Прикладная математика и механика. Том 39, 1975

УДК 533.6.011

УСКОРЕНИЕ, СЖАТИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОГО СЛОЯ ВЕЩЕСТВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИЗЛУЧЕНИЯ ЛАЗЕРА

Ю. В. Афанасьев, Е. Г. Гамалий, О. Н. Крохин, В. Б. Розанов

(Москва)

Рассматривается простая газодинамическая модель ускорения и сжатия плоского слоя вещества под действием лазерного излучения. Находятся условия, при которых реализуется режим предельного изэнтропического сжатия и исследуется его устойчивость. Рассматривается также вопрос о передаче энергии лазерного излучения ускоренному слою.

В ряде экспериментальных и теоретических работ (см., например, [1-3]) изучалась передача веществу мишени механического импульса отдачи в результате испарения и гидродинамического разлета вещества под действием лазерного излучения. Известно также, что при достаточно высокой плотности потока излучения в неиспаренном веществе возникают волны сжатия, в частности ударные волны. Очевидно, что если величина испаренной массы окажется сравнимой с полной массой мишени, то неиспаренная часть может быть разогнана до скоростей, близких к скорости истечения испаренного вещества, и при определенных условиях сжата до плотностей, существенно превышающих плотность нормального конденсированного состояния. Такой эффект ускорения твердых мишеней малой массы представляет интерес в общей проблеме ускорения малых частиц [4] до скоростей $10^5 \div 10^7$ *см/сек* и выше.

1. Рассмотрим плоскую одномерную задачу о воздействии лазерного излучения с плотностью потока q_0 на плоский слой конденсированного вещества с начальной массой M на единицу площади. Процесс ускорения слоя определяется параметрами вещества на границе испарения, разделяющей конденсированную и газообразную фазы, поэтому уравнения движения должны включать в себя газодинамические законы сохранения потоков массы, импульса и энергии на указанной границе.

Согласно [2], в рассматриваемом случае имеем

$$\rho_0 D = \rho(v+u+D), \quad p_0 = p + \rho_0 D(v+u) \tag{1.1}$$

$$q_0^* = \rho_0 D[\varepsilon + \Omega + {}^1/_2(v+u)^2] + p(v+u), \quad \varepsilon = \frac{p}{(\gamma-1)\rho}$$

Здесь ρ_0 и u ($u > 0$) — плотность и скорость слоя, p_0 — давление в конденсированной фазе, D— скорость границы испарения относительно слоя, v — скорость газа на границе испарения, излучение падает справа налево, $v > 0$, если газ движется вправо, $v < 0$ в противоположном случае, p, ρ, ε — давление, плотность и удельная внутренняя энергия газа а границе испарения, Ω — удельная энергия связи вещества, γ — показатель адиабаты, q_0^* — плотность потока излучения на границе испарения.

Уравнения, описывающие движение неиспаренной части слоя с массой M, имеют вид

$$M\frac{du}{dt} = p + \rho_0 D(v+u), \qquad \frac{dM}{dt} = -\rho_0 D \tag{1.2}$$

Система (1.1), (1.2) является общей и не зависит от характера газодинамического движения испаренного вещества, т. е. от режима испарения.

В рассматриваемом случае третье уравнение (1.1), выражающее закон сохранения энергии на разрыве (границе испарения), может быть с помощью первых двух уравнений (1.1) приведено к виду

$$q_0^* = q_h + \frac{d}{dt}\left(\frac{Mu^2}{2}\right) \tag{1.3}$$

где q_h — гидродинамический поток энергии испаренного вещества. Таким образом, в отличие от уравнения в [2] здесь содержится член, учитывающий передачу энергии излучения в кинетическую энергию слоя.

Полная задача об ускорении неиспарившейся части слоя должна включать в себя гидродинамику разлетающейся газообразной фазы, т. е. к системе первых двух уравнений (1.1) — (1.3) необходимо добавить в общем случае систему гидродинамических уравнений с учетом поглощения лазерного излучения и электронной теплопроводности. Такая задача может быть исследована точно только численными методами. С помощью приведенных уравнений можно рассмотреть простую физическую модель, позволяющую получить основные соотношения, характеризующие процесс передачи энергии лазерного излучения в кинетическую энергию слоя.

Действительно, предположим, что в системе координат, связанной с границей испарения, режим испарения стационарный, т. е. величины p, ρ, D, q^* и $v+u+D$ не зависят от времени. В этом случае на границе испарения выполняется условие Жуге [5]

$$v + u + D = c = (\gamma p / \rho)^{1/2}$$

где c — скорость звука на указанной границе. При этом условии система уравнений (1.2) дает (при $\rho \ll \rho_0$, $p / \rho \gg \Omega$)

$$\begin{gathered} M = M_0 - \rho_0 Dt, \qquad u = \frac{p_0}{\rho_0 D}\ln\frac{M_0}{M} \\ T = \frac{Mu^2}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma+1}{\gamma}\right)^2 c^2 M \ln^2\frac{M_0}{M} \\ E_0^* = q^* t = (M_0 - M)c^2\left[\frac{1}{\gamma(\gamma-1)} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma}\right] \end{gathered} \tag{1.4}$$

Здесь T — кинетическая энергия конденсированной части слоя, E_0^* — энергия, подведенная к границе испарения. Из третьего и четвертого соотношений (1.4) находим

$$\eta_0(t) = \frac{T}{E_0^*} = \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma+1}{\gamma}\right)^2\left[\frac{1}{\gamma(\gamma-1)} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma}\right]^{-1}\frac{M}{M_0 - M}\ln^2\frac{M_0}{M}$$

Максимальное значение функций $\eta_0(t) = \eta(M_0 / M)$ достигается при $M / M_0 = 0.2$ и равно $\eta_{0\max} = 0.64(1 - 1/\gamma^2) \approx 41\%$ ($\gamma = 5/3$).

Таким образом, $\eta_0 = 41\%$ — предельное значение коэффициента преобразования энергии лазерного излучения в кинетическую энергию слоя. Это значение может быть достигнуто, когда вся энергия излучения подводится к гидродинамическому разрыву ($q_0{}^* = q_0$). Однако в реальных задачах к разрыву подводится не вся падающая энергия: часть ее расходуется на нагрев внешних испаренных частей слоя. В плоском случае такой эффект экранирования приводит к тому, что некоторое количество испаренного вещества движется в том же направлении, что и конденсированная часть слоя.

2. В работе [6] приведены результаты численного анализа режима предельного изэнтропического сжатия вещества под действием импульса лазерного излучения. Реализация такого режима связана с использованием лазерного импульса, специальным образом профилированного по времени.

Здесь рассмотрим аналитическую модель изэнтропического сжатия плоского слоя вещества. Получим пространственно-временные распределения гидродинамических величин внутри слоя, что позволяет сформулировать требования к временной форме импульса давления $p_0(t)$ и, соответственно, к форме импульса лазерного излучения, при котором реализуется режим изэнтропического сжатия.

Пусть начальное состояние слоя толщины x_0 характеризуется параметрами ρ_0, c_0, где c_0 — скорость звука.

Ускорение и сжатие слоя под действием импульса давления будем описывать в акустическом приближении без учета диссипативных процессов. В этом случае система гидродинамических уравнений имеет вид [5]

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[v + \frac{2}{\gamma - 1}c\right] - (v + c)\frac{\partial}{\partial x}\left[v + \frac{2}{\gamma - 1}c\right] = 0, \quad v = \frac{2}{\gamma - 1}(c - c_0) \tag{2.1}$$

Здесь координата $x > 0$ отсчитывается от внутренней границы слоя, $v(x)$ и $c(x)$ — скорость вещества и скорость звука в точке x.

Данные уравнения описывают режим сжатия без ударных волн. По этой причине характерным временны́м масштабом данной задачи является $t_0 = x_0/c_0$, соответствующее времени прихода первого возмущения на внутреннюю границу. Подставляя второе уравнение (2.1) в первое, получим

$$\frac{\partial c}{\partial t} - \left[\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}c - \frac{2}{\gamma - 1}c_0\right]\frac{\partial c}{\partial x} = 0 \tag{2.2}$$

Удобно искать решение уравнения (2.2) в виде

$$c = c_0 C(\lambda), \qquad \lambda = \frac{x}{x_0(1 - t/t_0)} \tag{2.3}$$

Траектории первого возмущения соответствует $\lambda = 1$. Если существует непрерывное решение вида (2.3), то это будет соответствовать изэнтропическому сжатию слоя, так как разрывы, т. е. ударные волны, могут возникать только за границами выделенного слоя толщины x_0 при $t > t_0$.

Подставляя (2.3) в (2.2), получаем уравнение, нетривиальное решение которого

$$C=\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\lambda+\frac{2}{\gamma+1}$$

Выражения для остальных гидродинамических параметров получаются с помощью известных термодинамических соотношений

$$\frac{c}{c_0}=\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\left[\lambda+\frac{2}{\gamma-1}\right], \quad \frac{v}{c_0}=\frac{2}{\gamma+1}\left[\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\lambda-1\right]. \tag{2.4}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0}=\left[\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\left(\lambda+\frac{2}{\gamma-1}\right)\right]^{2/(\gamma-1)}, \quad \frac{p}{\rho_0 c_0^2}=\frac{1}{\gamma}\left[\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\left(\lambda+\frac{2}{\gamma-1}\right)\right]^{2\gamma/(\gamma-1)}$$

где в данный момент времени t

$$x_0(1-t/t_0)\leqslant x<x_1(t)$$

$x_1(t)$ — траектория внешней границы слоя, определяемая уравнением $dx_1/dt=-v(x_1)$.

Поскольку $x_1=\lambda_1 x_0(1-t/t_0)$, для λ_1 получаем соотношение

$$1-\frac{t}{t_0}=\exp\left\{-\int_1^{\lambda_1}\frac{d\lambda}{\lambda-u(\lambda)}\right\}, \quad u(\lambda)=\frac{v}{c_0}$$

Отсюда и из второго соотношения (2.4) следует:

$$x_1(t)=x_0\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\left[\left(1-\frac{t}{t_0}\right)^{2/(\gamma+1)}-\frac{2}{\gamma+1}\left(1-\frac{t}{t_0}\right)\right] \tag{2.5}$$

Можно убедиться, что полученное решение с траекторией «поршня» $x_1(t)$ соответствует ситуации, при которой возмущения от поршня сходятся на внутренней границе слоя одновременно в момент времени $t=t_0$. Действительно, закон движения $x_1(t)$ может быть получен аналогично [7] из уравнения

$$\frac{x_1(t)}{v_1(t)+c(x_1)}=dt+\frac{x_1(t)-v_1(t)\,dt}{v_1+c(x_1)+dc+dv_1}$$

или

$$\frac{\gamma+1}{2}x_1\frac{dv_1}{dt}=v_1\left[\gamma c_0+\frac{\gamma^2-1}{4}v_1\right]+c_0^2$$

Интегрирование последнего уравнения приводит к формуле (2.5).

Укажем, что решение данной задачи в плоском случае при заданном законе движения поршня может быть получено и методом характеристик с помощью общего интеграла исходного уравнения (2.2)

$$x+\left[\frac{\gamma+1}{\gamma-1}c-\frac{2}{\gamma-1}c_0\right]t=\varphi(c)$$

где $\varphi(c)$ — функция, определяемая с помощью заданного закона движения поршня. Однако развитый в данной работе метод решения может быть обобщен на случай сферической и цилиндрической геометрий, для которых метод характеристик неприменим.

С помощью соотношений (2.4) находим выражения для гидродинамических параметров при $x=x_1(t)$

$$\frac{c}{c_0}=\left(1-\frac{t}{t_0}\right)^{-(\gamma-1)/(\gamma+1)}, \quad \frac{\rho}{\rho_0}=\left(1-\frac{t}{t_0}\right)^{-2/(\gamma+1)}, \quad \frac{p_0}{\rho_0 c_0^2}=\frac{1}{\gamma}\left(1-\frac{t}{t_0}\right)^{-2\gamma/(\gamma+1)} \tag{2.6}$$

Последнее выражение в (2.6) определяет временну́ю форму импульса давления на внешней поверхности слоя, при которой сжатие происходит в режиме, близком к изэнтропическому. С помощью (2.6) можно определить требуемую для осуществления такого режима временну́ю форму лазерного импульса. Действительно, величина гидродинамического давления $p_0(t)$, передаваемая в плотную область вещества, при воздействии на него излучения связана с плотностью потока последнего $q_0(t)$ и скоростью звука $c_0(t)$ соотношением [2]

(2.7) $$p_0(t) \sim q_0(t) / c_0(t)$$

Из (2.6) и (2.7) находим

(2.8) $$q_0(t) \sim (1 - t / t_0)^{-(3\gamma-1)/(\gamma+1)}$$

Соотношение (2.8) несколько отличается от соответствующего выражения, приводимого в работе [5] $q_0(t) \sim (1 - t / t_0)^{-3\gamma/(\gamma+1)}$.

Последнее выражение может быть получено, если считать, что динамика разлета внешней части слоя (короны) и, соответственно, передача импульса давления внутрь зависят от характерной плотности ρ, вблизи которой происходит преобразование потока электронной теплопроводности в гидродинамический поток разлетающейся короны

$$p \sim \rho c^2, \quad q \sim \rho c^3, \quad p \sim q^{2/3}, \quad q \sim (1 - t / t_0)^{-3\gamma/(\gamma+1)}$$

Как следует из соотношений (2.4), при $t \to t_0$ давление, плотность, работа, совершаемая над слоем, и кинетическая энергия стремятся к бесконечности. Очевидно, физической величиной, характеризующей процесс, является отношение кинетической энергии слоя к полной работе, совершенной над ним. Эта величина, естественно, остается конечной при $t \to t_0$ и составляет $2\gamma/(3\gamma - 1) \doteq 83\%$ ($\gamma = 5/3$).

3. Рассмотрим вопрос об устойчивости полученных решений (2.4) относительно малых возмущений в граничных или начальных условиях задачи. В данном случае достаточно исследовать поведение возмущений одной из гидродинамических величин, остальные могут быть получены при помощи термодинамических соотношений. Рассмотрим одномерные возмущения скорости звука. Пусть

(3.1) $$c' = c + \Delta(x_1 t)$$

где c — невозмущенное решение из (2.4). Подставляя (3.1) в (2.2) и линеаризуя обычным образом, получим

(3.2) $$\frac{\partial\Delta}{\partial t} - \left[\frac{\gamma+1}{\gamma-1}c - \frac{2}{\gamma-1}c_0\right]\frac{\partial\Delta}{\partial x} - \frac{\gamma+1}{\gamma-1}\Delta\frac{\partial c}{\partial x} = 0$$

Решение (3.2) определяется заданием начальных $\Delta(x,0) = \Delta_0(x)$ или граничных $\Delta_0(0, t) = \Delta_0(t)$ условий. Подставляя в (3.2) c из (2.4) и вводя переменную $\theta = 1 - t / t_0$, приведем его к виду

(3.3) $$\frac{\partial \ln\Delta}{\partial \ln\theta} + \frac{\partial \ln \Delta}{\partial \ln x} + 1 = 0$$

Общее решение уравнения (3.3)

$$\Delta(x,\ t) = \frac{1}{x}\Phi\left(\frac{1-t/t_0}{x}\right) \tag{3.4}$$

где Φ — произвольная функция, вид которой определяется граничными или начальными условиями.

Уже из общего вида решения (3.4) следует, что возмущения произвольного вида на первой характеристике растут с течением времени быстрее основного решения.

В самом деле, подставив в (3.4) $x = x_0(1 - t/t_0)$, получим

$$\Delta(x,\ t) = \frac{\Phi(1/x_0)}{x_0(1-t/t_0)}$$

в то время, как максимальная скорость роста основного решения, согласно (2.4), есть $c \sim (1 - t/t_0)^{(\gamma-1)/(\gamma+1)}$. Влияние возмущения на характер движения зависит от знака возмущения. Напомним интерпретацию и характер римановского решения, частным случаем которого является (2.4). Быстрее всего движутся частицы у поршня; скорость падает по направлению движения и достигает начальной скорости звука в веществе на первой характеристике. Аналогичное распределение имеют давления и плотность (см. (2.4)). По мере приближения к точке пересечения характеристик «поршень» догоняет первую характеристику; фронт становится все круче. Наконец, после пересечения характеристик решение становится неоднозначным, а следовательно, несправедливым и уступает место разрывному. В данном случае в этот момент все величины расходятся.

Рассмотрим различные виды начальных и граничных возмущений.

3.1. Начальное пространственное искажение скорости звука. Такая ситуация может возникнуть в действительности, если свойства вещества слегка изменяются по координате (например, вариации температуры вдоль x), $\Delta_0(0,\ x) = \alpha c_0 \cos k_0 x$, $\alpha \ll 1$.

Тогда произвольная функция определяется из условия

$$\frac{1}{x}\ \Phi(x) = \alpha c_0 \cos k_0 x$$

Решение для этого случая получим в виде

$$\Delta(x, t) = \alpha c_0 \cos\left(\frac{k_0 x}{1-t/t_0}\right)\left(1 - \frac{t}{t_0}\right)^{-1}$$

Это выражение расходится при $t = t_0$, и поскольку возмущения в любой точке, охваченной движением, растут быстрее невозмущенного решения, то их отношение Δ / c также расходится при $t \to t_0$. Решения (2.4) — (2.6) являются неустойчивыми, случайные возмущения в этой модели приводят к образованию ударных волн раньше максимального сжатия.

3.2. На траектории поршня задано малое возмущение, пропорциональное невозмущенному решению, $\Delta_0(x,\ t/t_0) = \alpha c_1(t/t_0)$, $\alpha \ll 1$.

Решение в этом случае

$$\Delta(x, t) = \frac{\alpha c_0}{1-t/t_0}\left[\frac{2}{\gamma+1}\left(1 + \frac{(\gamma-1)x}{x_0(1-t/t_0)}\right)\right]^{-2/(\gamma-1)}$$

откуда следует, что на первой характеристике $\Delta/c \sim (1 - t / t_0)^{-1}$, т. е. расходится при $t \to t_0$.

3.3 Начальное возмущение на поршне, конечное в начале и резко убывающее со временем, $\Delta_0 (x, t / t_0) = \alpha c_1 (t / t_0) (1 - t / t_0)^n$, $n > 1$, $\alpha \ll 1$.

Полное решение таково:

$$\Delta (x, t) = \frac{\alpha c_0}{1 - t / t_0} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{(\gamma - 1) x}{2x_0(1 - t / t_0)}\right)\right]^{-(\gamma+1)(n-1)/(\gamma-1)}$$

В двух последних случаях, несмотря на то что отношение Δ/c на первой характеристике расходится, характер решения не меняется — оно остается непрерывным. Это связано с тем, что скорость вещества вблизи первой характеристики возрастает — частицы «убегают» от поршня. По-видимому, неустойчивость такого рода приводит к тому, что решение (2.4) переходит в другое римановское решение, в котором характеристики либо пересекаются в более поздний момент, либо вообще не пересекаются в общей точке в отличие от поведения невозмущенного решения.

При попытке реализовать на практике режим, подобный (2.4), в начальных и граничных условиях неизбежно возникают хаотические малые возмущения различной амплитуды и знака, связанные с отличием реальных условий от идеальных. Развитие возмущений того же знака, что и скорость поршня, приводит к ускорению одних частиц, противоположного знака — к замедлению других. Таким образом, рост возмущений ускоряет процесс появления неоднозначности в решениях, т. е. возникновения разрывов. Полученные решения (2.4) справедливы на начальном участке движения; наличие хаотических малых возмущений приводит далее к возникновению ударных волн. По-видимому, такой же вывод справедлив для других римановских решений, приводящих к бесконечным сжатиям, в частности, решения этого типа, реализованные в численных расчетах [6], также могут оказаться неустойчивыми в указанном смысле.

Поступила 18 VI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Басов Н. Г., Крохин О. Н., Склизков Г. В.* Исследование динамики нагревания и разлета плазмы, образующейся при фокусировании мощного излучения лазера на вещество. В сб.: Квантовая радиофизика. М., «Наука», 1970.
2. *Афанасьев Ю. В., Крохин О. Н.* Газодинамическая теория воздействия излучения лазера на конденсированные вещества. В сб.: Квантовая радиофизика. М., «Наука», 1970.
3. *Немчинов И. В.* Стационарный режим движения нагреваемых излучением паров вещества при наличии бокового растекания. ПММ, 1967, т. 31, вып. 2.
4. *Линхарт Дж.* Ускорение макрочастиц до гиперскоростей. В сб.: Физика высоких плотностей энергии. М., «Мир», 1974.
5. *Зельдович Я. Б., Компанеец А. С.* Теория детонации. М., Гостехиздат, 1955.
6. *Nuckolls J., Wood L., Zimmerman G., Thiessen A.* Laser compression of matter to super — highdensities: termonuclear (CTR) applications. Nature, 1972, vol. 239, No. 5369.
7. *Станюкович К. П.* Неустановившиеся движения сплошной среды. М., «Наука», 1971.