

ПСЕВДООЖИЖЕНИЕ ПРИ НАЛИЧИИ ПРЕПЯТСТВИЯ

Ю. П. Гупало, Г. П. Черепанов

(Москва)

Рассматривается задача о переходе слоя сыпучей среды во взвешенное состояние при наличии в слое внутреннего препятствия. Задачи такого типа часто встречаются на практике при проведении гетерогенно-каталитических реакций в реакторах с взвешенным слоем катализатора, в теплообменных аппаратах, при нанесении покрытия на предметы путем погружения их во взвешенный слой и т. д. При помощи общего метода, изложенного в работах [1, 2], найдены критические области, в которых впервые возникает переход во взвешенное состояние, и определена критическая скорость потока. Приводятся результаты эксперимента по псевдоожигению слоя с цилиндрическим препятствием. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов свидетельствует о хорошем соответствии между ними.

1. Рассматриваемая задача представляет собой частный случай общей задачи о начале псевдоожигения [1, 2]. Последняя сводится к задаче о предельном равновесии тела, не выдерживающего растягивающих напряжений, превышающих некоторую постоянную для данной сыпучей среды величину σ_s , в общем случае отличную от нуля.

Ранее было показано [1, 2], что в случае плоской задачи линии главных напряжений, вдоль которых нормальные составляющие напряжений на площадках, касательных к этим линиям, достигают предельного значения, равного σ_s , а все касательные напряжения равны нулю, совпадают с интегральными кривыми $x = x_1(\xi, \eta)$, $y = x_2(\xi, \eta)$ уравнения

$$(1.1) \quad adx_2 = bdx_1$$

(Условие $\eta = \text{const}$ выделяет одну линию семейства, x, y — декартовы координаты, координата ξ отсчитывается вдоль линии $\eta = \text{const}$.) Здесь a и b — взятые с обратным знаком составляющие вектора объемной силы, действующей на сыпучее тело, по направлениям x_1 и x_2 . Объемная сила равна

$$(1.2) \quad Q = d^*F - \text{grad } p$$

где d^* — плотность двухфазной системы, F — внешняя массовая сила, p — давление в жидкой фазе.

Аналогичным образом в случае осесимметричной задачи [2] уравнение (1.1) определяет поверхности главных напряжений $r = x_1(\xi, \eta)$, $z = x_2(\xi, \eta)$ в цилиндрической системе координат r, φ, z .

Единственное неизвестное напряжение σ_ξ вдоль линии (поверхности) главных напряжений имеет вид [1, 2]

$$(1.3) \quad \sigma_\xi = \frac{1}{r^\gamma H_2(\xi, \eta)} \left[A(\eta) + \int_{\xi_0}^{\xi} Q_\xi r^\gamma H_2(\xi, \eta) d\xi \right]$$

$$H_2^2(\xi, \eta) = (\partial x_1 / \partial \eta)^2 + (\partial x_2 / \partial \eta)^2$$

Здесь за координату ξ принята длина дуги η , $\varphi = \text{const}$; $\gamma = 0$ для плоской задачи и $\gamma = 1$ для осесимметричной задачи, функция $A(\eta)$ определяется из граничных условий.

Критическая точка начала перехода слоя во взвешенное состояние и критические значения параметров потока определяются из условия $\sigma_\xi = \sigma_s$ внутри слоя.

Введем теперь следующие, достаточно общие предположения:

1) сыпучая среда однородна, 2) жидкость несжимаема, 3) поле внешних массовых сил соленоидальное.

В этих предположениях, как будет показано ниже, можно выписать интеграл уравнения (1.1), избавиться от квадратуры в (1.3) и получить условие для определения критических параметров в простом виде, удобном для практического использования.

В силу второго и третьего предположений составляющие вектора скорости фильтрации v и вектора внешней массовой силы F по осям x_1 и x_2 можно выразить соответственно через функции $\psi^{(1)}(x_1, x_2)$ и $\psi^{(2)}(x_1, x_2)$.

$$(1.4) \quad v_1 = r^{-\gamma} \partial \psi^{(1)} / \partial x_2, \quad v_2 = -r^{-\gamma} \partial \psi^{(1)} / \partial x_1$$

$$F_1 = r^{-\gamma} \partial \psi^{(2)} / \partial x_2, \quad F_2 = -r^{-\gamma} \partial \psi^{(2)} / \partial x_1$$

Используя закон Дарси, выражение для объемной силы (1.2) и формулы (1.4), для составляющих объемной силы, взятых с обратным знаком, получим

$$(1.5) \quad a = -\frac{\mu}{k} \frac{1}{r^\gamma} \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x_2} - (1 - \varepsilon)(d_2 - d_1) \frac{1}{r^\gamma} \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial x_2}$$

$$b = \frac{\mu}{k} \frac{1}{r^\gamma} \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x_1} + (1 - \varepsilon)(d_2 - d_1) \frac{1}{r^\gamma} \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial x_1}$$

Здесь μ — коэффициент динамической вязкости жидкости, k — проницаемость, ε — пористость сыпучей среды, d_2 и d_1 — плотности твердых частиц и жидкости.

Из предположения 1) и формул (1.5) следует, что (1.1) есть уравнение в полных дифференциалах. Его общий интеграл имеет вид

$$(1.6) \quad \psi^{(1)}(x_1, x_2) + E \psi^{(2)}(x_1, x_2) = \eta$$

$$E = \frac{k}{\mu} (1 - \varepsilon)(d_2 - d_1)$$

Уравнение (1.6) описывает искомое семейство линий (поверхностей) главных напряжений.

Заметим, что функция $\psi^{(1)}(x_1, x_2)$ определяется из решения фильтрационной задачи, которая сводится к отысканию гармонической функции в области, занятой сыпучей средой, при заданных условиях на границах. Задача определения функции $\psi^{(2)}(x_1, x_2)$ в наиболее важных для приложений случаях (псевдооживление в гравитационном поле, центробежном поле и др.) обычно также не вызывает затруднений.

Используя общий интеграл (1.6), для коэффициента Ляме H_2 получим

$$H_2 = \left[\left(\frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x_1} + E \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x_2} + E \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial x_2} \right)^2 \right]^{-1/2} = \frac{\mu}{k} \frac{r^{-\gamma}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Теперь формулу (1.3) для напряжения σ_z можно записать в простом виде

$$(1.7) \quad \sigma_z = [A'(\eta) + \xi - \xi_0] Q_z$$

Здесь

$$A'(\eta) = k \mu^{-1} A(\eta) \operatorname{sgn} Q_z$$

Пусть ξ_0 — длина дуги характеристики до точки, лежащей на свободной поверхности. Тогда, используя граничное условие $\sigma_z = 0$ на свободной поверхности, для критического условия перехода во взвешенное состояние получим

$$(1.8) \quad Q_z^* = \frac{\sigma_s}{\xi^* - \xi_0}$$

Таким образом, критическое условие состоит в том, что произведение составляющей объемной силы вдоль характеристики, проходящей через данную точку внутри слоя, на длину дуги характеристики от данной точки до свободной поверхности должно равняться величине предельного растягивающего напряжения.

Условие (1.8) определяет критическую точку на каждой характеристике. Для определения точек, в которых впервые возникает переход во взвешенное состояние, необходимо выбрать точки $\xi = \xi^*$, для которых расход жидкости минимален.

Отметим, что в частном случае отсутствия сцепления между частицами условие (1.8) сводится к условию обращения в нуль объемной силы.

2. Рассмотрим случай цилиндрического препятствия в поле силы тяжести. Пусть в условиях плоской задачи препятствие имеет форму кругового цилиндра, ось которого нормальна к плоскости течения, однородного на бесконечности. Слой считаем неограниченным.

Решение соответствующей фильтрационной задачи в условиях, когда применим закон Дарси, дает для функции тока следующее выражение:

$$(2.1) \quad \psi^{(1)} = -Ux \left(1 - \frac{Fa_0^2}{x^2 + y^2} \right)$$

Здесь U — скорость фильтрации на бесконечности, a_0 — радиус цилиндра, начало декартовой системы координат — на оси цилиндра, направление оси ординат совпадает с направлением потока жидкости на бесконечности и противоположно направлению силы тяжести.

Для функции $\psi^{(2)}$ имеем, очевидно

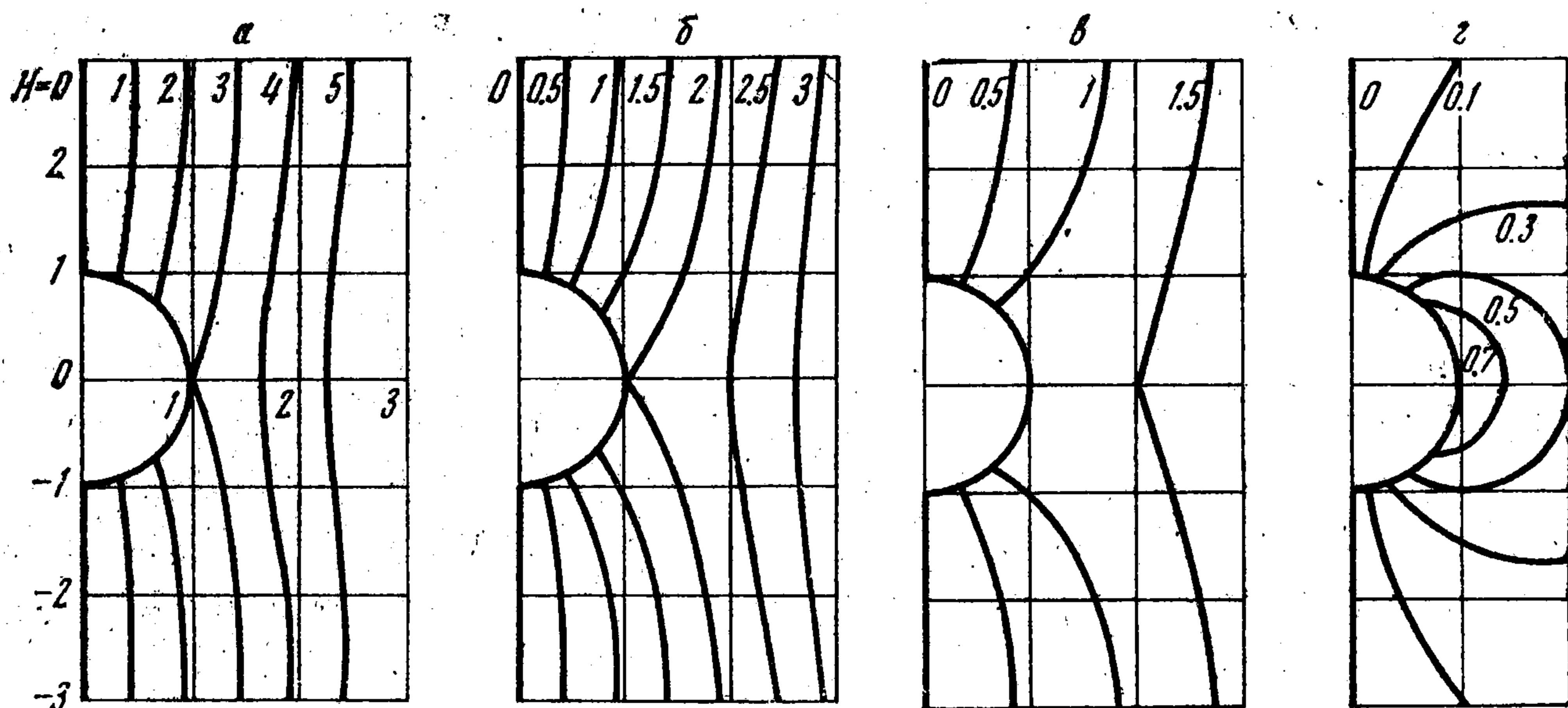
$$(2.2) \quad \psi^{(2)} = gx$$

где g — ускорение силы тяжести.

В безразмерных координатах, отнесенных к радиусу цилиндра, семейство линий главных напряжений, согласно (1.6), (2.1), (2.2), описывается уравнением

$$(2.3) \quad (G - 1)X + \frac{X}{X^2 + Y^2} = H \quad \left(G = \frac{Eg}{U}, H = \frac{\eta}{Ua_0} \right)$$

Увеличение скорости жидкости, т. е. уменьшение параметра G , приводит к изменению поля напряжений; соответствующая эволюция линий главных напряжений представлена на фиг. 1 при $G = 3$ (а), $G = 2$ (б), $G = 1.5$ (в), $G = 1$ (г). Видно, что происходит заметное качественное изменение поля с ростом G .



Фиг. 1

При определении критических точек, в которых впервые возникает переход слоя во взвешенное состояние, и соответствующего минимального расхода жидкости ограничимся для простоты случаем отсутствия сцепления между частицами твердой фазы ($\sigma_s = 0$). Тогда из условия (1.9) и формул (2.1), (2.2) получим (в безразмерных переменных)

$$\frac{2XY}{(X^2 + Y^2)^2} = 0, \quad G - 1 + \frac{Y^2 - X^2}{(X^2 + Y^2)^2} = 0$$

Отсюда имеем, очевидно, две системы решений

$$X = 0, \quad Y = \pm (1 - G)^{-1/2}, \quad G \leq 1$$

$$Y = 0, \quad X = \pm (G - 1)^{-1/2}, \quad G \geq 1$$

(помимо тривиальных решений $X^2 + Y^2 \rightarrow \infty$ при $G = 1$).

Максимальное значение параметра G для первой системы будет $G_{\max} = 1$ (при $Y = \pm \infty$), для второй системы $G_{\max} = 2$ (при $X = \pm 1$). Таким образом, возвращаясь к размерным переменным, заключаем, что в данном случае переход во взвешенное состояние впервые возникает в точках $x = \pm a_0$, $y = 0$ при критической скорости потока $U_* =$

$= 1/2 k \mu^{-1} (1 - \varepsilon) (d_2 - d_1) g$, т. е. вдвое меньшей, чем в отсутствие препятствия. Соответствующая картина линий главных напряжений представлена на фиг. 1, б.

3. Чтобы оценить влияние стенки аппарата на псевдооживление слоя с внутренним препятствием, рассмотрим предельный случай, когда цилиндр касается плоской стенки вдоль образующей и ориентирован нормально потоку, направленному вдоль стенки (см. фиг. 2). Непосредственной проверкой можно убедиться, что в этом случае комплексный потенциал течения такой:

$$w = -ia_0 \pi U \operatorname{ctg} \frac{a_0 \pi}{z}, \quad z = x + iy$$

Отсюда

$$(3.1) \quad \psi^{(1)} = -a_0 \pi U \sin \frac{2a_0 \pi x}{r^2} \left(\operatorname{ch} \frac{2a_0 \pi y}{r^2} - \cos \frac{2a_0 \pi x}{r^2} \right)^{-1} \quad (r^2 = x^2 + y^2)$$

Поэтому, согласно (2.2), (1.6), семейство линий главных напряжений описывается уравнением (в безразмерных переменных)

$$(3.2) \quad GX - \frac{1}{2} \sin \frac{X}{X^2 + Y^2} \left(\operatorname{ch} \frac{Y}{X^2 + Y^2} - \cos \frac{X}{X^2 + Y^2} \right)^{-1} = H$$

$$X = \frac{x}{2\pi a_0}, \quad Y = \frac{y}{2\pi a_0}, \quad H = \frac{\eta}{2\pi U a_0}, \quad G = \frac{Eg}{U}$$

Определим критические точки, в которых впервые возникает переход во взвешенное состояние, и критические параметры потока, ограничившись, как и прежде, случаем $\sigma_s = 0$. Используя (3.1), (2.2), на основании (1.9) получим следующие условия перехода (здесь безразмерные переменные введены, как указано в (3.2)):

$$(3.3) \quad (X^2 + Y^2)^{-2} (\cos \Lambda_x - \operatorname{ch} \Lambda_y)^{-2} \left[XY \cos \Lambda_x \operatorname{ch} \Lambda_y + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (X^2 - Y^2) \sin \Lambda_x \operatorname{sh} \Lambda_y - XY \right] = 0$$

$$G + (X^2 + Y^2)^{-2} (\cos \Lambda_x - \operatorname{ch} \Lambda_y)^{-2} \times \\ \times \left[\frac{1}{2} (X^2 - Y^2) \cos \Lambda_x \operatorname{ch} \Lambda_y - XY \sin \Lambda_x \operatorname{sh} \Lambda_y - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (X^2 - Y^2) \right] = 0$$

$$\Lambda_x = \frac{X}{X^2 + Y^2}, \quad \Lambda_y = \frac{Y}{X^2 + Y^2}$$

Решения системы (3.3) имеют вид

$$X = 0, \quad G + 1/2 Y^{-2} (1 - \operatorname{ch} Y^{-1})^{-1} = 0$$

$$Y = 0, \quad G - 1/2 X^{-2} (1 - \cos X^{-1})^{-1} = 0$$

Отсюда следует, что искомое максимальное значение параметра G достигается в точке $X = 1/\pi$, $Y = 0$ и равно

$$G_{\max} = \pi^2/4.$$

Переходя к размерным переменным, заключаем, что в данном случае псевдооживление начинается в точке $x = 2a_0$, $y = 0$ при скорости потока, в 2.47 раза меньшей скорости начала псевдооживления в отсутствие препятствия. Видно также, что близость стенки аппарата приводит к снижению критической скорости на 19% по сравнению со случаем препятствия в неограниченном слое (см. п. 2).

Отметим, что рассмотренный выше случай соответствует также решению задачи о препятствии в виде двух цилиндров, соприкасающихся вдоль образующих и ориентированных по нормали к потоку.

4. В качестве примера осесимметричной задачи рассмотрим сферическое препятствие. В соответствии с формулами (1.4) для функций $\psi^{(1)}$, $\psi^{(2)}$ имеем

$$(4.1) \quad \psi^{(1)} = -\frac{1}{2} U r^2 \left[1 - \frac{a_0^3}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \right]$$

$$\psi^{(2)} = \frac{1}{2} g r^2$$

Здесь a_0 — радиус сферы, r , z — цилиндрические координаты (начало координат — в центре сферы, направление оси z совпадает с направлением скорости потока на бесконечности).

Уравнение семейства поверхностей главных напряжений, согласно (1.6), (4.1), получим в виде

$$(4.2) \quad (G - 1) R^2 + \frac{R^2}{(R^2 + Z^2)^{3/2}} = H$$

$$R = \frac{r}{a_0}, \quad Z = \frac{z}{a_0}, \quad G = \frac{Eg}{U}, \quad H = \frac{2\eta}{U a_0^2}$$

Характер изменения поля напряжений с ростом G здесь аналогичен случаю цилиндра (см. фиг. 1).

Для определения критических точек и минимального расхода, соответствующего началу псевдооживления, в случае $\sigma_s = 0$ из (1.8) получаем следующие условия:

$$\frac{3R^2Z}{(R^2 + Z^2)^{3/2}} = 0, \quad 2(G - 1) + \frac{2Z^2 - R^2}{(R^2 + Z^2)^{3/2}} = 0$$

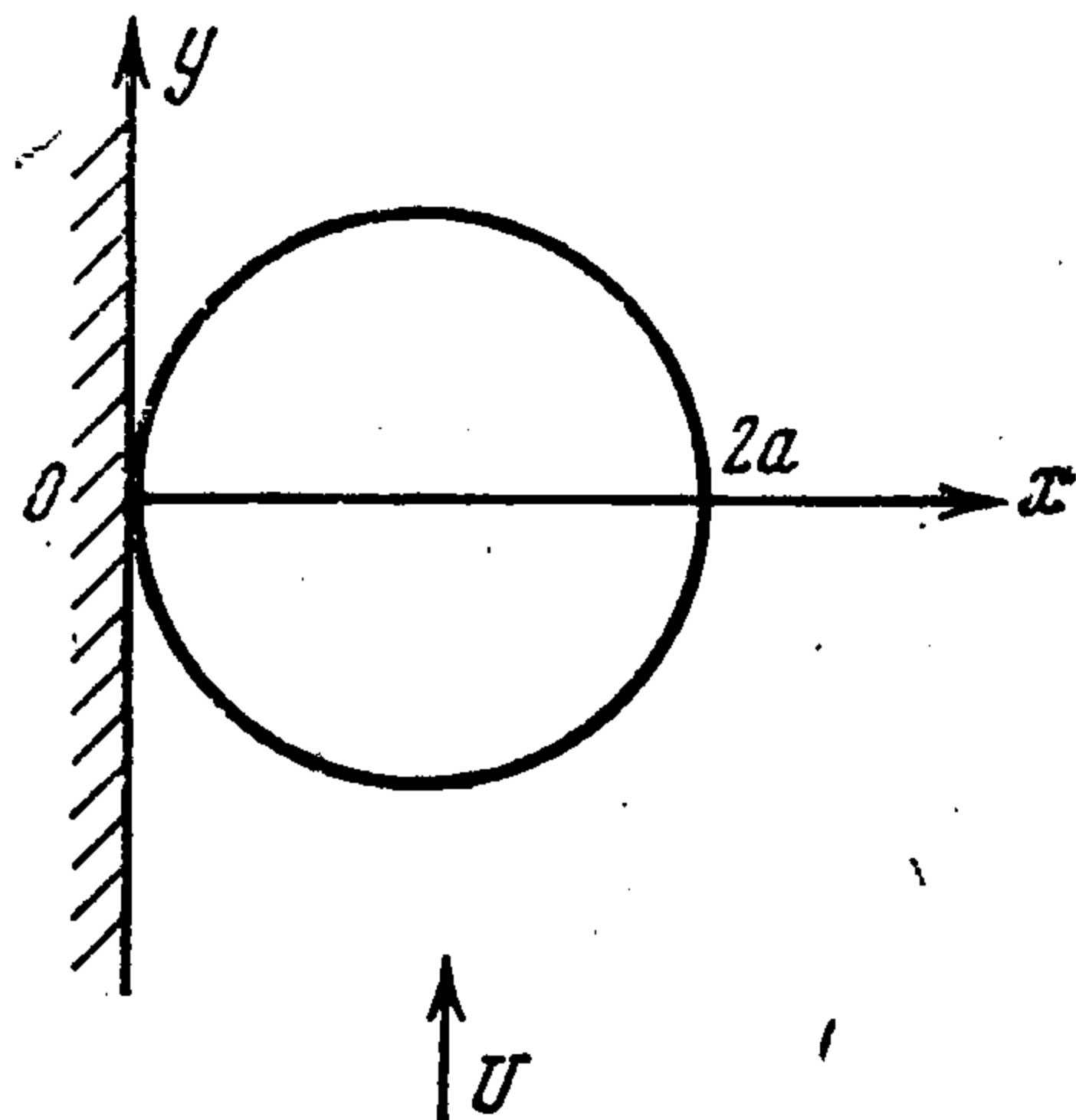
Как и в случае цилиндра, отсюда имеем две системы решений

$$R = 0, \quad Z = \pm (1 - G)^{-1/2}, \quad G \leq 1$$

$$Z = 0, \quad R = [2(G - 1)]^{-1/2}, \quad G \geq 1$$

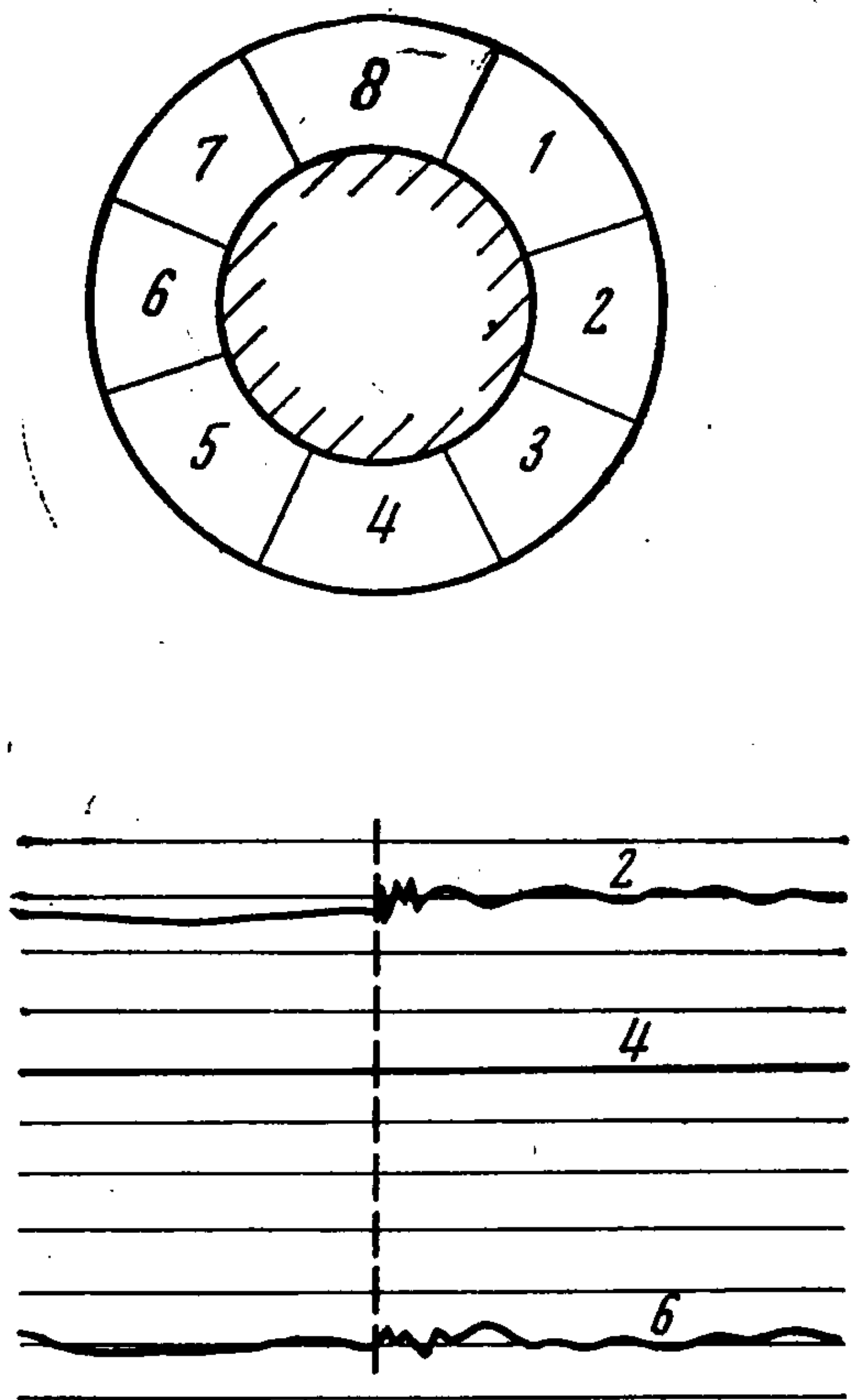
(помимо тривиальных решений $R^2 + Z^2 \rightarrow \infty$ при $G = 1$).

Таким образом, максимально возможное значение параметра G будет $G_{\max} = 3/2$. Оно достигается при $Z = 0$, $R = 1$. Возвращаясь к размерным переменным, заключаем, что при наличии сферического препятствия псевдооживление впервые возникает по окружности миделева сечения при критической скорости потока, составляющей $2/3$ скорости псевдооживления в отсутствие препятствия.



Фиг. 2

Отметим, что при учете сил сцепления между частицами твердой фазы ($\sigma_s > 0$) изложенная выше процедура расчета в общем сохраняется, но требует дополнительного определения длины дуги характеристики от свободной поверхности до точки перехода. Из вида формулы (1.8) следует, что в случае, когда препятствие расположено вблизи свободной поверхности слоя, а сам слой имеет достаточно большую глубину, процесс псевдоожигения связан с образованием разрыва в слое вблизи его основания и влияние препятствия отсутствует.



Фиг. 3

5. Для проверки изложенного выше, а также в работах [1,2], подхода к решению задач псевдоожигения, и в частности для проверки результатов, полученных в случае цилиндрического препятствия, был поставлен специальный эксперимент на плоской модели. Основа этого эксперимента заключалась в измерениях весьма чувствительными датчиками вариаций пористости слоя в разных точках вблизи препятствия при разных скоростях ожигающего агента.

Опыты проводились на установке, представляющей собой вертикальную колонку с поперечным сечением в виде узкого прямоугольника размерами 12.7×267 мм и высотой 1000 мм. На расстоянии 450 мм над газораспределительным устройством (перфорированная плита) закреплен круглый цилиндр диаметром 50 мм, ось которого расположена

посередине между узкими стенками колонны и направлена по нормали к широким (лицевым) стенкам. Колонна была заполнена мелкими твердыми частицами, ожигающий агент подавался снизу через газораспределительное устройство, причем особое внимание было уделено тщательному выравниванию потока на входе.

С целью измерения локальных вариаций пористости слоя вблизи цилиндра последний был окружен системой из восьми плоских емкостных датчиков, пластины которых были помещены на лицевых стенках колонны, как показано на верхней части фиг. 3 (с соблюдением масштаба). Это позволило полностью исключить возмущения, обычно вносимые датчиками.

Измерения локальных значений пористости слоя при помощи емкостных датчиков, по-видимому, впервые проводились в работе [3].

Метод, примененный в данной работе, аналогичен методу, использованному, например, в [4]. Он характерен тем, что с целью повышения чувствительности и надежности датчика к его пластинам подсоединена некоторая индуктивность; образовавшийся при этом колебательный контур настраивается в резонанс с генератором высокочастотных колебаний. Изменение емкости обуславливает сдвиг частоты собственных колебаний контура датчика, преобразуемый в пропорциональное ему напряжение, которое и подается на шлейф осциллографа.

Опыты проводились с узкими фракциями кварцевого песка при средних размерах частиц 0.416 и 0.265 мм и плотностях 2.65 и 2.57 г/см³ соответственно при псевдоожигении воздухом.

С целью наиболее полного устранения влияния сил сцепления между частицами опыты проводили в режиме «обратного псевдоожигения», т. е. большие скорости потока, при которых слой полностью взвешен, постепенно уменьшали до тех пор, пока слой

полностью не переходил в неподвижное состояние. При этом непрерывно регистрировались изменения емкости слоя вблизи цилиндра при помощи датчиков 1—8 (фиг. 3). В качестве примера на нижней части фиг. 3 приведены типичные осциллограммы (цифры у кривых соответствуют номерам датчиков) при скоростях потока, близких к критической (кривые справа от вертикальной пунктирной линии получены при скорости потока $U = 0.60 U^{\circ}$, слева — при $U = 0.58 U^{\circ}$, где U° — скорость начала псевдооживления в отсутствие препятствия).

Установлено, что в полном соответствии с результатами п. 2 псевдооживление впервые начинается в точках пересечения миделева сечения цилиндра с его поверхностью. Скорость начала псевдооживления во всех случаях составляла 55—60% скорости начала псевдооживления в отсутствие препятствия, что в пределах точности опыта хорошо согласуется с данными п. 2.

Отметим также, что картина начала псевдооживления, приведенная в п. 2, согласуется с данными наблюдений [5, 6] о поведении слоя вблизи цилиндрического препятствия при развитии псевдооживления.

В заключение авторы выражают признательность Д. Харрисону и С. Фахими за помощь в проведении эксперимента.

Поступила 24 XII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Гупало Ю. П., Черепанов Г. П. Плоская задача псевдооживления. ПММ, 1967, т. 31, вып. 4.
2. Гупало Ю. П., Черепанов Г. П. О переходе слоя твердых частиц во взвешенное состояние. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 1.
3. Morse R. D., Ballou C. O. The uniformity of fluidization — its measurement and use. Chem. Engng Progr., 1951, vol. 47, p. 199.
4. Гупало Ю. П., Петренко И. И., Розенбаум Р. Б., Тодес О. М. Измерение пульсаций плотности в кипящем слое. Изв. АН СССР. ОТН. Metallургия и топливо, 1961, № 4.
5. Glass D. H., Harrison D. Flow patterns near a solid obstacle in a fluidized bed. Chem. Engng Sci., 1964, vol. 19, p. 1001.
6. Королев В. Н., Сыромятников Н. И. Обтекание тел в псевдооживленных средах. Докл. АН СССР, 1972, т. 203 № 1.