

О ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЯХ

О. С. Рыжов, Е. Д. Терентьев

(Москва)

Рассматривается стационарное гиперзвуковое обтекание произвольного тела, на которое действует как сила сопротивления, так и подъемная сила. Вязкими напряжениями и передачей тепла в газе пренебрегается. Решение уравнений Эйлера на больших расстояниях от тела записывается в виде трех членов асимптотического разложения. Формулируется аналогия, позволяющая найти параметры потока из решения задачи о сильном шнуровом взрыве, когда газу сообщается не только энергия, но и импульс в перпендикулярном к шнуру направлении.

1. Вид решения при $x \rightarrow \infty$. Рассмотрим стационарное гиперзвуковое течение у произвольного тела. Пусть ρ_∞ — плотность газа в набегающем потоке, v_∞ — его скорость, направленная вдоль оси x цилиндрической системы координат x, r, φ . Примем, что перед головной ударной волной давление $p_\infty = 0$ и, следовательно, число Маха $M_\infty = \infty$. Будем считать газ совершенным, т. е. подчиняющимся уравнению состояния Клапейрона, причем обе удельные теплоемкости c_p и c_v положим постоянными, обозначив их отношение через κ . Напряжениями вязкого трения и передачей тепла в газе пренебрежем. Значения как независимых переменных, так и искомым функций удобно задавать безразмерными, используя в качестве основных единиц отсчета ρ_∞, v_∞ и r_* — характерный радиус кривизны ударного фронта.

Вдали от тела форма скачка уплотнения $r_s(x)$ в основном определяется волновым сопротивлением. Известная аналогия [1-4] ставит в соответствие гиперзвуковому потоку неустановившееся движение в пространстве с меньшим на единицу количеством измерений. В рамках этой аналогии поле скоростей, индуцированное сопротивлением тела, можно получить из решения задачи о сильном взрыве [5-9]. В применении к гиперзвуковым течениям из найденного Л. И. Седовым [10, 11] закона распространения взрывных волн следует, что $r_s \sim x^{1/2}$.

Будем считать, что на обтекаемое тело действует не только сила сопротивления, но и подъемная сила F_y . От оси y , расположенной в плоскости $x = \text{const}$, будем в дальнейшем производить отсчет полярного угла φ . Как и при изучении плоскопараллельных течений [12], примем, что в разложении для ударного фронта член, связанный с подъемной силой, мал по сравнению с главным членом, зависящим от силы сопротивления. Вид поправочного члена должен удовлетворять очевидному условию, чтобы значение подъемной силы не зависело от того, каким образом впереди и позади тела выбраны контрольные сечения $x = \text{const}$ для подсчета уносимой через них составляющей импульса газа вдоль оси y . Как будет показано ниже, это

условие выполняется, если

$$(1.1) \quad r_s = (bx)^{1/2} (1 + b_y x^{-1/2} \ln x \cos \varphi + \dots)$$

Обозначим через v_x , v_r и v_φ компоненты вектора скорости в проекции на оси x , r и φ . Разложения для параметров газа в области за скачком уплотнения ищем в виде

$$(1.2) \quad \begin{aligned} v_x &= 1 - \frac{1}{2(\kappa+1)} \frac{b}{x} \{v_{x11}(\xi) + b_y x^{-1/2} [\ln x v_{x12}(\xi) + \\ &+ v_{x13}(\xi)] \cos \varphi + \dots\} \\ v_r &= \frac{1}{\kappa+1} \left(\frac{b}{x}\right)^{1/2} \{v_{r11}(\xi) + b_y x^{-1/2} [\ln x v_{r12}(\xi) + v_{r13}(\xi)] \cos \varphi + \dots\} \\ v_\varphi &= \frac{1}{\kappa+1} \frac{b}{x} b^{-1/2} b_y \{[\ln x v_{\varphi12}(\xi) + v_{\varphi13}(\xi)] \sin \varphi + \dots\} \\ \rho &= \frac{\kappa+1}{\kappa-1} \{\rho_{11}(\xi) + b_y x^{-1/2} [\ln x \rho_{12}(\xi) + \rho_{13}(\xi)] \cos \varphi + \dots\} \\ p &= \frac{1}{2(\kappa+1)} \frac{b}{x} \{p_{11}(\xi) + b_y x^{-1/2} [\ln x p_{12}(\xi) + p_{13}(\xi)] \cos \varphi + \dots\} \\ \xi &= \frac{r}{(bx)^{1/2}} \end{aligned}$$

Подставив формулы (1.2) в уравнения Эйлера, которые для краткости опустим, получим три системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Нелинейная система первого приближения определяет решение задачи о сильном шнуровом взрыве [10,11]. Этим решением диктуется введение в качестве одной из независимых переменных автомодельной комбинации ξ . Система второго приближения является линейной однородной

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \rho_{11} \frac{dv_{r12}}{d\xi} + \left(v_{r11} - \frac{\kappa+1}{2} \xi\right) \frac{d\rho_{12}}{d\xi} + \left(\frac{d\rho_{11}}{d\xi} + \frac{\rho_{11}}{\xi}\right) v_{r12} + \\ + \left(\frac{dv_{r11}}{d\xi} + \frac{v_{r11}}{\xi} - \frac{\kappa+1}{2}\right) \rho_{12} + \frac{\rho_{11} v_{\varphi12}}{\xi} = 0 \\ \left(v_{r11} - \frac{\kappa+1}{2} \xi\right) \rho_{11} \frac{dv_{r12}}{d\xi} + \frac{\kappa-1}{2} \frac{d\rho_{12}}{d\xi} + \left(\frac{dv_{r11}}{d\xi} - \kappa - 1\right) \rho_{11} v_{r12} + \\ + \left[\left(v_{r11} - \frac{\kappa+1}{2} \xi\right) \frac{dv_{r11}}{d\xi} - \frac{\kappa+1}{2} v_{r11}\right] \rho_{12} = 0 \\ \left(v_{r11} - \frac{\kappa+1}{2} \xi\right) \rho_{11} \frac{dv_{\varphi12}}{d\xi} - \frac{\kappa-1}{2} \frac{p_{12}}{\xi} + \left(\frac{v_{r11}}{\xi} - \kappa - 1\right) \rho_{11} v_{\varphi12} = 0 \\ \kappa p_{11} \frac{dv_{r12}}{d\xi} + \left(v_{r11} - \frac{\kappa+1}{2} \xi\right) \frac{dp_{12}}{d\xi} + \left(\frac{dp_{11}}{d\xi} + \kappa \frac{p_{11}}{\xi}\right) v_{r12} + \\ + \kappa \left(\frac{dv_{r11}}{d\xi} + \frac{v_{r11}}{\xi}\right) p_{12} + \kappa \frac{p_{11} v_{\varphi12}}{\xi} = 0 \\ v_{x12} = \frac{1}{\kappa+1} \left(2v_{r11} v_{r12} + \kappa \frac{p_{12}}{\rho_{11}} - \kappa \frac{p_{11} \rho_{12}}{\rho_{11}^2}\right) \end{aligned}$$

Система третьего приближения также линейна, но неоднородна, в правые части ее уравнений входят функции первого и второго приближений

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \rho_{11} \frac{dv_{r13}}{d\xi} + \left(v_{r11} - \frac{\kappa+1}{2} \xi\right) \frac{d\rho_{13}}{d\xi} + \left(\frac{d\rho_{11}}{d\xi} + \frac{\rho_{11}}{\xi}\right) v_{r13} + \\ + \left(\frac{dv_{r11}}{d\xi} + \frac{v_{r11}}{\xi} - \frac{\kappa+1}{2}\right) \rho_{13} + \frac{\rho_{11} v_{\varphi13}}{\xi} = -(\kappa+1) \rho_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(v_{r11} - \frac{\kappa + 1}{2} \xi \right) \rho_{11} \frac{dv_{r13}}{d\xi} + \frac{\kappa - 1}{2} \frac{dp_{13}}{d\xi} + \left(\frac{dv_{r11}}{d\xi} - \kappa - 1 \right) \rho_{11} v_{r13} + \\
& + \left[\left(v_{r11} - \frac{\kappa + 1}{2} \xi \right) \frac{dv_{r11}}{d\xi} - \frac{\kappa + 1}{2} v_{r11} \right] \rho_{13} = -(\kappa + 1) \rho_{11} v_{r12} \\
& \left(v_{r11} - \frac{\kappa + 1}{2} \xi \right) \rho_{11} \frac{dv_{\varphi 13}}{d\xi} - \frac{\kappa - 1}{2} \frac{p_{13}}{\xi} + \left(\frac{v_{r11}}{\xi} - \kappa - 1 \right) \rho_{11} v_{\varphi 13} = \\
& = -(\kappa + 1) \rho_{11} v_{\varphi 12} \\
& \kappa p_{11} \frac{dv_{r13}}{d\xi} + \left(v_{r11} - \frac{\kappa + 1}{2} \xi \right) \frac{dp_{13}}{d\xi} + \left(\frac{dp_{11}}{d\xi} + \kappa \frac{p_{11}}{\xi} \right) v_{r13} + \\
& + \kappa \left(\frac{dv_{r11}}{d\xi} + \frac{v_{r11}}{\xi} \right) p_{13} + \kappa \frac{p_{11} v_{\varphi 13}}{\xi} = -(\kappa + 1) p_{12} \\
& v_{x13} = \frac{1}{\kappa + 1} \left(2v_{r11} v_{r13} + \kappa \frac{p_{13}}{\rho_{11}} - \kappa \frac{p_{11} \rho_{13}}{\rho_{11}^2} \right)
\end{aligned}$$

Видно, что последние из уравнений (1.3) и (1.4) отделяются от остальных и служат для определения возмущений v_{x12} и v_{x13} продольной составляющей вектора скорости после того, как найдены остальные параметры v_{r12}, \dots, p_{12} и v_{r13}, \dots, p_{13} . Эти две группы параметров подчиняются системам уравнений, возникающим при исследовании второго и третьего приближений в теории двумерных нестационарных движений идеального газа. Отсюда следует, что с принятой точностью поле скоростей на больших расстояниях от тела можно построить на основании принципа эквивалентности [1-4], согласно которому расчет потока в любой плоскости $x = \text{const}$ ведется независимо от результатов вычислений в других плоскостях.

Условия Ренкина — Гюгонио на фронте ударной волны (1.1) позволяют поставить задачу Коши для каждой из рассматриваемых систем линейных уравнений. Их интегрирование нужно начинать от точки $\xi = 1$, где соответственно

$$(1.5) \quad v_{x12} = -dv_{x11}/d\xi, \quad v_{r12} = -dv_{r11}/d\xi, \quad v_{\varphi 12} = 1$$

$$\rho_{12} = -d\rho_{11}/d\xi, \quad p_{12} = -dp_{11}/d\xi$$

$$(1.6) \quad v_{x13} = 4, \quad v_{r13} = 2, \quad v_{\varphi 13} = 0, \quad \rho_{13} = 0, \quad p_{13} = 4$$

2. Вычисление подъемной силы. Непосредственной проверкой можно убедиться, что решение системы (1.3), удовлетворяющее начальным условиям (1.5), имеет вид

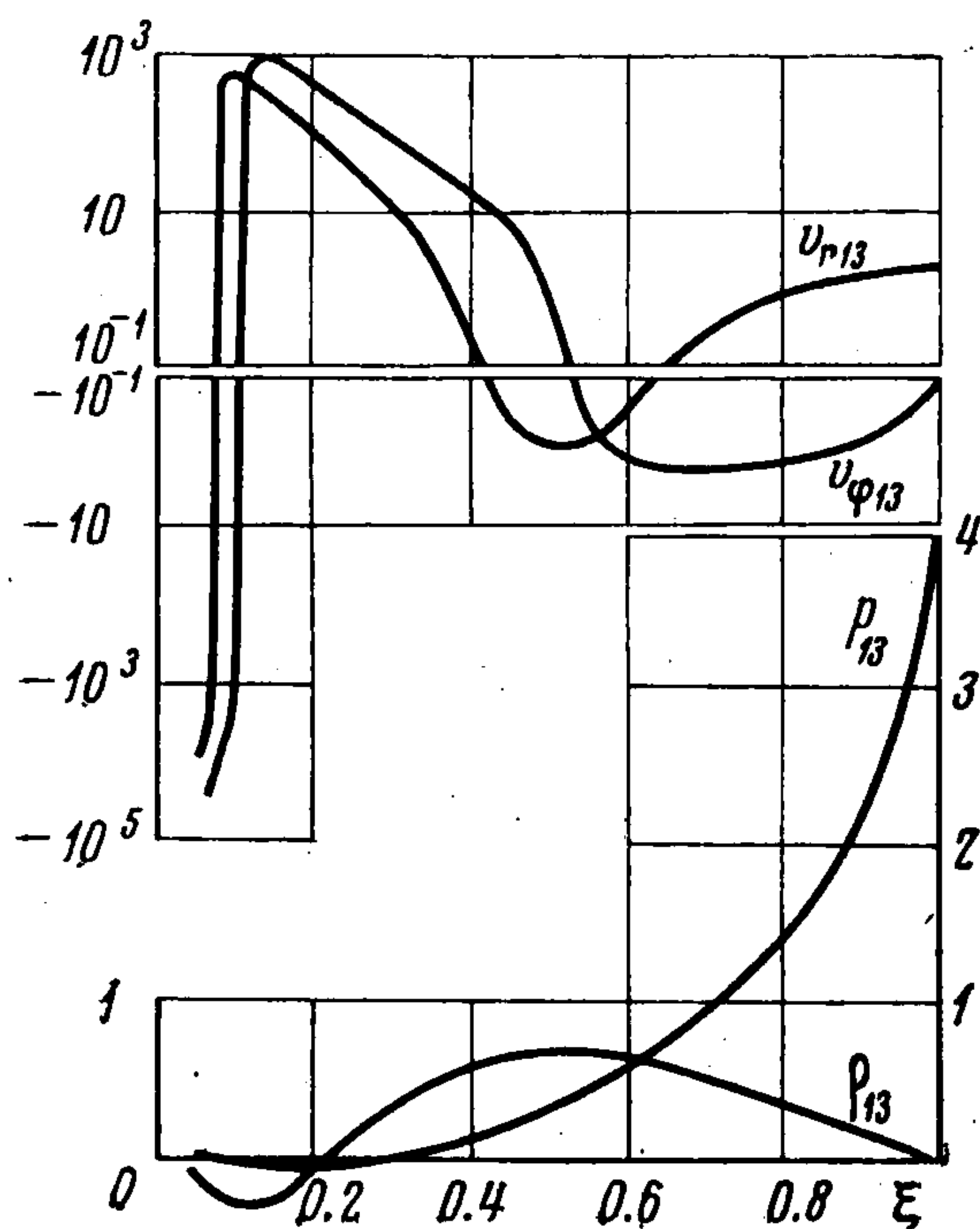
$$(2.1) \quad v_{x12} = -dv_{x11}/d\xi, \quad v_{r12} = -dv_{r11}/d\xi, \quad v_{\varphi 12} = v_{r11}/\xi$$

$$\rho_{12} = -d\rho_{11}/d\xi, \quad p_{12} = -dp_{11}/d\xi$$

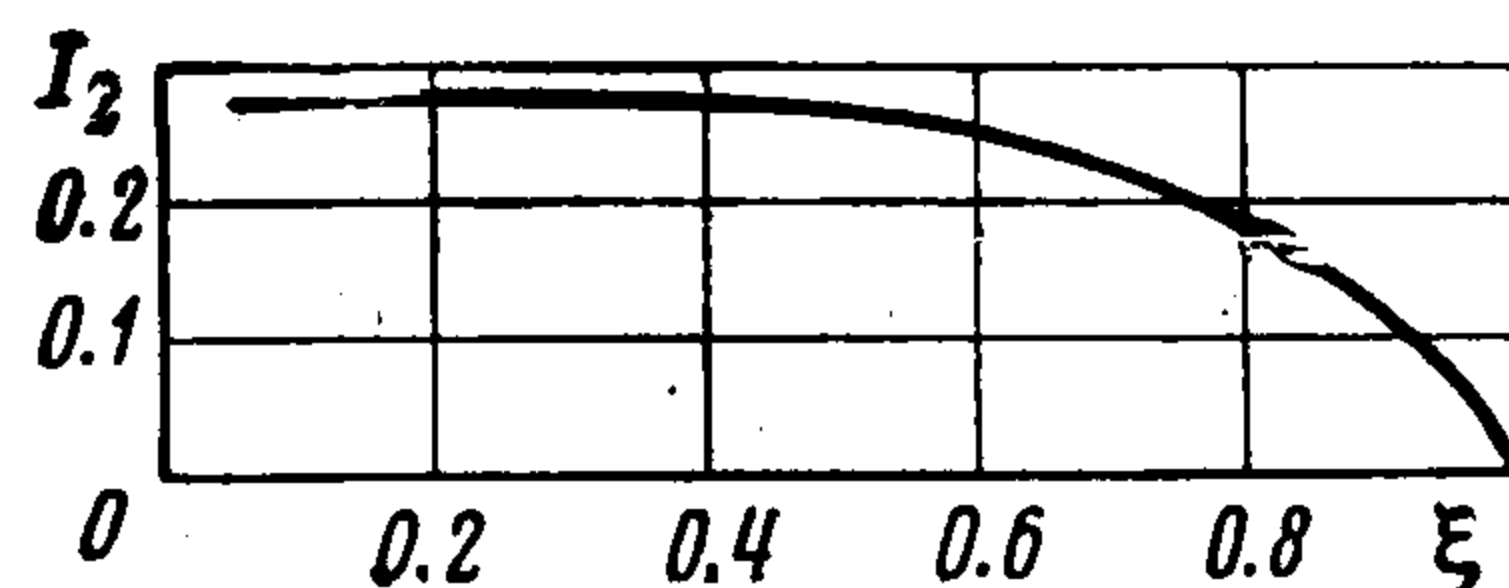
Существование этого простого решения обусловлено групповыми свойствами исходных уравнений Эйлера. Они инвариантны, в частности, по отношению к сдвигу по всем трем осям декартовой системы координат. Заменим в указанном Л. И. Седовым решении задачи о сильном шнуровом взрыве [10,11] $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ на $r = \sqrt{(y + \Delta y)^2 + z^2}$ и допустим, что $\Delta y \ll \ll y$. Разложим полученные таким образом соотношения в ряды, в которых ограничимся членами только первого порядка по Δy . Их коэффициенты, пропорциональные $x^{-1/2}$, содержат функции автомобильной переменной ξ , задаваемые формулами (2.1). Отсюда становится ясной причина, по кото-

рой в асимптотические представления (1.1) и (1.2) для скачка уплотнения и параметров газа позади него введены логарифмические члены. Если опустить эти члены, дописав вместо точек в правой части (1.1) величину $b_0 x^{-1/2} \cos \varphi$, то возмущения к основному решению будут порядка $x^{-1/2}$ при $x \rightarrow \infty$. Правые части в уравнениях (1.4) обратятся тогда в нуль, а начальные данные для функций v_{r13}, \dots, p_{13} будут определяться соотношениями (1.5), а не (1.6). В результате формулы (2.1) дадут решение уравнений третьего приближения. Из изложенного выше следует, что сумма главного и поправочного членов в разложениях (1.2) является в этом случае приближенным решением задачи о сильном взрыве с осью симметрии, сдвинутой в плоскости xu параллельно оси $r = 0$ цилиндрической системы координат. Возможность такого сдвига позволяет исключить пропорциональный $x^{-1/2}$ член из асимптотического представления (1.1) для ударного фронта.

Рассмотрим систему уравнений (1.4) для функций третьего приближе-



Фиг. 1



Фиг. 2

ния. Как отмечалось выше, вид разложений (1.2) был выбран таким образом, чтобы получить конечную величину подъемной силы путем подсчета y -компонента импульса газа, уносимого через проведенную на достаточно большом расстоянии от тела замкнутую контрольную поверхность. Это дает возможность написать интеграл рассматриваемой системы [13]. С учетом формул (2.1) имеем

$$(2.2) \quad \left(2v_{r11} - \frac{\kappa + 1}{2} \xi\right) \rho_{11} v_{r13} - \left(v_{r11} - \frac{\kappa + 1}{2} \xi\right) \rho_{11} v_{\varphi 13} + \\ + \left(v_{r11} - \frac{\kappa + 1}{2} \xi\right) v_{r11} \rho_{13} + \frac{\kappa - 1}{2} p_{13} = \frac{C}{\xi} + (\kappa + 1) v_{r11} \rho_{11}$$

Для вычисления постоянной C воспользуемся начальными данными (1.6), в результате $C = 0$. Выразим теперь функцию $v_{\varphi 13}$ через остальные искомые величины при помощи интеграла (2.2). В системе (1.4) одно из первых трех уравнений становится следствием двух других, поэтому его можно опустить. Полученную систему трех уравнений удобно интегрировать численно. В расчетах принималось, что показатель адиабаты Пуассона $\kappa = 1.4$. Графики составляющих v_{r13} и $v_{\varphi 13}$ возмущенного вектора скорости, избыточных плотности ρ_{13} и давления p_{13} приведены на фиг. 1. При $\xi \rightarrow 0$ все эти функции имеют колебательный характер, но в то время как v_{r13} и $v_{\varphi 13}$ неограниченно возрастают, ρ_{13} и p_{13} стремятся к нулю.

Проведем две контрольные плоскости перпендикулярно направлению набегающего потока. Пусть одна из них расположена впереди обтекаемого тела, другая — позади него на расстоянии x . Запишем выражение для подъемной силы

$$F_y = - \lim_{r \rightarrow 0} \int_r^{r_s} \int_0^{2\pi} \rho v_x v_y r dr d\varphi$$

Подставляя сюда разложения (1.2) и удерживая в полученном соотношении все члены до порядка x^0 включительно, имеем

$$F_y = - \frac{\pi}{\kappa - 1} b^{3/2} b_y [(1 + I_1) \ln x + \lim_{\xi \rightarrow 0} I_2(\xi)]$$

$$I_1 = \int_0^1 (\rho_{11} v_{r12} + v_{r11} \rho_{12} - \rho_{11} v_{\varphi 12}) \xi d\xi$$

$$I_2(\xi) = \int_{\xi}^1 (\rho_{11} v_{r13} + v_{r11} \rho_{13} - \rho_{11} v_{\varphi 13}) \xi d\xi$$

Интеграл I_1 легко вычислить, если вспомнить решение (2.1) для функций второго приближения. Действительно

$$I_1 = - \int_0^1 \frac{d}{d\xi} (v_{r11} \rho_{11} \xi) d\xi = -1$$

В результате приходим к следующему выражению для подъемной силы:

$$(2.3) \quad F_y = - \frac{\pi}{\kappa - 1} b^{3/2} b_y \lim_{\xi \rightarrow 0} I_2(\xi)$$

Поведение интеграла $I_2(\xi)$ видно из графика на фиг. 2. Несмотря на неограниченный рост составляющих v_{r13} и $v_{\varphi 13}$ возмущенного вектора скорости при $\xi \rightarrow 0$ этот интеграл стремится к конечному значению $I_2(0) = 0.2775$. Строгое доказательство сходимости $I_2(\xi)$ будет дано в п. 3 после изучения асимптотик функций третьего приближения.

Остановимся на зависимости построенного решения от угловой переменной. Если добавить к поправочным членам в разложениях (1.1) и (1.2) слагаемые с $\sin \varphi$, то это приведет к появлению боковой силы F_z , которая наряду с подъемной силой будет действовать на тело в плоскости, ортогональной направлению набегающего потока. Вычисление F_z совершенно аналогично F_y . Дополнительные поправочные члены, содержащие более высокие гармоники $\cos k\varphi$ и $\sin k\varphi$ ($k = 2, 3, \dots$), можно выбрать также пропорциональными $x^{-1/2}$, тем не менее никакого вклада в силы они не дадут. По названным причинам в рядах Фурье, представляющих зависимости параметров газа от угловой переменной, с самого начала были сохранены только члены с $\cos \varphi$.

Как отмечалось выше, функции $v_{r12}, \dots, \rho_{12}$ и $v_{r13}, \dots, \rho_{13}$ определяются системами уравнений, которые получаются при изучении высших приближений в теории двумерных нестационарных движений идеального газа, мало отклоняющихся от автомодельных. Из результатов работы [13]

следует, что интеграл (2.2) существует лишь в случае, когда выражение для импульса вещества внутри возмущенной области нестационарного течения содержит не меняющееся со временем слагаемое. В стационарном гиперзвуковом потоке роль времени принадлежит продольной координате x , а импульса — подъемной силе F_y . Отсюда ясно, что в каждой плоскости $x = \text{const}$ параметры гиперзвукового потока у произвольного тела, на которое действует как сила сопротивления, так и подъемная сила, могут быть найдены из решения задачи о сильном шнуровом взрыве, когда газу сообщается не только энергия, но и импульс в перпендикулярном к шнуру направлении (вдоль оси y). Взрывная аналогия, ставящая в соответствие энергии, выделившейся на единицу длины шнура, силу сопротивления тела, известна уже давно [5-9]. В приведенной формулировке она позволяет также сопоставить импульс взрывной волны, отнесенный к единичной длине, и подъемную силу, приложенную к телу в гиперзвуковом потоке.

3. Асимптотика функций третьего приближения при $\xi \rightarrow 0$. Поведение функций второго приближения при $\xi \rightarrow 0$ можно установить при помощи формул (2.1), в правые части которых нужно подставить известное асимптотическое разложение решения задачи о сильном шнуровом взрыве [14]. Выясним, как ведут себя функции третьего приближения. Для этой цели обратимся к системе уравнений (1.4), не прибегая вначале к тем упрощениям, которые связаны с существованием интеграла (2.2). В результате для первого линейно-независимого решения соответствующей (1.4) однородной системы имеем

$$(3.1) \quad \begin{aligned} v_{x13} &= -c_1 \frac{\kappa}{\kappa+1} \frac{k_2}{k_1^2} \xi^{-(3\kappa+1)/(\kappa-1)} + \dots \\ v_{r13} &= c_1 \frac{(1-2\kappa)(\kappa^2-1)}{4\kappa k_1} \xi^{-2\kappa/(\kappa-1)} + \dots \\ v_{\varphi13} &= c_1 \frac{(1-2\kappa)(\kappa+1)^2}{4\kappa k_1} \xi^{-2\kappa/(\kappa-1)} + \dots \\ p_{13} &= c_1 \xi^{-3} + \dots, \quad P_{13} = c_1 \frac{(1-2\kappa)(\kappa+1)^3}{4\kappa^2(\kappa-1)} \xi^{-1} + \dots \end{aligned}$$

Второе из линейно-независимых решений возьмем в виде

$$(3.2) \quad \begin{aligned} v_{x13} &= -c_2 \frac{\kappa}{\kappa+1} \frac{k_2}{k_1^2} \xi^{-(2\kappa+1)/(\kappa-1)} \cos(k \ln \xi) + \dots \\ v_{r13} &= -c_2 \frac{(\kappa+1)(\kappa-1)^2}{4\kappa k_1} \xi^{-\kappa/(\kappa-1)} [\cos(k \ln \xi) + k \sin(k \ln \xi)] + \dots \\ v_{\varphi13} &= c_2 \frac{(\kappa+1)(\kappa-1)^2}{4\kappa k_1} \xi^{-\kappa/(\kappa-1)} \left[\frac{2-\kappa}{\kappa-1} \cos(k \ln \xi) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\kappa k}{\kappa-1} \sin(k \ln \xi) \right] + \dots \\ p_{13} &= c_2 \xi^{(3-2\kappa)/(\kappa-1)} \cos(k \ln \xi) + \dots \\ P_{13} &= c_2 \frac{(\kappa+1)^2(\kappa-1)}{2\kappa^2} \xi^{1/(\kappa-1)} \left[\frac{1}{\kappa-1} \cos(k \ln \xi) + k \sin(k \ln \xi) \right] + \dots \end{aligned}$$

Третье линейно-независимое решение запишем как

$$(3.3) \quad v_{x13} = -c_3 \frac{\kappa}{\kappa+1} \frac{k_2}{k_1^2} \xi^{-(2\kappa+1)/(\kappa-1)} \sin(k \ln \xi) + \dots$$

$$\begin{aligned}
v_{r13} &= c_3 \frac{(\kappa + 1)(\kappa - 1)^2}{4\kappa k_1} \xi^{-\kappa/(\kappa-1)} [k \cos(k \ln \xi) - \sin(k \ln \xi)] + \dots \\
v_{\phi 13} &= c_3 \frac{(\kappa + 1)(\kappa - 1)^2}{4\kappa k_1} \xi^{-\kappa/(\kappa-1)} \left[\frac{\kappa k}{\kappa - 1} \cos(k \ln \xi) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{2 - \kappa}{\kappa - 1} \sin(k \ln \xi) \right] + \dots \\
\rho_{13} &= c_3 \xi^{(3-2\kappa)/(\kappa-1)} \sin(k \ln \xi) + \dots \\
p_{13} &= -c_3 \frac{(\kappa + 1)^2(\kappa - 1)}{2\kappa^2} \xi^{1/(\kappa-1)} \left[k \cos(k \ln \xi) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{\kappa - 1} \sin(k \ln \xi) \right] + \dots \\
k &= \sqrt{(3 - \kappa) / (\kappa - 1)}
\end{aligned}$$

Здесь k_1 и k_2 — коэффициенты при старших членах в разложениях функций ρ_{11} и p_{11} из задачи о сильном взрыве, их значения можно найти в монографии Л. И. Седова [14]. Четвертое линейно-независимое решение однородной и частное решение неоднородной системы уравнений (1.4) дают вклад лишь в члены более низкого порядка в асимптотическом представлении функций v_{x13} , ..., p_{13} при $\xi \rightarrow 0$, по этой причине они не приводятся.

Если постоянная $c_1 \neq 0$, то для подынтегрального выражения в правой части формулы (2.3) имеет место оценка

$$(\rho_{11} v_{r13} + v_{r11} \rho_{13} - \rho_{11} v_{\phi 13}) \xi \sim c_1 \xi^{-1}$$

Отсюда ясно, что при $\xi \rightarrow 0$ для сходимости интеграла $I_2(\xi)$ к конечному пределу $I_2(0)$ необходимо удовлетворить условию $c_1 = 0$. Воспользуемся теперь равенством (2.2), задающим связь между функциями третьего приближения. Как показывают простые вычисления, $c_1 = C$, но постоянная $C = 0$ в силу данных Коши (1.6). Понижение порядка системы уравнений (1.4) с четвертого до третьего, достигнутое исключением из нее величины $v_{\phi 13}$, позволило в п. 2 сразу построить решение, из которого выпала асимптотика (3.1). Поскольку асимптотики (3.2) и (3.3), представляющие следующие члены разложения, обеспечивают сходимость интеграла $I_2(\xi)$, расчеты привели к конечному значению $I_2(0) = 0.2775$. Таким образом, при $\kappa = 1.4$ подъемная сила тела

$$F_y = -0.6241 b^{3/2} b_y$$

Что касается постоянных c_2 и c_3 , то в результате численного интегрирования системы уравнений (1.4) с исключенной из нее функцией $v_{\phi 13}$ находим: $c_2 = 0.085$, $c_3 = -0.978$.

Асимптотические разложения подтверждают, что при $\xi \rightarrow 0$ все функции третьего приближения имеют колебательный характер. Период $L = (e^{2\pi/k} - 1) \xi$ обращается в нуль вместе с автомодельной переменной ξ , т. е. частота колебаний ω нарастает при приближении к оси $r = 0$. Амплитуда колебаний составляющих возмущенного вектора скорости, которая определяется поведением величин v_{x13} , v_{r13} и $v_{\phi 13}$, неограниченно увеличивается, а амплитуда колебаний избыточного давления p_{13} уменьшается до нуля. Колебания избыточной плотности ρ_{13} меняются в зависимости от величины показателя адиабаты Пуассона; при $\kappa < 1.5$ их амплитуда убывает, а при $\kappa > 1.5$ неограниченно возрастает.

При $r = \text{const}$ и $x \rightarrow \infty$ автомодельная переменная $\xi \rightarrow 0$. Отсюда следует, что параметры газа колеблются не только вблизи оси $r = 0$, но и при удалении вниз по потоку на любом фиксированном расстоянии от нее. В этом случае частота колебаний $\omega \sim x^{1/2}$.

Поступила 25 IV 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Tsien H. S. Similarity laws of hypersonic flows. J. Math. Phys., 1946, vol. 25, No. 3.
2. Hayes W. D. On hypersonic similitude. Quart. Appl. Math., 1947, vol. 5, No. 1.
3. Ильюшин А. А. Закон плоских сечений в аэродинамике больших сверхзвуковых скоростей. ПММ, 1956, т. 20, вып. 6.
4. Бам-Зеликович Г. М., Бунимович А. И., Михайлова М. П. Движение тонких тел с большими сверхзвуковыми скоростями. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 1.
5. Cheng H. K., Pallone A. J. Inviscid leading-edge effect in hypersonic flow. J. Aeronaut. Sci., 1956, vol. 23, No. 7.
6. Lees L., Kubota T. Inviscid hypersonic flow over blunt-nosed slender bodies. J. Aeronaut. Sci., 1957, vol. 24, No. 3.
7. Черный Г. Г. Влияние малого затупления передней кромки профиля на его обтекание при большой сверхзвуковой скорости. Докл. АН СССР, 1957, т. 114, № 4.
8. Черный Г. Г. Обтекание тонкого затупленного конуса при большой сверхзвуковой скорости. Докл. АН СССР, 1957, т. 115, № 4.
9. Черный Г. Г. Влияние малого затупления переднего конца тела на его обтекание потоком с большой сверхзвуковой скоростью. Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 4.
10. Седов Л. И. Движение воздуха при сильном взрыве. Докл. АН СССР, 1946, т. 52, № 1.
11. Седов Л. И. Распространение сильных взрывных волн. ПММ, 1946, т. 10 вып. 2.
12. Рыжов О. С., Терентьев Е. Д. О гиперзвуковом обтекании несущего профиля. ПММ, 1974, т. 38, вып. 1.
13. Рыжов О. С., Терентьев Е. Д. К общей теории нестационарных течений, близких к автомодельным. ПММ, 1973, т. 37, вып. 1.
14. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1967.