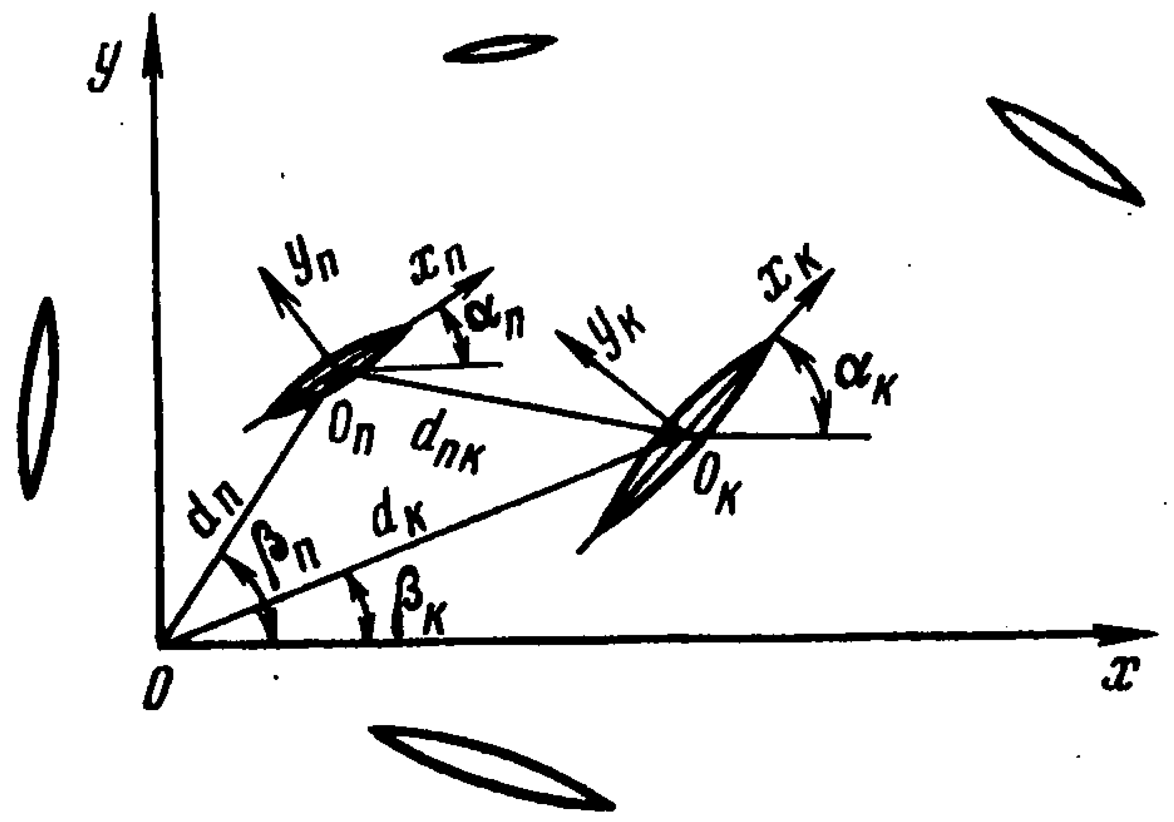
2. Пусть в бесконечном теле, отнесенном к системе координат (x, y, z), ось антиплоской деформации которого направлена вдоль оси z, имеется N прямолинейных разрезов шириной $2a_k$ $(k = 1, 2, \ldots, N)$. Центры разрезов O_k определяются координатами $z_k^\circ = x_k^\circ + iy_k^\circ = d_k e^{i\beta_k}$. В точках O_k размещены начала локальных систем координат (x_k, y_k). Оси x_k лежат в плоскостях разрезов и образуют углы α_k с осью x (фиг.1). Напряжения на бесконечности отсутствуют, а поверхности разрезов загружены самоуравновешенными усилиями

$$\tau_{y_k z}^{+} = \tau_{y_k z}^{-} = p_k(x_k), \quad |x_k| \leqslant a_k, \quad k = 1, 2, \ldots, N \tag{2.1}$$

Напряженное состояние тела, вызванное разрывами смещений $g_k(x_k)$, на N полосах $|x_k| \leqslant a_k$, $y_k = 0$ $(k = 1, 2, \ldots, N)$, характеризуется функцией

$$F_2(z) = \frac{1}{\pi i}\sum_{k=1}^{N} e^{-i\alpha_k}\int_{-a_k}^{a_k}\frac{g_k'(t)\,dt}{t-z_k}, \qquad z_k = e^{-i\alpha_k}(z - z_k^\circ) \tag{2.2}$$

которая получена путем суперпозиции функций напряжений (1.5) для одиночных трещин с учетом формулы преобразования (1.2) при переходе к новой системе координат.



Функция $F_2(z)$ удовлетворяет всем требованиям задачи, кроме граничных условий (2.1) на поверхностях разрезов. Определив напряжения $\tau_{y_k z}$ в плоскостях разрезов и приравняв их к заданной нагрузке $p_k(x_k)$, получим систему N сингулярных интегральных уравнений задачи

$$\int_{-a_n}^{a_n}\frac{g_n'(t)\,dt}{t-x} + \sum_{k=1}^{N}{}' \int_{-a_k}^{a_k} K_{nk}(t,x)\,g_k'(t)\,dt = \pi p_n(x), \qquad |x| \leqslant a_n, \tag{2.3}$$

$$n = 1, 2, \ldots, N$$

Символ Σ' означает, что при суммировании исключен член с номером строки. Ядра $K_{nk}(t, x)$ определяются соотношениями

$$K_{nk}(t,x) = \operatorname{Re}\left(\frac{e^{i\alpha_n}}{T_k - X_n}\right), \quad T_k = te^{i\alpha_k} + z_k^\circ, X_n = xe^{i\alpha_n} + z_n^\circ$$

Заметим, что в случае коллинеарных трещин ($y_n^\circ = 0$, $\alpha_n = 0$, $n = 1, 2, \ldots, N$) система (2.3) совпадает с соответствующей системой интегральных уравнений для трещин нормального разрыва и поперечного сдвига [10]. Отсюда следует, что решение задачи для любой системы коллинеарных трещин поперечного или продольного сдвига может быть получено из решения для трещин нормального разрыва путем простой замены символов.

В случае двух параллельных ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0$) разрезов одинаковой ширины ($a_1 = a_2 = a$), нагруженных таким образом, что $p_1(x) = p_2(-x) = p(x)$, система (2.3) преобразуется в одно интегральное уравнение

$$\int_{-a}^{a}\left[\frac{1}{t-x} + \frac{t + x + d\cos\beta}{(t + x + d\cos\beta)^2 + d^2\sin^2\beta}\right] g'(t)\,dt = \pi p(x), \qquad |x| \leqslant a$$

Здесь $g'(x) = g_1'(x) = -g_2'(-x)$, d — расстояние между центрами разрезов, β — угол между плоскостью разреза и прямой, проходящей через середины разрезов.

Из последнего уравнения можно получить при постоянной нагрузке $p(x) = \tau$ известные интегральные уравнения в случае «несдвинутых» ($\beta = \pi / 2$) [8] или «сдвинутых» на расстояние $2a$ ($d\cos\beta = 2a$) [5] параллельных разрезов.

Найдем решение задачи при больших расстояниях между разрезами. В этом случае ядра $K_{nk}(t, x)$ имеют разложения (C_p^ν — биноминальные коэффициенты)

$$K_{nk}(t,x)=\sum_{p=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{p}a_{nkp\nu}t^\nu x^{p-\nu}d_{nk}^{-p-1},\qquad d_{nk}e^{i\beta_{nk}}=z_n^\circ-z_k^\circ$$

$$a_{nkp\nu}=(-1)^{p+\nu+1}C_p^\nu\cos\left[(p-\nu+1)\alpha_n+\nu\alpha_k-(p+1)\beta_{nk}\right]$$

Следуя работе [10], решение системы интегральных уравнений (2.3) получим в виде ряда

$$g_n'(x)=\sum_{p=0}^{\infty}g_{np}'(x)\lambda^p,\qquad \lambda=\frac{2a}{d},\qquad a=\max\{a_n\},\qquad d=\min\{d_{nk}\}$$

$$g_{n0}'(x)=-\frac{1}{\pi\sqrt{a_n^2-x^2}}\int_{-a_n}^{a_n}\frac{\sqrt{a_n^2-t^2}\,p_n(t)\,dt}{t-x},\qquad g_{n1}'(x)=0$$

$$g_{np}'(x)=\frac{1}{\pi\sqrt{a_n^2-x^2}}\sum_{k=1}^{N}{}'\sum_{s=1}^{p-1}\sum_{\nu=1}^{s}H_{s-\nu}\left(\frac{x}{a_n}\right)\left(\frac{\varepsilon_{kn}}{2}\right)^{s+1}a_n^{-\nu}a_{nks\nu}\times$$

$$\times\int_{-a_k}^{a_k}t^\nu g_{k,p-s-1}'(t)\,dt,\qquad p=2,3,\ldots$$

$$H_p\left(\frac{x}{a_n}\right)=\frac{1}{\pi a_n^{p+1}}\int_{-a_n}^{a_n}\frac{\xi^p\sqrt{a_n^2-\xi^2}\,d\xi}{\xi-x},\qquad \varepsilon_{nk}=\frac{a_k d}{a d_{nk}}\leqslant 1$$

Зная функции $g_n'(x)$, по формулам (2.2) и (1.1) можем определить напряженное состояние во всей области. Запишем значения коэффициентов интенсивности напряжений у вершин любой из трещин

$$k_{3n}^{\pm}=-\frac{1}{\pi\sqrt{a_n}}\int_{-a_n}^{a_n}\sqrt{\frac{a_n\pm t}{a_n\mp t}}\,p_n(t)\,dt+\frac{\lambda^2\sqrt{a_n}}{4}\sum_{k=1}^{N}\varepsilon_{nk}^2a_{nk11}G_{k0}+ \tag{2.4}$$

$$+\frac{\lambda^3\sqrt{a_n}}{8}\sum_{k=1}^{N}{}'\varepsilon_{nk}^2\left(\varepsilon_{nk}a_{nk22}G_{21}\pm\frac{1}{2}\varepsilon_{kn}a_{nk21}G_{k0}\right)+$$

$$+\frac{\lambda^4\sqrt{a_n}}{32}\sum_{k=1}^{N}{}'\varepsilon_{nk}^2\left[-a_{nk11}\sum_{r=1}^{N}{}'\varepsilon_{kr}^2a_{kr11}G_{r0}+\varepsilon_{kn}^2a_{nk31}G_{k0}\pm\right.$$

$$\left.\varepsilon_{nk}\varepsilon_{kn}a_{nk32}G_{k1}+\varepsilon_{nk}^2a_{nk33}(G_{k0}+2G_{k2})\right]+O(\lambda^5)$$

Здесь

$$G_{ks}=\frac{1}{\pi a_k^{s+2}}\int_{-a_k}^{a_k}t^s\sqrt{a_k^2-t^2}\,p_k(t)\,dt \tag{2.5}$$

Формулы (2.4) дают решение задачи при любом N для произвольной нагрузки (1.3). В частности, в случае двух равных трещин ($N=2$, $a_1=a_2=a$), поверхности которых свободны от нагрузки, при заданном однородном сдвиге на бесконечности $\tau_{yz}^{\infty} = \tau$ имеем

$$k_{3n}^{\pm} = \tau \sqrt{a} \Big\{\cos \alpha_n + \frac{\lambda^2}{8} \cos \alpha_k \cos (\alpha_n + \alpha_k - 2\beta) \mp$$
$$\mp (-1)^k \frac{\lambda^3}{16} \cos \alpha_k \cos (2\alpha_n + \alpha_k - 3\beta) +$$
$$+ \frac{\lambda^4}{64} \Big\{\cos \alpha_n \cos^2 (\alpha_n + \alpha_k - 2\beta) +$$
$$+ \frac{3}{2} [2\cos (3\alpha_n + \alpha_k - 4\beta) + \cos (\alpha_n + 3\alpha_k - 4\beta)] \cos \alpha_k\Big\}\Big\} + O(\lambda^5)$$
$$\beta = \beta_{21} = \beta_{12} + \pi \quad (n = 1, k = 2 \text{ или } n = 2, k = 1)$$

3. Будем считать, что центры разрезов находятся на оси x, расстояние между центрами соседних разрезов постоянно и равно d ($z_k^{\circ} = kd$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$,) длины и углы наклона разрезов одинаковы ($a_k = a$, $\alpha_k = \alpha$). В предположении, что ко всем разрезам приложена одна и та же нагрузка ($p_k(x) = p(x)$) и число разрезов стремится к бесконечности, получаем периодическую систему трещин продольного сдвига в бесконечном теле. При этом $g_k'(x) = g'(x)$. Из (2.2) после суммирования найдем

$$F_3(z) = \frac{1}{id} \int_{-a}^{a} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{d} (te^{i\alpha} - z) g'(t)\, dt$$

Удовлетворив граничному условию на поверхности любого из разрезов, придем к сингулярному интегральному уравнению относительно неизвестной функции $g'(x)$.

$$\int_{-a}^{a} K(t - x) g'(t)\, dt = \pi p(x), \quad |x| \leqslant a \tag{3.1}$$
$$K(x) = \frac{\pi}{d} \operatorname{Re} \left(e^{i\alpha} \operatorname{ctg} \frac{\pi x e^{i\alpha}}{d}\right)$$

Из (3.1) находим интегральные уравнения для периодической системы коллинеарных ($\alpha = 0$) или параллельных ($\alpha = \pi / 2$) разрезов

$$\frac{1}{d} \int_{-a}^{a} g'(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi (t - x)}{d}\, dt = p(x), \quad |x| \leqslant a \quad (\alpha = 0) \tag{3.2}$$

$$\frac{1}{d} \int_{-a}^{a} g'(t) \operatorname{cth} \frac{\pi (t - x)}{d}\, dt = p(x), \quad |x| \leqslant a \quad \left(\alpha = \frac{\pi}{2}\right) \tag{3.3}$$

Последнее уравнение получено ранее другим путем в работе [3]. Решения уравнений (3.2) и (3.3) легко найти в замкнутом виде [14].

В частности, для коэффициента интенсивности напряжений в случае периодической системы параллельных трещин имеем

$$k_3^{\pm} = -\int_{-a}^{a} R^{\pm}(t)\, pt\, dt \tag{3.4}$$

$$R^{\pm}(t) = \left(\frac{\pi d}{2} \operatorname{sh} \frac{2\pi a}{d}\right)^{-1/2} \left(\operatorname{th} \frac{\pi a}{d} \pm \operatorname{th} \frac{\pi t}{d}\right)^{1/2} \left(\operatorname{th} \frac{\pi a}{d} \mp \operatorname{th} \frac{\pi t}{d}\right)^{-1/2}$$

Если в точке $x = x_0$ на противоположных поверхностях трещины приложены сосредоточенные силы Q, т. е. $p(x) = -Q\delta(x - x_0)$ ($\delta(x)$ — дельта-функция), то из (3.4) получим

$$k_3^{\pm} = QR^{\pm}(x_0) \tag{3.5}$$

При постоянной нагрузке на трещине $p(x) = -\tau$ приходим к известному результату [1-3]

$$k_3 = \tau \sqrt{\frac{d}{\pi} \operatorname{th} \frac{\pi a}{d}} \tag{3.6}$$

Коэффициент интенсивности напряжений k_3 для периодической системы коллинеарных трещин при аналогичных нагрузках может быть определен по формулам (3.4) — (3.6), если в последних заменить гиперболические функции на соответствующие тригонометрические функции.

Сделав в (3.4) замену переменной $t = \xi - a$, $p(\xi - a) = p_0(\xi)$, запишем значение k_3^- в виде

$$k_3^- = -\sqrt{\frac{2}{\pi d}} \int_0^{2a} \left(\operatorname{cth}\frac{\pi\xi}{d} - \operatorname{cth}\frac{2\pi a}{d}\right)^{1/2} p_0(\xi)\, d\xi \tag{3.7}$$

При $a \to \infty$ из (3.7) найдем значение коэффициента интенсивности k_3 для периодической системы полубесконечных параллельных трещин [9].

В общем случае ориентации трещины решение уравнения (3.1) может быть получено при больших расстояниях между трещинами в виде ряда по степеням λ. Для коэффициента интенсивности получим (величины G_s определяются формулой (2.5))

$$k_3^{\pm} = \sqrt{a}\left\{-\frac{1}{\pi a}\int_{-a}^{a} \sqrt{\frac{a \pm \xi}{a \mp \xi}}\, p(\xi)\, d\xi + \lambda^2 b_1 G_0 + \right.$$

$$\left. + \lambda^4 \left[\left(2b_2 - \frac{1}{2} b_1^2\right) G_0 + b_2 G_2 \mp \frac{3}{2} b_2 G_1\right]\right\} + O(\lambda^6)]$$

$$b_1 = -\frac{\pi^2}{12}\cos 2\alpha, \qquad b_2 = -\frac{\pi^4}{720}\cos 4\alpha$$

В случае постоянной нагрузки на трещинах $p(x) = -\tau$ находим

$$k_3^{\pm} = \tau\sqrt{a}\left[1 + \frac{\pi^2\lambda^2}{24}\cos 2\alpha + \frac{\pi^4\lambda^4}{5760}(28\cos^2 2\alpha - 9)\right] + O(\lambda^6)$$

4. Рассмотрим систему N трещин продольного сдвига в упругом полупространстве, поверхность которого свободна от нагрузки. Функцию напряжений $F_4(z)$ для такой задачи можно получить из (2.2), предположив, что в верхнем и нижнем полупространствах имеется по N разрезов, причем плоскость (x, z) служит плоскостью геометрической и силовой симметрии

$$F_4(z) = \frac{1}{\pi i}\sum_{k=1}^{N}\int_{-a_k}^{a_k} g_k'(t)\left(\frac{1}{te^{i\alpha_k} - z + z_k^\circ} - \frac{1}{te^{-i\alpha_k} - z + \bar{z}_k^\circ}\right) dt \tag{4.1}$$

Приравняв напряжения на поверхностях трещин к заданной нагрузке (1.3), для определения неизвестных функций $g_k'(t)$ получим систему интегральных уравнений

$$\int_{-a_n}^{a_n} \frac{g_n'(t)\, dt}{t - x} + \sum_{k=1}^{N}\int_{-a_k}^{a_k} R_{nk}(t, x)\, g_k'(t)\, dt = \pi p_n(x), \; |x| \leqslant a_n \; n = 1, 2, \ldots, N \tag{4.2}$$

$$R_{nk}(t, x) = (1 - \delta_{nk}) K_{nk}(t, x) + \operatorname{Re}\left(\frac{e^{i\alpha_n}}{X_n - \bar{T}_k}\right)$$

Здесь δ_{nk} — символ Кронекера. Вторые составляющие в ядрах (4.2) определяют влияние свободной поверхности полупространства.

Предположим, что центры всех разрезов размещены на одной прямой $y = -h$, параллельной границе полупространства, а расстояние между центрами соседних разрезов постоянно и равно d ($z_k^\circ = kd - ih$, $k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$), длины и углы накло на разрезов одинаковы ($a_k = a, \alpha_k = \alpha$). Считая, что ко всем разрезам приложена одна и та же нагрузка ($p_k(x) - p(x)$), а их число стремится к бесконечности, из (4.1) получим функцию напряжений $F_5(z)$ для периодической системы разрезов в полупространстве со свободной поверхностью

$$F_5(z) = \frac{1}{id} \int_{-a}^{a} \left[\operatorname{ctg} \frac{\pi}{d}(te^{i\alpha} - z - ih) - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{d}(te^{-i\alpha} - z + ih)\right] g'(t)\, dt$$

Интегральное уравнение рассматриваемой задачи находим, удовлетворяя граничному условию на поверхности любого из разрезов

$$\int_{-a}^{a} g'(t) R(t, x)\, dt = \pi p(x), \qquad |x| \leqslant a \tag{4.3}$$

$$R(t, x) = K(t - x) + \frac{\pi}{d} \operatorname{Re}\left[e^{i\alpha} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{d}(xe^{i\alpha} - te^{-i\alpha} - 2ih)\right]$$

Заметим, что решения уравнений (4.2) и (4.3) в случае больших расстояний между трещинами и границей полупространства можно получить тем же путем, каким было найдено решение системы (2.3).

Поступила 27 VI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Баренблатт Г. И., Черепанов Г. П.* О хрупких трещинах продольного сдвига. ПММ, 1961, т. 25, вып. 6.
2. *England A. H.* A note on cracks under longitudinal shear. Mathematika, 1963, vol. 10, No. 20.
3. *Smith E.* The spread of plasticity from stress concentrations. Proc. Roy. Soc. A, 1964, vol. 282, No. 1390.
4. *Ichikawa M., Ohashi M., Yokobori T.* Interaction between parallel cracks in an elastic solid and its effect on fracture. Repts Res. Inst. Strength and Fract. Mater. Tohoku Univ., 1965, vol. I, No. 1.
5. *Ohashi M., Ichikawa M., Yokobori T.* The interaction of two parallel elastic cracks not perpendicular each other. Repts Res. Inst. Strength and Fract. Mater. Tohoku Univ., 1965, vol. I, No. 2.
6. *Sih G. C.* Stress distribution near internal crack tips for longitudinal shear problems. Trans. ASME, 1965, Ser. E, vol. 32, No. 1. (Рус. перев.: Прикл. механ. Тр. Америк. о-ва инж.-механ. Сер. Е. М., «Мир», 1965, т. 32, № 1.)
7. *Sih G. C.* External cracks under longitudinal shear. J. Franklin Inst., 1965, vol. 280, No. 2.
8. *Smith E.* The extension of two parallel non—coplanar cracks by an apllied stress. Internat. J. Engng Sci., 1971, vol. 9, No. 7.
9. *Matczynski M., Sokolowski M.* A note on the propagation of crack in antiplane state of strain. Arch. mech. stosowanej, 1971, vol. 23, No. 6.
10. *Дацышин А. П., Саврук М. П.* Система произвольно ориентированных трещин в упругих телах. ПММ, 1973, т. 37, вып. 2.
11. *Саврук М. П., Дацышин А. П.* О взаимодействии системы трещин с границей упругого тела. Прикл. механ., 1974, т. 10, вып. 7.
12. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., «Наука», 1966.
13. *Гахов Ф. Д.* Краевые задачи. М., Физматгиз, 1963.
14. *Саврук М. П.* Напряжения в пластине с бесконечным рядом параллельных трещин при симметричной нагрузке. Физ.-хим., механ. материалов, 1971, т. 7, № 6.