

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛОСКОЙ ДВУХФАЗНОЙ
ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СТРУИ
С МАЛОЙ ПОДВИЖНОСТЬЮ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ
В ОДНОРОДНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ**

В. В. Ушаков

(Киев)

На основании ряда упрощающих предположений записывается система уравнений двухфазной ЭГД струи с малой подвижностью частиц, образованной плоским источником заряженного аэрозоля в однородном турбулентном потоке. Эта система решается методом разложения в ряд по малому параметру. Рассматривается случай достаточно больших электрических чисел Рейнольдса, когда можно ограничиться нулевым приближением. Исследуются нестационарная периодическая биполярная струя и стационарная униполярная струя.

1. Основные уравнения. Рассмотрим турбулентную аэрозольную ЭГД струю, образованную плоским источником заряженного аэрозоля, помещенным в однородный турбулентный несжимаемый поток газа. Предполагаем, что плотность объемного заряда частиц и их объемная концентрация достаточно малы, что позволяет пренебречь обратным влиянием частиц на турбулентность потока и его осредненную скорость. Частицы имеют сферическую форму и их движение относительно газа подчиняется стоксову закону сопротивления. При этом подвижность частиц определяется известным соотношением $k = z / (6\pi\mu r)$ (Z , r — заряд и радиус частицы, μ — коэффициент вязкости газа). В струе в общем случае могут присутствовать заряды противоположных знаков, причем $Z^+ = |Z^-| = \text{const}$. Коагуляцию и испарение частиц не рассматриваем.

Система уравнений электрогидродинамики, описывающая истинное движение аэрозольной фазы в этом случае совпадает с обычными уравнениями электрогидродинамики при малом параметре взаимодействия [1, 2]

$$(1.1) \quad \partial q^\pm / \partial t \pm k^\pm \nabla E q^\pm + u \nabla q^\pm = 0, \quad \nabla^2 \varphi = - \frac{1}{\varepsilon} q$$

$$q^\pm = Z^\pm N, \quad q = q^+ - q^-, \quad E = - \nabla \varphi$$

Здесь q^\pm — плотность объемного заряда частиц, $N(t, x, y)$ — число частиц в единице объема, E — напряженность электрического поля, u — скорость газового потока, t — время, ε — диэлектрическая постоянная газа.

Предположим, что в турбулентном потоке истинные значения величин можно представить в виде суммы осредненных во времени (обозначенных ниже угловыми скобками) и пульсационных (обозначенных штрихами) составляющих. Осредняя уравнения (1.1) обычным образом [3], получаем

систему уравнений для турбулентного ЭГД течения

$$(1.2) \quad \frac{\partial \langle q^\pm \rangle}{\partial t} \pm k^\pm \nabla (\langle \mathbf{E} \rangle \langle q^\pm \rangle) + \langle \mathbf{u} \rangle \nabla \langle q^\pm \rangle \mp \\ \mp k^\pm \nabla \langle \mathbf{E}' q_\pm' \rangle + \nabla \langle \mathbf{u}' q_\pm' \rangle = 0, \quad \nabla^2 \langle \varphi \rangle = -\frac{1}{\varepsilon} \langle q \rangle$$

Последние два члена в первом уравнении (1.2) описывают турбулентный перенос заряженных частиц, обусловленный корреляцией между пульсациями объемного заряда и соответственно пульсациями электрического поля или скорости потока.

Полагая, что масштаб переносящих вихрей в однородном турбулентном потоке мал и $|\mathbf{u}'| \ll \langle \mathbf{u} \rangle$, $|q'| \ll |\langle q^\pm \rangle|$ [3, 4], оценим порядок пульсаций поля \mathbf{E}' . Для струи, распространяющейся в области S , которая ограничена заземленным сетчатым электродом, не искажающим гидродинамических характеристик потока (в частном случае S представляет собой бесконечную полосу), можно записать решение уравнения Пуассона (1.1) в виде

$$\langle \mathbf{E} \rangle = \frac{1}{\varepsilon} \int_S \langle q \rangle \nabla G ds, \quad \mathbf{E}' = \frac{1}{\varepsilon} \int_S q' \nabla G ds, \quad \mathbf{E}' = -\nabla \varphi'$$

(здесь G — функция Грина), откуда следует, что $|\mathbf{E}'| \ll |\langle \mathbf{E} \rangle|$ при $|q'| \ll |\langle q \rangle|$. Если $k |\langle E_x \rangle| < \langle u_x \rangle$, $k |\langle E_y \rangle \langle q^\pm \rangle| \sim |\langle u_y' q_\pm' \rangle|$, что выполняется при достаточно малой подвижности или плотности объемного заряда в струе, то с учетом соотношения масштабов поля $\langle \mathbf{E} \rangle$ и \mathbf{E}' получаем оценки

$$k |\langle E_y' q_\pm' \rangle| \ll |\langle u_y' q_\pm' \rangle| \sim k |\langle E_y \rangle \langle q^\pm \rangle|, \quad \langle E_x' q_\pm' \rangle \ll \langle E_x \rangle \langle q^\pm \rangle$$

В дальнейшем предполагаем справедливость последних двух условий и в (1.2) пренебрежем членом $k^\pm \nabla \langle \mathbf{E}' q_\pm' \rangle$. При малой объемной концентрации аэрозольных частиц член $\nabla \langle \mathbf{u}' q_\pm' \rangle$ в (1.2) можно представить в виде [3, 4]

$$(1.3) \quad \nabla \langle \mathbf{u}' q_\pm' \rangle = -\nabla (D \nabla \langle q^\pm \rangle)$$

Здесь D — коэффициент турбулентной диффузии частиц, который является либо скаляром, либо тензором второго ранга.

В случае диффузии частиц в однородном газовом потоке без большой погрешности можно пренебречь турбулентным переносом частиц в направлении средней скорости потока (в дальнейшем скорость $\langle \mathbf{u} \rangle = \text{const}$ направлена вдоль оси x) и ограничиться учетом только поперечной диффузии, полагая $D = \text{const}$ [3]. При нестационарном ЭГД течении характерное время T должно быть достаточно большим, чтобы процесс диффузии можно было считать квазистационарным. Для ЭГД струи, распространяющейся в неоднородном газовом потоке коэффициент диффузии можно определить на основании полуэмпирических теорий турбулентной диффузии [3].

Введем безразмерные величины

$$(1.4) \quad x_* = x/L, \quad y_* = y/L, \quad t_* = t/T, \quad \langle q_*^\pm \rangle = \langle q^\pm \rangle/A \\ \langle \varphi_* \rangle = \varepsilon \langle \varphi \rangle / AL^2, \quad \langle \mathbf{E}_* \rangle = \varepsilon \langle \mathbf{E} \rangle / AL, \quad k_*^\pm = k^\pm / k \\ H = L/T \langle u \rangle, \quad R = \varepsilon \langle u \rangle / kAL, \quad \text{Pe} = \langle u \rangle L / D$$

Тогда система уравнений (1.2) с учетом принятых допущений записывается в виде (звездочка у безразмерных величин и знак осреднения в дальнейшем опускаются)

$$(1.5) \quad H \frac{\partial q^\pm}{\partial t} + \frac{\partial q^\pm}{\partial x} \mp R^{-1} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial q^\pm}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial q^\pm}{\partial y} - q^{\pm 2} \right) - \\ - \text{Pe}^{-1} \frac{\partial^2 q^\pm}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = -q$$

Здесь H — параметр, характеризующий нестационарность потока, R — электрическое число Рейнольдса, Pe — число Пекле. При периодическом изменении во времени плотности объемного заряда $H = \omega L/u$ ($\omega = 2\pi\nu$, ν — круговая частота).

Отметим, что система уравнений (1.5) справедлива и в случае слабозаряженной ЭГД струи с газовыми ионами, если выполнены перечисленные выше допущения. Уравнения, описывающие распространение ионной ламинарной ЭГД струи, получены в [2], где показано, что молекулярной диффузией ионов при $R \sim 1$ можно пренебречь. Для турбулентной ЭГД струи $D \sim 10^{-2}$ м²/сек, $\text{Pe} \sim 10^4$ при $u \sim 10^{-2}$ м/сек, $L \sim 1$ м. Полагая $q^\pm \sim 1$, $x \sim 1$, $y \sim b/L \sim 10^{-2}$ (b — характерный поперечный размер ЭГД струи), получаем $\partial q^\pm / \partial x \sim 1$, $\text{Pe}^{-1} \partial^2 q^\pm / \partial y^2 \sim L^2 / b^2 \text{Pe} \sim 1$. Из приведенных оценок следует, что при изучении «узких» турбулентных струй ($b/L \ll \ll 1$) необходимо учитывать турбулентный перенос объемного заряда. В случае «широких» струй ($b/L \sim 1$) влиянием турбулентности можно пренебречь, если $R^{-1} \partial(E_y q^\pm) / \partial y \sim 1$. Для аэрозольных ЭГД струй во многих практически важных случаях $R \gg 1$. Например, при $r \sim 10^{-5}$ м, $Z \sim 10^{-14}$ к, $N \sim 10^9$ м⁻³, $u \sim 10^2$ м/сек, $\mu \sim 2 \cdot 10^{-5}$ н·сек/м², $\epsilon \sim 10^{-11}$ ф/м, $L \sim 1$ м получаем $A \sim 10^{-5}$ к/м³, $k \sim 10^{-6}$ м²/в·сек, $R \sim 10^2$.

Указанное обстоятельство позволяет решать систему (1.5) методом разложения в ряд по малому параметру R^{-1} , полагая

$$(1.6) \quad q^\pm = \sum_{m=0}^{\infty} q_{(m)}^\pm R^{-m}, \quad \varphi = \sum_{m=0}^{\infty} \varphi_{(m)} R^{-m}$$

Подставляя (1.6) в (1.5) и приравнивая члены при одинаковых степенях R , получаем следующую рекуррентную систему:

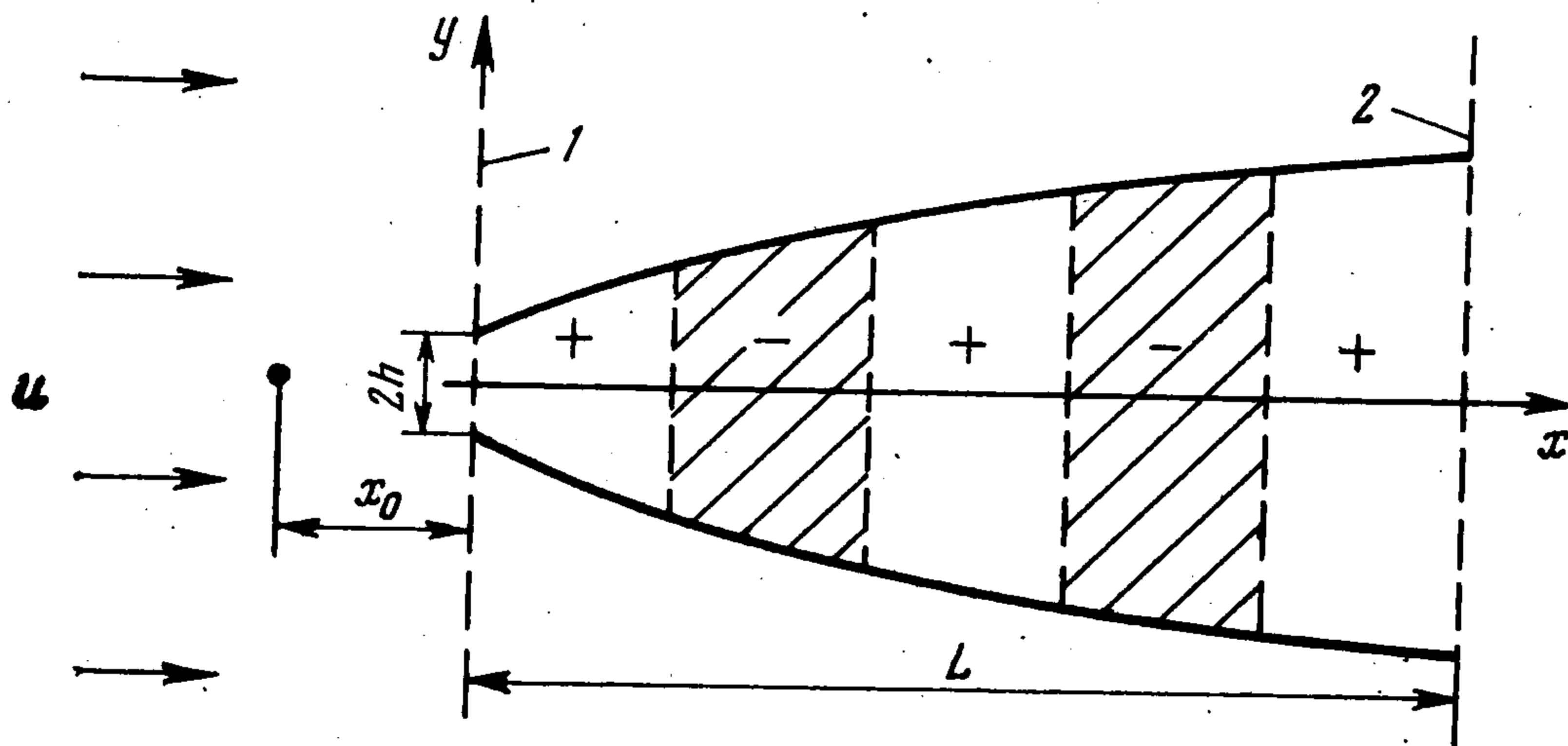
$$(1.7) \quad H \frac{\partial q_{(0)}^\pm}{\partial t} + \frac{\partial q_{(0)}^\pm}{\partial x} - \text{Pe}^{-1} \frac{\partial^2 q_{(0)}^\pm}{\partial y^2} = 0 \\ H \frac{\partial q_{(m)}^\pm}{\partial t} + \frac{\partial q_{(m)}^\pm}{\partial x} - \text{Pe}^{-1} \frac{\partial^2 q_{(m)}^\pm}{\partial y^2} = \frac{\partial F_x^{(m-1)}}{\partial x} + \frac{\partial F_y^{(m-1)}}{\partial y} \quad (m \geq 1) \\ \frac{\partial^2 \varphi_{(m)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{(m)}}{\partial y^2} = -q_{(m)} \quad (m \geq 0) \\ F_z^{(m-1)} = \frac{\partial \varphi_{(0)}}{\partial z} q_{(m-1)}^\pm + \frac{\partial \varphi_{(1)}}{\partial z} q_{(m-2)}^\pm + \dots + \frac{\partial \varphi_{(m-1)}}{\partial z} q_{(0)}^\pm \quad (z = x, y)$$

В результате задача на каждом этапе сводится к решению системы двух линейных уравнений второго порядка: параболического для $q_{(m)}^\pm$ и эллиптического для $\varphi_{(m)}$. Если симметричная ЭГД струя распространяется в

в промежутке двумя бесконечными заземленными электродами в виде сеток 1, 2, расположенных в сечениях $x = 0$ и $x = 1$ (фиг. 1), то начальные и граничные условия имеют вид

$$(1.8) \quad \begin{aligned} q_{(0)}^+ &= q_0^+(t, y), \quad q_{(0)}^- = q_0^-(t, y), \quad \Phi_{(0)} = 0 \\ q_{(m)}^+ &= q_{(m)}^- = \Phi_{(m)} = 0 \quad (x = 0, m \geq 1) \\ \Phi_{(m)} &= 0 \quad (x = 1, m \geq 0) \\ \frac{\partial q_{(m)}^\pm}{\partial y} &= \frac{\partial \Phi_{(m)}}{\partial y} = 0 \quad (y = 0, m \geq 0) \\ q_{(m)}^\pm &\rightarrow 0, \quad \Phi_{(m)} \rightarrow 0 \quad (y \rightarrow \infty, m \geq 0) \end{aligned}$$

Здесь q_0^\pm — безразмерная плотность объемного заряда соответствующего знака на срезе источника заряженных частиц.



Фиг. 1

В дальнейшем рассмотрим симметричные ЭГД струи, распространяющиеся в потоке с однородной и изотропной турбулентностью при $R^{-1} \ll 1$, и ограничимся нулевым приближением. Предполагаем, что сетчатые электроды не искажают характеристик газового потока.

2. Распространение нестационарной периодической биполярной ЭГД струи. Введем новую зависимую переменную $Q = q_{(0)}^+ - q_{(0)}^-$. Система уравнений нулевого приближения и условия на границах для Q в этом случае принимают вид

$$(2.1) \quad N \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - \text{Pe}^{-1} \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = -Q$$

$$(2.2) \quad Q = f(t)Q_0(y) \quad (x = 0); \quad \partial Q / \partial y = 0 \quad (y = 0); \quad Q \rightarrow 0 \quad (y \rightarrow \infty)$$

Нижний индекс у Φ в данном и следующем разделах опущен. При записи (2.2) был выбран частный случай зависимости от времени плотности объемного заряда на срезе источника в виде $q_{(0)}^\pm = f(t)q_{(0)}^\pm(y)$.

Отметим, что отсутствие в уравнениях (2.1) параметров, зависящих от подвижности частиц, позволяет не конкретизировать причины изменения плотности объемного заряда во времени на срезе источника частиц. Он может изменяться как за счет изменения N при $Z^\pm = \text{const}$, так и за счет изменения Z^\pm при $N = \text{const}$.

Для решения уравнений (2.1) используем косинус-преобразование Фурье

$$(2.3) \quad F^*(\tau, x, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} F(x, y, t) \cos \tau y dy$$

После применения преобразования с учетом (1.8), (2.2) получаем систему, решение которой имеет вид

$$(2.4) \quad \begin{aligned} Q^* &= Q_0^*(\tau) f(t - Hx) \exp(-\tau^2 x / Pe) \\ \varphi^* &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos \tau y}{\tau^2 \operatorname{sh} \tau} \left[\operatorname{sh} \tau x \int_0^1 Q^*(\eta) \operatorname{sh} \tau (1 - \eta) d\eta - \right. \\ &\quad \left. - \operatorname{sh} \tau \int_0^x Q^*(\eta) \operatorname{sh} \tau (x - \eta) d\eta \right] d\tau \end{aligned}$$

Рассмотрим частный случай, когда источник конечной ширины $2h$, периодически генерирует объемный заряд по закону

$$(2.5) \quad Q_0(t) = \beta \cos t, \quad x = 0, \quad \beta = \begin{cases} 1, & |y| < h \\ 0, & |y| > h \end{cases}$$

Для периодических ЭГД струй в качестве характерной плотности объемного заряда A , времени T и размера L удобно выбрать $A = \max |q_0^{\pm}|$ (здесь $\max q_0^+ = \max |q_0^-|$, q_0^+ , q_0^- — размерные величины), $T = 1/\omega$, $L = u/\omega$, при этом $\max |Q_0| = 1$, $H = 1$, $Pe = u^2/\omega D$. Суммарный заряд, генерируемый источником за один период, равен нулю, поэтому для образования струи не обязательно устанавливать электрод-коллектор 2 (фиг. 1) на конечном расстоянии от источника или компенсировать объемный заряд каким-либо другим способом. Полагая, что электрод-коллектор расположен на бесконечности и $\varphi|_{x \rightarrow \infty} = 0$, получаем на основании (2.4), (2.5), (2.3)

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2} \cos(t - x) \left[\Phi \left(\frac{(y+h)}{2} \sqrt{\frac{Pe}{x}} \right) - \Phi \left(\frac{(y-h)}{2} \sqrt{\frac{Pe}{x}} \right) \right] \\ \varphi &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\tau x} \cos \tau y \sin h\tau}{\tau^2 \Omega_1 \Omega_2} \{ \Omega_1 [\sin(t + \alpha_1) - e^{-\Omega} \sin(t - x + \alpha_1)] - \\ &\quad - \Omega_2 [\sin(t + \alpha_2) - e^{-\Omega} \sin(t - x + \alpha_2)] \} d\tau \\ \Omega &= \tau x \left(1 + \frac{\tau}{Pe} \right), \quad \Omega_{1,2} = \sqrt{\tau^2 \left(\frac{\tau}{Pe} \pm 1 \right) + 1} \\ \alpha_{1,2} &= \arcsin \left[1 + \tau^{-2} \left(1 + \frac{\tau}{Pe} \right)^{-2} \right]^{-1/2} \end{aligned}$$

Характер изменения продольного поля E_x и плотности объемного заряда Q вдоль оси струи при $Pe = 500$, $t = 0$ показан на фиг. 2. Сечения $x = \pi m/2$ ($m = 1, 2, \dots$) являются границами областей, занятых одноименным зарядом. При $x \geq \pi$ экстремумы поля E_x расположены в точках $x = \pi m/2$. При $x \sim 4\pi \cdot 10^2$ поле практически равно нулю.

3. Стационарная униполярная ЭГД струя. Рассмотрим стационарную униполярную ЭГД струю, образованную линейным источником заряжен-

ных аэрозольных частиц, который расположен на расстоянии x_0 перед электродом 1 (фиг. 1). Исходная система уравнений имеет вид (2.1) при $H = 0$, $Q = q$. В качестве характерной плотности объемного заряда в (1.4) выбрана величина $A = I/uL$, I — ток, переносимый струей. Уравнение неразрывности тока в рассматриваемом случае совпадает с уравнением теплопроводности, решение которого при условии $q_0(-x_0, 0) = \delta(y)$ (δ -дельта функция) известно

$$(3.1) \quad q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\text{Pe}}{\pi(x+x_0)}} \exp\left[-\frac{y^2 \text{Pe}}{4(x+x_0)}\right]$$

Решение уравнения Пуассона, следуя методу Г. А. Гринберга [5], представим в виде ряда

$$(3.2) \quad \varphi = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \sin \pi n x, \quad U_n = 2 \int_0^1 \varphi(x, y) \sin \pi n x dx$$

Умножив второе уравнение (2.1) на $\sin \pi n x$ и проинтегрировав в соответствии с (3.2), получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$(3.3) \quad \frac{d^2 U_n}{dy^2} - \pi^2 n^2 U_n + q^* = 0, \quad q^* = 2 \int_0^1 q \sin \pi n x dx$$

с граничными условиями $dU_n/dy = 0$ ($y = 0$), $U_n \rightarrow 0$ ($y \rightarrow \infty$). Интегрируя (3.3), находим с учетом (3.1), (3.2) окончательное выражение для потенциала ($\Phi(Z)$ — интеграл вероятности)

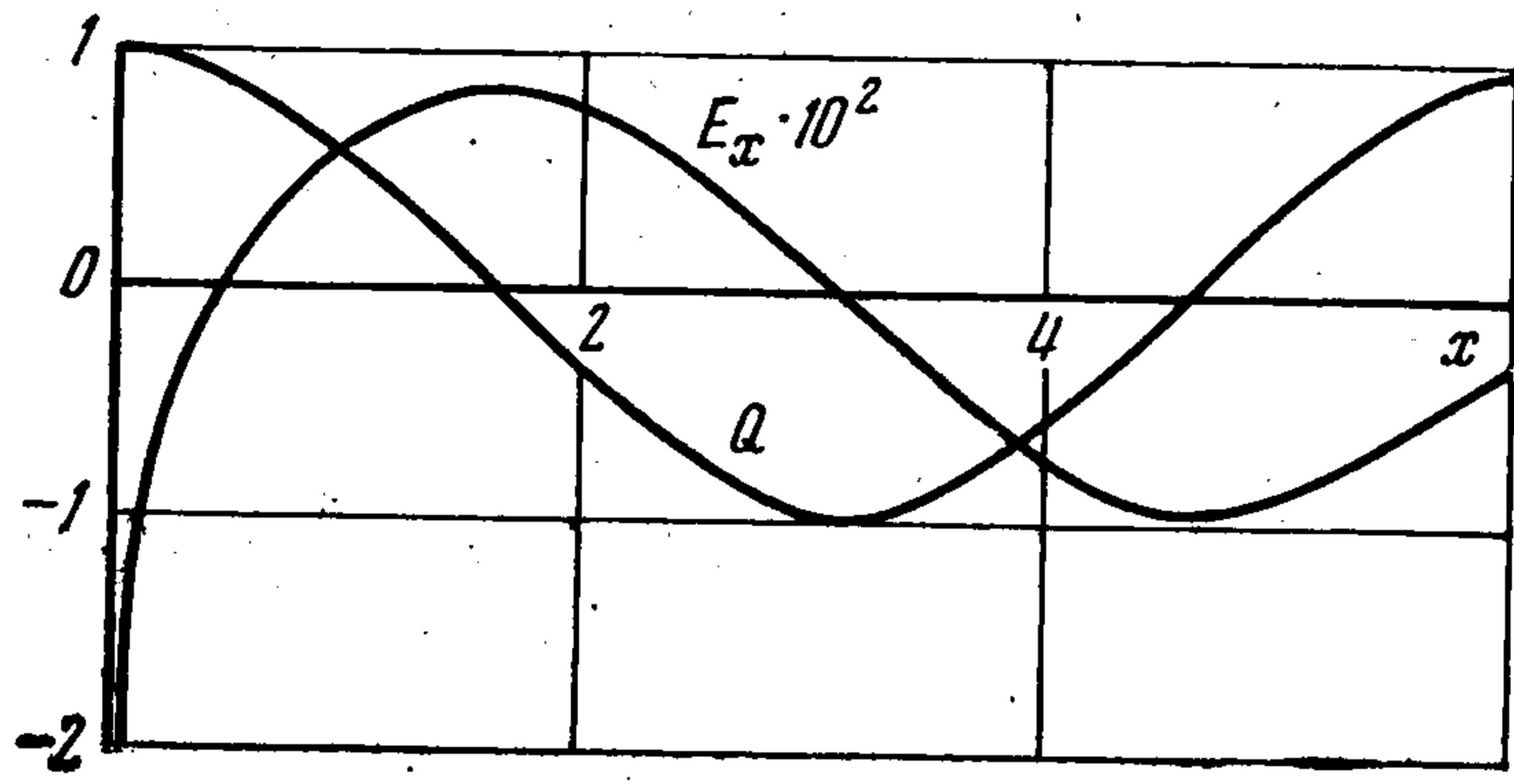
$$(3.4) \quad \varphi = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \pi n x}{n} \int_0^1 \sin \pi n \eta \exp[\pi^2 n^2 (\eta + x_0)/\text{Pe} - \pi n y] \times \\ \times \{1 - \Phi(z_1) + [1 - \Phi(z_2)] \exp(2\pi n y)\} d\eta \\ z_{1,2} = \pi n \sqrt{\frac{\eta + x_0}{\text{Pe}}} \mp \frac{y}{2} \sqrt{\frac{\text{Pe}}{\eta + x_0}}$$

На основании (3.4) были численно рассчитаны φ , E_x , E_y при $x_0 = 10^{-3}$, $\text{Pe} = 10^4, 10^5, 10^6$, что соответствует длинам межэлектродного промежутка $L = 1, 10, 100$ м и $b(0) = 1.4, 4.3, 13.5$ мм при $u = 10^2$ м/сек, $D = 10^{-2}$ м²/сек. Полуширина ЭГД струи $b(x)$ определялась из условия $q(x, b)/q(x, 0) = 0.01$ и (3.1)

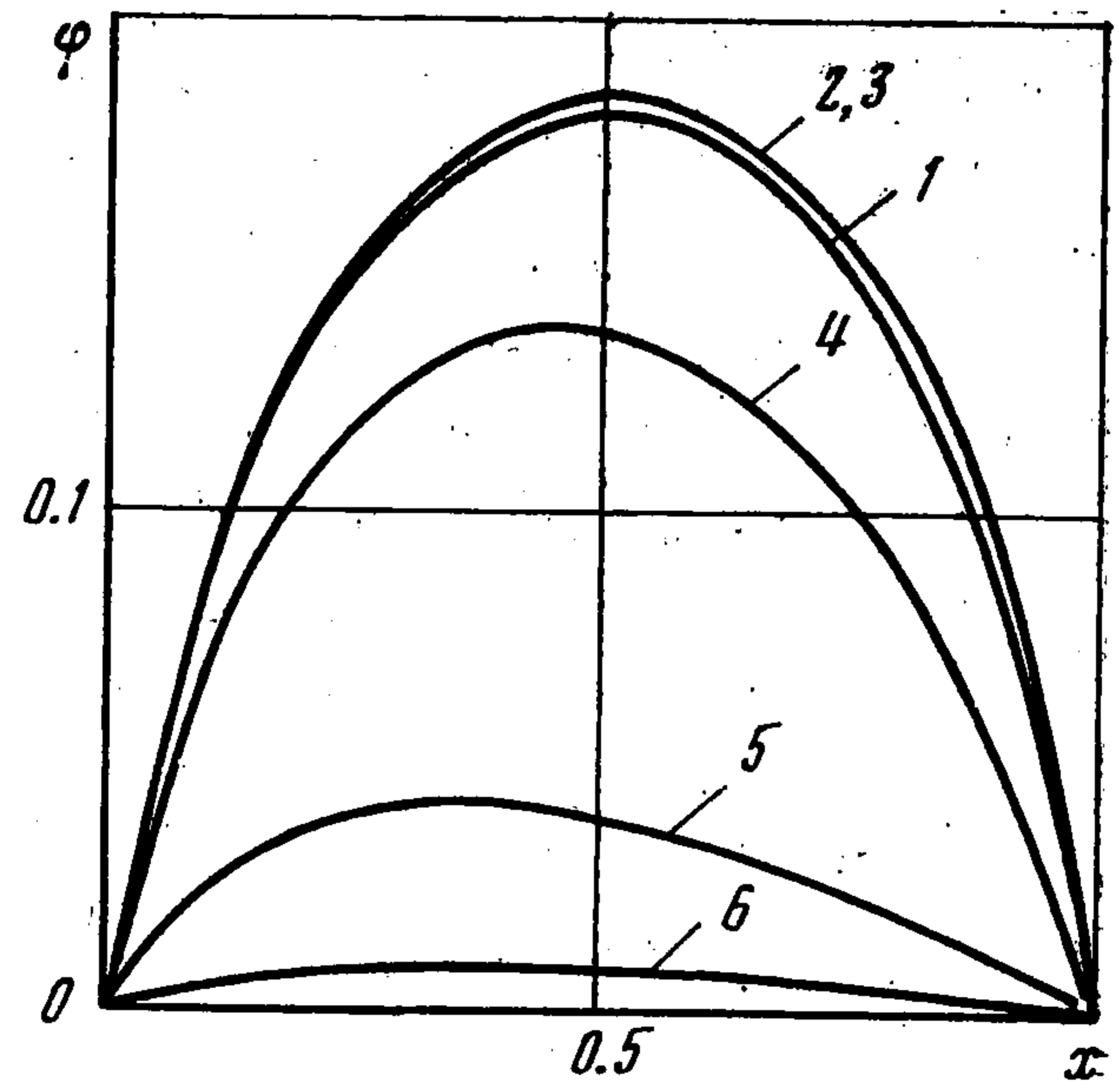
$$b = 3.03 \sqrt{2(x+x_0)/\text{Pe}}$$

Отметим, что «узкие» струи большой протяженности ($b/L \ll 1$, $L \sim 10 \div 10^2$ м) могут образовываться, например, при работе аэрозольного ЭГД нейтрализатора статического электричества летательного аппарата в полете.

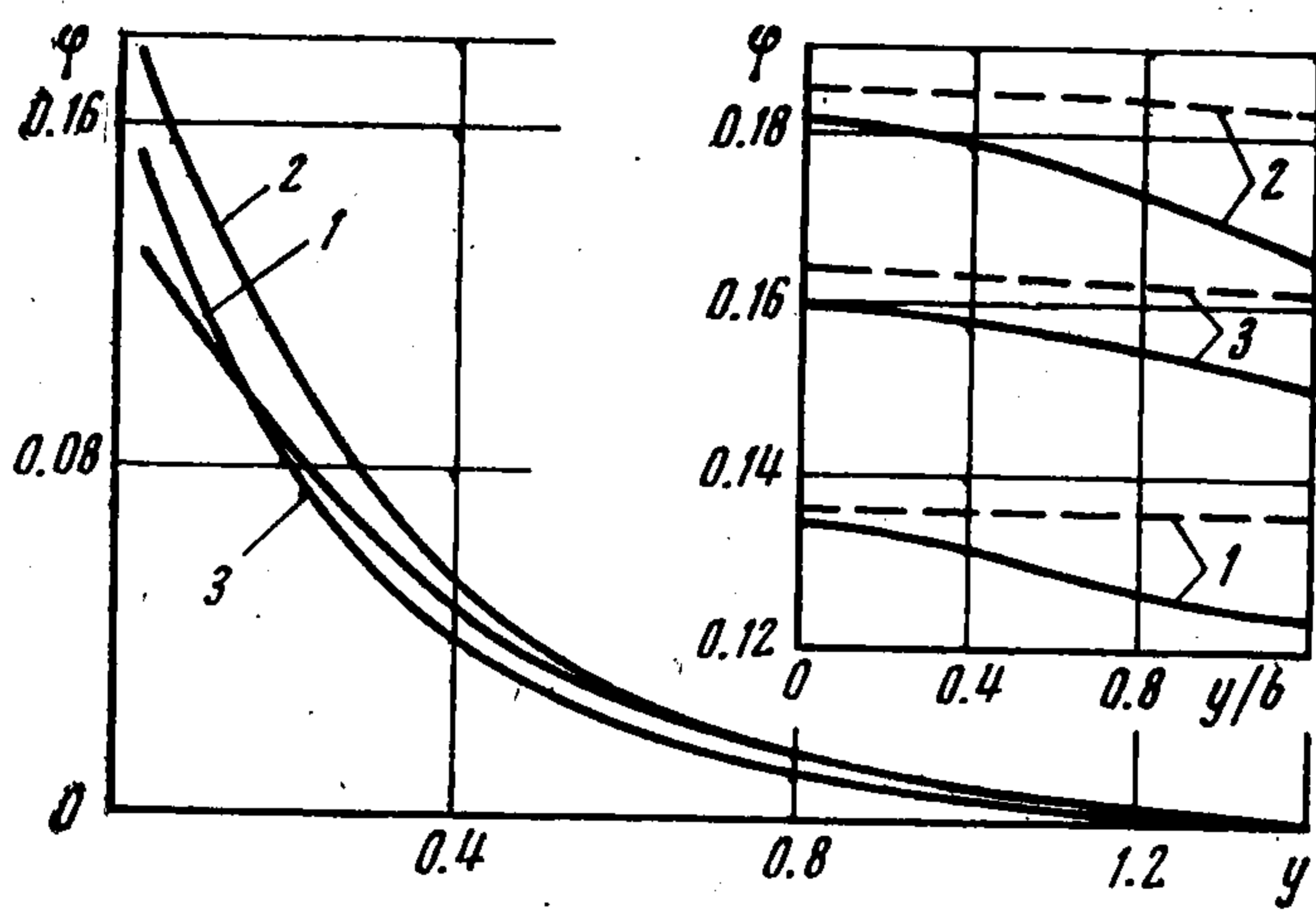
Распределение потенциала вдоль оси струи для разных Pe показано на фиг. 3 (кривые 1—3 соответствуют $\text{Pe} = 10^4, 10^5, 10^6$). [Максимум потенциала находится вблизи $x = 0.5$, причем изменение Pe приводит к малым изменениям $\varphi(x, 0)$. При $y > b$ происходит смещение максимума к электроду 1 и уменьшение потенциала с ростом y ($\text{Pe} = 10^6$, значениям $y = 0.1, 0.5, 1$ соответствуют кривые 4—6 на фиг. 3).



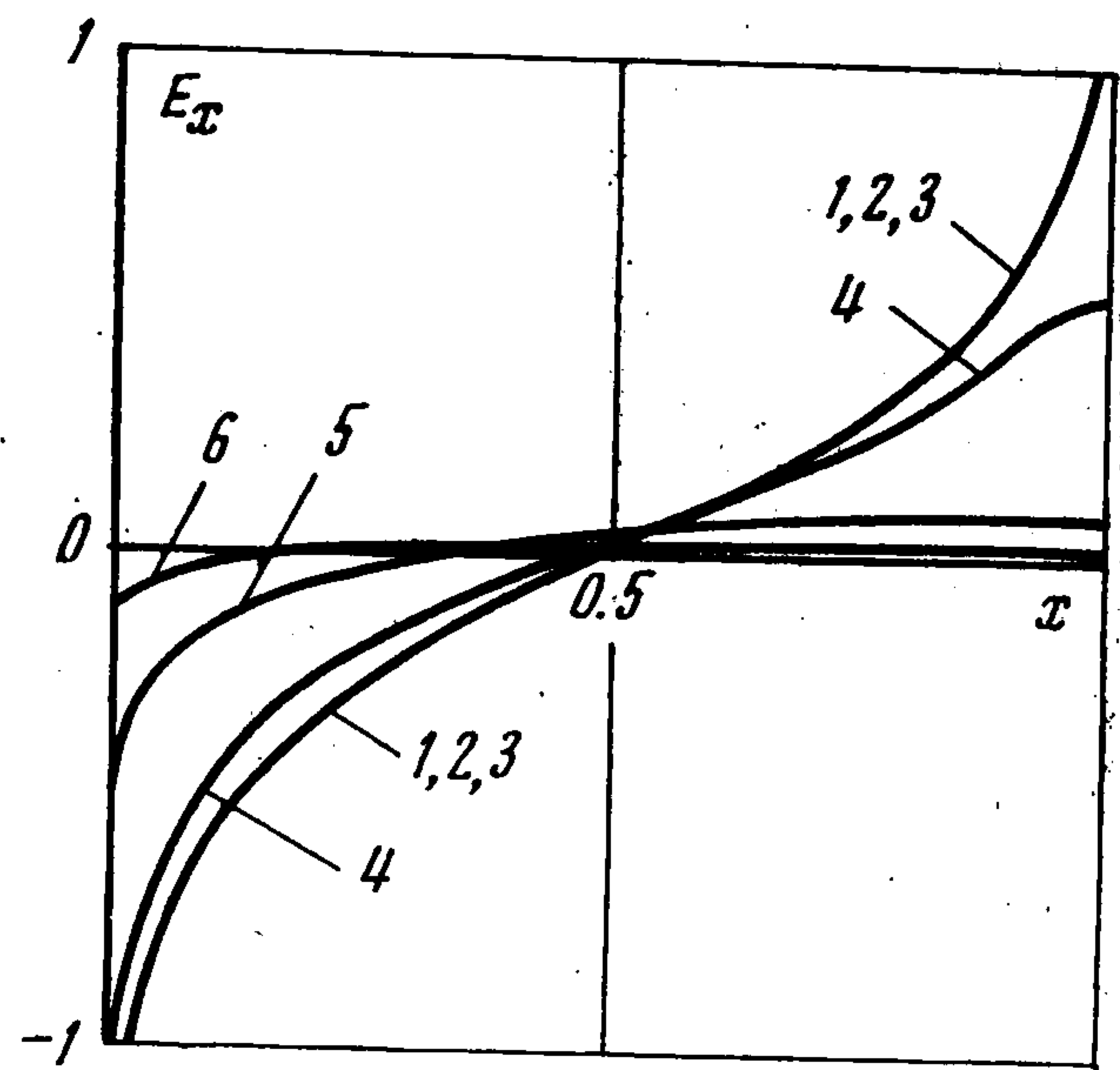
Фиг. 2



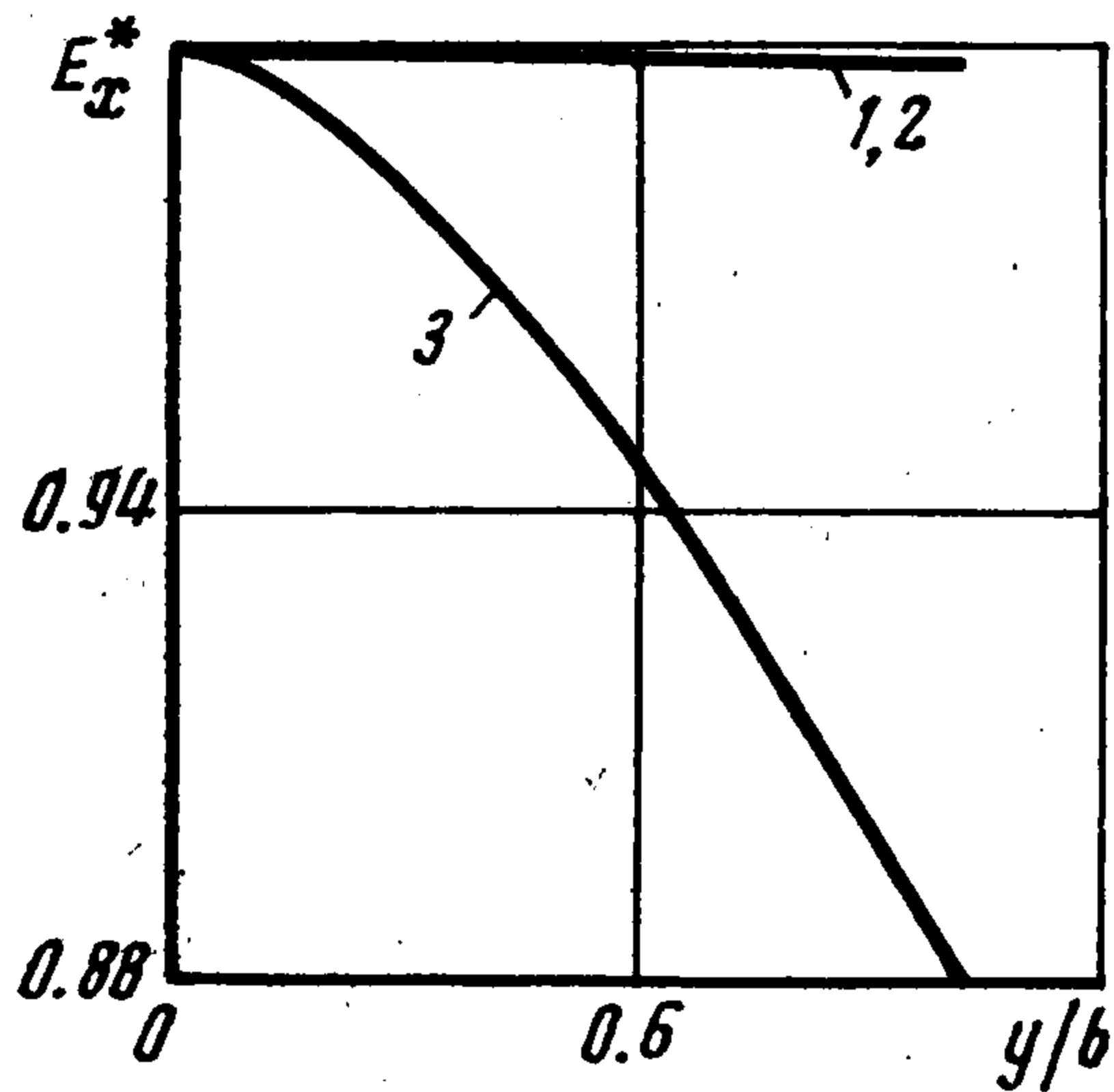
Фиг. 3



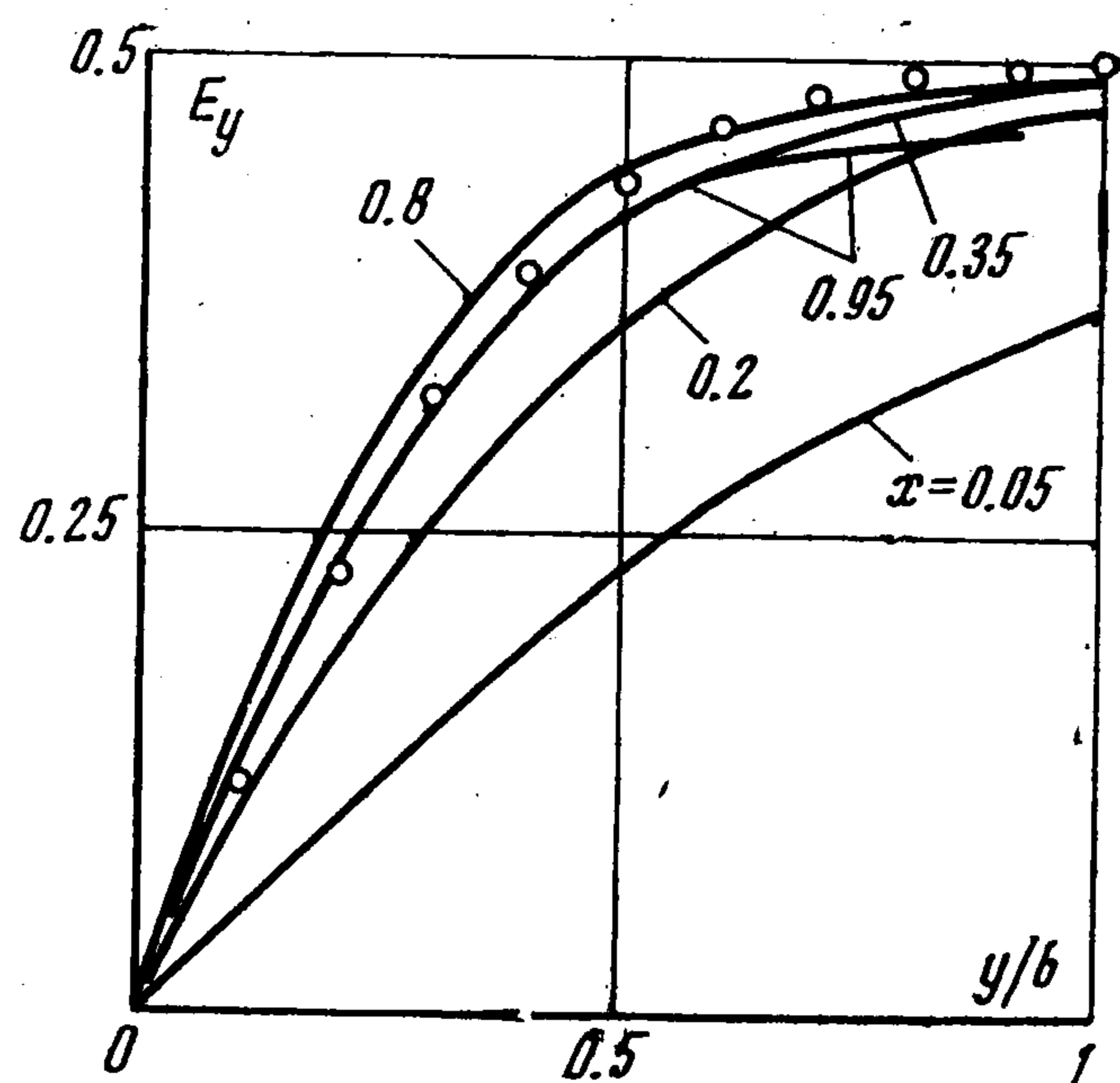
Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

Изменение потенциала поперек струи при $Re = 10^4$ (сплошные линии) и $Re = 10^6$ (пунктир) показано на фиг. 4 (кривые 1, 2, 3 соответствуют сечениям $x = 0.2, 0.5, 0.7$). При $Re \sim 10^6$ потенциал практически постоянен по сечению струи ($0 \leq y/b \leq 1$). Для относительно широких струй ($Re \sim 10^4$) потенциал имеет максимум на оси струи и убывает при приближении к границе $y = b$. Характер изменения потенциала в этом случае качественно совпадает с приведенными в [6] результатами численного интегрирования уравнений ионной ЭГД струи при $R \sim 1, Re \rightarrow \infty, b/L \sim 1$. Вне струи (левая часть фиг. 4) потенциал монотонно убывает с ростом y и при $y \sim 1.5$ практически равен нулю. Это указывает на возможность приближенной замены межэлектродного промежутка в виде бесконечной полосы единичной ширины прямоугольником со сторонами [$x = 1, y = 1.5$ при численных расчетах ЭГД струй, если $Re \geq 10^4$].

Напряженность электрического поля E_x на оси струи изменяется почти линейно при $0.3 < x < 0.7$ и резко возрастает на малых расстояниях от электродов, причем $|E_x(0,0)| > E_x(1,0)$ (см. кривые 1—3 на фиг. 5, соответствующие $Re = 10^4, 10^5, 10^6$). Поперек струи при $Re \sim 10^6$ продольное поле изменяется слабо (см. фиг. 6, где $E_x^* = E_x/E_x(x, 0)$, $Re = 10^6$, кривые 1—3 соответствуют $x = 0, 0.5, 1$), поэтому для узких струй можно приближенно считать, что $E_x \approx f_1(x)$ при $0 \leq y \leq b$. Характер изменения E_x вне струи ($y > b$) представлен кривыми 4, 5, 6 на фиг. 5 (соответственно $y = 0.1, 0.5, 1$ при $Re = 10^6$).

Распределение поперечного поля E_y в разных сечениях струи при $Re = 10^6$ показано на фиг. 7. Там же точками нанесена кривая E_y , рассчитанная на основании приближения «пограничного слоя» [7, 8] при условии $\partial E_x / \partial x \ll dE_y / dy$ (на самом деле данное условие выполняется только вблизи оси струи в промежутке $0.2 < x < 0.8$). В приближении пограничного слоя решение упрощенного уравнения Пуассона $\partial E_y / \partial y = q$ для симметричной струи ($E_y(x, 0) = 0$) с учетом (3.1), (3.5) имеет вид

$$E_y = \frac{1}{2} \Phi \left(\frac{3.03}{b \sqrt{2}} y \right)$$

Из сопоставления кривых на фиг. 7 следует, что приближение пограничного слоя с точностью до 10% описывает поперечную составляющую поля при $0.35 \leq x \leq 0.95, 0 \leq y \leq b$. Продольное поле E_x в рамках указанного приближения не определяется и должно быть получено на основании дополнительных предположений. В промежутке $0 \leq y < \infty$ поперечное поле E_y достигает максимума вблизи [границы струи при $y \geq b$ и затем монотонно убывает с ростом y , причем при $y > 0.1, Re = 10^4 \div 10^6$ величина его практически не зависит от Re].

Поступила 25 I 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Гогосов В. В., Полянский В. А., Семенов И. П., Якубенко А. Е. Уравнения электрогидродинамики и коэффициенты переноса в сильном электрическом поле. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 2.
2. Ватажин А. Б., Лихтер В. А., Шульгин В. И. Исследование электрогазодинамической струи за источником заряженных частиц. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 5.
3. Хинце И. О. Турбулентность. Ее механизм и теория. М., Физматгиз, 1963.
4. Прудников А. Г., Вольнский М. С., Сагалович В. Н. Процессы смесеобразования и горения в воздушно-реактивных двигателях. М., «Машиностроение», 1971.
5. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1948.
6. Ватажин А. Б., Грабовский В. И. Распространение униполярно заряженных струй в гидродинамических потоках. ПММ, 1973, т. 37, вып. 1.
7. Касьянов В. О. Оновні рівняння електрогидродинаміки для ламінарного пограничного шару та ламінарної струмини. Доп. АН УРСР, 1964, № 8.
8. Ушаков В. В. О построении приближенных решений двумерных потенциальных задач электрогидродинамики. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 4.