

**ТЕОРИЯ ГИПЕРЗВУКОВОГО ВЯЗКОГО УДАРНОГО СЛОЯ
ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА И
ПРИ СИЛЬНОМ ВДУВЕ ИНОРОДНЫХ ГАЗОВ**

Э. А. Гершбейн

(Москва)

Рассматривается гиперзвуковое обтекание гладких затупленных тел при наличии интенсивного вдува с их поверхностей.

При больших числах Рейнольдса, определенных по параметрам набегающего потока и вдуваемого газа, методом внешних и внутренних разложений строится асимптотика уравнений Навье — Стокса. При этом течение в ударном слое распадается на три характерные области течения. В областях, примыкающих к поверхности тела и к ударной волне, эффекты, связанные с молекулярным переносом, несущественны, а в промежуточной области они играют основную роль. При нахождении решения в первых двух областях область молекулярного переноса заменяется поверхностью контактного разрыва (внешняя задача). При малых значениях параметров $\epsilon_1 = \rho_\infty / \rho_s^*$, $\delta = \rho_w^{*1/2} v_w^* / \rho_\infty^{1/2} v_\infty$ получено аналитическое решение внешней задачи в виде соответствующих рядов по этим параметрам. Приводятся асимптотические формулы для профилей скоростей, температур и концентраций компонент поперек ударного слоя, а также форма контактного разрыва и отход ударной волны. Проводится сравнение этого решения с численными решениями других авторов.

Течение в области молекулярного переноса описывается уравнениями пограничного слоя с асимптотическими условиями на плюс и минус бесконечности, определенными из внешнего решения (внутренняя задача). Получено численное решение внутренней задачи с учетом многокомпонентной диффузии и теплообмена.

Ранее задача о течении многокомпонентного газа в ударном слое в окрестности критической линии в рамках упрощенных уравнений Навье — Стокса рассматривалась в работе [1].

Обтекание затупленных тел сверхзвуковым потоком однородного невязкого нетеплопроводного газа при наличии дозвукового вдува в рамках уравнений Эйлера рассматривалось в работах [2-7].

В предложении о постоянных, но различных плотностях в слоях между ударной волной и контактным разрывом и между контактным разрывом и поверхностью тела соответственно получено [2] аналитическое решение для сферы, основанное на классическом решении Хилла для сферического вихря. Приведены некоторые результаты численного решения задачи о сильном вдуве на поверхности осесимметричных тел разной формы [3], полученного методом С. К. Годунова. Для численного исследования обтекания сферы при наличии вдува в [4] использован метод Г. Ф. Теленина; задача решалась в двух постановках: в первой — параметры течения находились во всем ударном слое, во второй — на поверхности контактного разрыва, не известной до решения задачи, давление задавалось по формуле Ньютона, и параметры течения находились только в слое вдуваемых газов. Приближенным методом Маслена численно исследовалось [5] течение со вдувом на затупленных конусах.

Рассматривалось течение в ударном слое в окрестности критической линии [6,7]. В рамках теории пограничного слоя интенсивный вдув исследовался в работах [8-12].

1. Анализ разрушения ряда теплозащитных материалов [1] показывает, что при полете тел в атмосфере Земли и в атмосферах других планет существует широкий диапазон высот и скоростей полета, когда плотность

потока массы газообразных продуктов разрушения $(\rho v)_w$ может стать равной или большей плотности потока массы в набегающем потоке $(\rho v)_\infty$. Отношение же плотностей ρ_∞ / ρ_w и скоростей v_w / v_∞ остается много меньшим единицы. В силу этого соответствующее отношение плотностей потоков импульса также много меньше единицы, а числа Рейнольдса $Re = \rho_\infty v_\infty R / \mu_s^*$ и $Re_w = \rho_w^* v_w^* R / \mu_w^*$ много больше единицы. Будем предполагать, что

$$\varepsilon^2 = Re^{-1} \lesssim Re_w^{-1} \ll \delta^2 \lesssim \varepsilon_1^2$$

Система уравнений Навье — Стокса для N -компонентной химически реагирующей смеси газов при отсутствии внешних электромагнитных полей и переноса энергии излучением при условии квазинейтральности смеси имеет следующий безразмерный вид [13, 14]:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} &(\rho u r^k)_x + (\rho v r^k a^{-1})_y = 0 \\ &\rho (a u u_x + v u_y + a k u v) + a p_x = \varepsilon^2 [(\mu u_y)_y + \dots] \\ &\rho (a u v_x + v v_y - a k u^2) + p_y = \varepsilon^2 [\dots] \\ &\rho (a u h_x + v h_y) - a u p_x - v p_y = -I_{qy} + \varepsilon^2 [\mu u_y^2 + \dots] \\ &\rho (a u C_{ix} + v C_{iy}) - \dot{w}_i = -I_{iy} + \dots \quad (i = 1, \dots, N) \\ &\sum_{j=1}^N A_{ij} I_j = \varepsilon^2 \mu [(C_i m)_y + B_i (\ln T)_y + \Gamma_i (\ln P)_y] \quad (i = 1, \dots, N) \\ &I_q = -\varepsilon^2 \lambda \sigma^{-1} T_y + \sum_{j=1}^N h_j I_j + \sum_{j=1}^N T_j I_j \\ &p = \rho R_g T \sum_{j=1}^N \frac{C_j}{m_j}, \quad \sum_{j=1}^N I_j = 0, \quad \sum_{j=1}^N C_j = 1, \quad a^{-1} = 1 + \kappa y, \quad \sigma = \frac{\mu^* c_p^*}{\lambda^*} \end{aligned}$$

Здесь xR , yR — координаты, нормально связанные с поверхностью тела, uv_∞ , vv_∞ — составляющие скорости в направлении этих координат; rR — расстояние от точки в потоке до оси симметрии; $\rho_\infty \rho$, $\rho_\infty v_\infty^2 p$, $v_\infty^2 h$, $(v_\infty^2 / c_p^*) T$, $c_p^* c_p$, $\lambda^* \lambda$, $\mu^* \mu$ — соответственно плотность, давление, энтальпия, температура, теплоемкость, коэффициент теплопроводности, коэффициент вязкости смеси газов; C_i , m_i , $v_\infty^2 h_i$, $(\rho_\infty v_\infty / R) w_i$ — соответственно концентрация, молекулярный вес, энтальпия и скорость образования i -й компоненты; $\rho_\infty v_\infty^3 I_q$, $\rho_\infty v_\infty I_i$ — проекции теплового потока и диффузионного потока i -й компоненты на ось y . Коэффициенты A_{ij} , B_i , Γ_i , T_i — функции температуры, давления, концентраций, зарядов, молекулярных весов компонент и бинарных чисел Шмидта, B_i , T_i зависят также от коэффициентов термодиффузии. (Вид этих коэффициентов нетрудно получить используя [13, 14].) Индексы ∞ , w , $*$ относятся соответственно к размерным параметрам набегающего потока, к параметрам на поверхности тела и к характерным значениям параметров. Точками обозначены члены уравнений, которые в дальнейшем не понадобятся, индексы x и y означают дифференцирование по этим переменным, $k = 0$ для плоского и $k = 1$ для осесимметричного течений, R — характерный линейный размер.

Граничные условия на бесконечности обычные: задаются v_∞ , ρ_∞ , T_∞ , $C_{i\infty}$ ($i = 1, \dots, N$).

Граничные условия на поверхности тела запишем в виде

$$(1.2) \quad u = 0, \quad \rho v = G(x), \quad T = T_w(x), \quad I_i + \rho v [C_i - C_i^{(1)}] = \rho_i \quad (i=1, \dots, N)$$

Здесь $C_i^{(1)}$ — концентрация i -й компоненты во вдуваемом газе, ρ_i — поверхностная скорость образования i -й компоненты.

2. При больших числах Рейнольдса Re и Re_w данная задача содержит малый параметр перед старшей производной. Для ее решения используем метод внешних и внутренних разложений.

Будем предполагать, что все заданные функции $G(x)$, $T_w(x)$, $r_w(x)$, $C_i^{(1)}(x)$ и т. д. — аналитические. Тогда очевидно, что вне области смешения потоков — набегающего на тело и вдуваемого с его поверхности, и вне ударной волны параметры течения можно разложить по целым степеням параметра ε .

Главные члены внешнего разложения представляют основной невязкий поток, вторые члены — внешнее течение, обусловленное толщиной вытеснения слоя молекулярного переноса и т. д.

Вводя функцию тока по формуле [15]

$$(2.1) \quad d\psi = \rho u r^k dy - \rho v r^k a^{-1} dx$$

и переходя к новым переменным x и ψ , получим для главных членов внешнего разложения следующие уравнения и граничные условия:

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \rho u u_x + \rho v v_x + p_x &= 0, & a v_x - a x u + r^k p_\psi &= 0 \\ \rho h_x = p_x, & \quad a \rho u C_{ix} = w_i & (i = 1, \dots, N) \\ y_\psi &= (\rho u r^k)^{-1}, & v &= a u y_x, & p &= \rho R_g T \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{m_i} \end{aligned}$$

На поверхности тела

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \text{при } \psi = \psi_w & \quad \left(\psi_w = - \int_0^x \rho_w v_w r_w^k dx \right) \\ y = 0, & \quad u = 0, & T = T_w(x), & \quad G(x) (C_i - C_i^{(1)}) = \rho_i & (i = 1, \dots, N) \end{aligned}$$

На ударной волне при $\psi = \psi_s$ ($\psi_s = (k+1)^{-1} r_s^{k+1}$) — соотношения Гюгонио.

Внешнее разложение несправедливо в области смешения потоков (область 3 на фиг. 1), однако его главные члены удовлетворяют условиям на контактном разрыве: $p_c^+ = p_c^-$ при $\psi = 0$.

Свяжем систему координат x, y с контактными разрывом и введем новые переменные по формулам

$$(2.4) \quad y = \varepsilon y^0, \quad v = \varepsilon v^0, \quad I_i = \varepsilon I_i^0, \quad I_q = \varepsilon I_q^0$$

Тогда решение уравнений (1.1), переписанных в новых переменных, в области молекулярного переноса можно разложить по целым степеням ε .

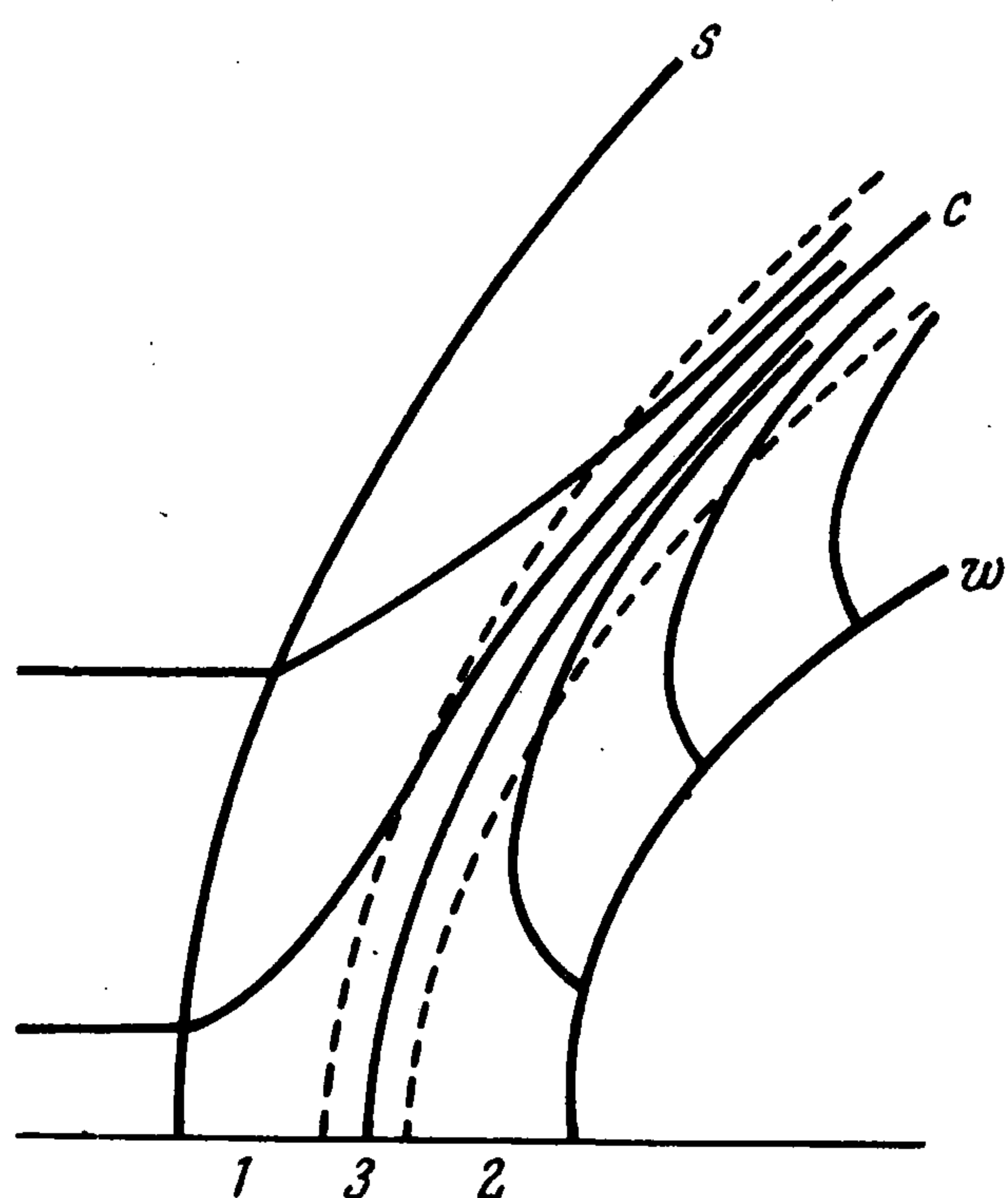
Для главных членов внутреннего разложения получаем уравнения пограничного слоя, вид которых совпадает с видом уравнений системы (1.1), если в них отбросить точки, формально положить $r = r_c$, $a = 1$, $\varepsilon = 1$, $k = 0$, а второе уравнение импульсов заменить уравнением $p_y = 0$.

Асимптотическое сращивание внешнего и внутреннего разложений дает граничные условия для главных членов внутреннего разложения

$$(2.5) \quad u \rightarrow u^\pm(x), \quad h \rightarrow h^\pm(x), \quad C_i \rightarrow C_i^\pm(x) \quad (i = 1, \dots, N) \quad \text{при } y^0 \rightarrow \pm \infty$$

Здесь $u^\pm(x)$, $h^\pm(x)$, $C_i^\pm(x)$ — значения скоростей, энтальпий, концентраций компонент, определяемые из внешнего решения на поверхности контактного разрыва.

Уравнения пограничного слоя с условиями (2.5) определяют структуру слоя молекулярного переноса (подвешенного пограничного слоя). Поло-



Фиг. 1

жение этого слоя с погрешностью порядка ε определится условием: $v^0 = 0$ при $y^0 = 0$.

Уравнения и граничные условия для следующих членов внешнего и внутреннего разложений можно получить аналогично работе [16].

3. Получим решение внешней задачи при малых значениях параметров $\varepsilon_1 = \rho_\infty / \rho_s^*$ и $\delta = \rho_w^{*1/2} v_w^* / \rho_\infty^{1/2} v_\infty$.

3.1. Рассмотрим сначала течение в области 2 (фиг. 1) между контактной поверхностью и поверхностью тела. Опуская наводящие соображения, введем новые переменные по формулам

$$(3.1) \quad y = \delta y', \quad u = K^{1/2} u', \quad v = (v_w^* / v_\infty) v', \quad \rho = K^{-1} \rho'$$

$$\psi = (K^{-1} v_w^* / v_\infty) \psi', \quad h = K h', \quad K = \rho_\infty / \rho_w^*$$

Решение уравнений (2.2), переписанных в переменных (3.1), ищем в виде

$$(3.2) \quad \varphi = \varphi_0 + \delta \varphi_1 + \dots$$

где φ — любая из искоемых функций. При этом предполагается, что все эти функции и их производные порядка единицы.

Для первых членов разложения (3.2) получаем следующие выражения:

$$(3.3) \quad u_0^2(x, t) = 2[h_{0w}(t) - h_0(x, t)], \quad v_0(x, t) = u_0(x, t) y_{0x}$$

$$y_0(x, t) = \frac{1}{r_w^k(x)} \int_t^x \frac{\rho_w(t) v_w(t) r_w^k(t)}{\rho_0(x, t) u_0(x, t)} dt$$

$$C_i^e(x, t) = C_{iw}^e \quad (i = 1, \dots, N_e), \quad p_0(x, t) = p_{0c}(x)$$

$$(3.4) \quad u_1(x, t) u_0(x, t) = h_{1w}(t) - h_1(x, t)$$

$$y_1(x, t) = - \int_t^x \frac{\rho_w(t) v_w(t) r_w^k(t) dt}{\rho_0(x, t) u_0(x, t) r_w^k(x)} \left[\frac{\rho_1}{\rho_0} + \frac{u_1}{u_0} + \frac{ky_0 \cos \alpha}{r_w^k} \right]$$

$$p_1(x, t) = \frac{\kappa}{r_w^k} \int_0^t u_0(x, t) \rho_w(t) v_w(t) r_w^k(t) dt + p_{1c}(x)$$

Здесь p_{0c} — давление на контактной поверхности, p_{1c} — поправка к давлению p_{0c} , получаемая из решения внешней задачи в слое 1 (фиг. 1) с учетом (3.3), C_i^e — концентрация i -го химического элемента, N_e — число химических элементов, t — координата x точки пересечения линии тока и поверхности тела.

В случае химически замороженного течения имеем

$$(3.5) \quad C_i(x, t) = C_{iw}(t) \quad (i = 1, \dots, N), \quad \gamma = c_p / c_v, \quad \nu = (\gamma - 1) / \gamma$$

$$\frac{\rho_0(x, t)}{\rho_{0w}(t)} = \left[\frac{p_{0c}(x)}{p_{0c}(t)} \right]^{1/\gamma_w(t)}, \quad \frac{h_0(x, t)}{h_w(t)} = \frac{T_0(x, t)}{T_w(t)} = \left[\frac{p_{0c}(x)}{p_{0c}(t)} \right]^{\nu_w(t)}$$

$$(3.6) \quad \frac{\rho_1(x, t)}{\rho_0(x, t)} = \frac{1}{\nu_w(t)} \left[\frac{p_1(x, t)}{p_0(x)} - \frac{p_{1w}(t)}{p_0(t)} \right] + \frac{\rho_{1w}(t)}{\rho_{0w}(t)}$$

$$\frac{h_1(x, t)}{h_0(x, t)} = \frac{p_1(x, t)}{p_0(x)} - \frac{\rho_1(x, t)}{\rho_0(x, t)}$$

При интегрировании для простоты предполагалось, что теплоемкости отдельных компонент не зависят от температуры.

В случае течения с равновесными химическими реакциями энтропия $S(x, t) = S_w(t)$. Считая h, ρ, T, C_i ($i = 1, \dots, N$) известными функциями энтропии, давления и концентраций элементов, получаем полное решение задачи.

Нетрудно убедиться в том, что в случаях химически равновесного или замороженного течений системы уравнений для последующих членов разложения (3.2) также могут быть проинтегрированы в квадратурах. Отметим, что в общем случае следующие члены в разложении (3.2) будут зависеть как от параметра δ , так и от параметра ε_1 .

3.2. Рассмотрим теперь течение газа в области 1 (фиг. 1) между ударной волной и контактной поверхностью. Если предположить, что форма контактной поверхности известна, то решение уравнений (2.2) в слое 1 можно искать в виде соответствующих рядов по малому параметру ε_1 [15, 17-19]. При этом течение в слое 1 распадается на два подслоя, в которых решение представляется различными разложениями по ε_1 . В подслое 1', примыкающем к ударной волне, касательная составляющая скорости u или ее производная u_x порядка единицы и течение в этом подслое в первом приближении описывается уравнениями (2.2), в которых отсутствуют члены с продольным градиентом давления, а поперечный градиент давления уравновешивается центробежными силами [15]. Следует отметить, что решение, полученное в работе [15], оказывается справедливым в области 1' около ударной волны как в окрестности критической точки затупленного тела, так и в удалении от нее.

В подслое 1'', примыкающем к контактной поверхности, течение в первом приближении описывается невязкими уравнениями пограничного слоя с учетом продольного градиента давления [19].

Асимптотическое решение во всей области 1 может быть получено либо путем сращивания решений в отдельных подобластях [19], либо путем построения и решения асимптотических уравнений, равномерно пригодных в области 1 [17, 18].

Справедливость такого подхода к решению задач гиперзвукового невязкого обтекания затупленных тел с непроницаемой поверхностью подтверждается сравнением с результатами численных расчетов [20-22]. Аналогичные соображения использовались для исследования обтекания тел гиперзвуковым потоком вязкого газа [20,23,24].

Поскольку толщина слоя 1 порядка $O(\varepsilon_1)$ (в случае осесимметричного течения) или $O(\varepsilon_1 \ln \varepsilon_1)$ (в случае плоского течения) [17], а толщина слоя вдуваемых газов 2 порядка $O(\delta)$ [1,12], то для ударной волны имеем

$$r_s(x) = r_w(x) [1 + O(\delta) + O(\varepsilon_1) \text{ или } O(\varepsilon_1 \ln \varepsilon_1)]$$

Поэтому в первом приближении получаем $r_{s,0}(x) = r_{c,0}(x) = r_w(x)$.

Для нахождения решения в высших приближениях во всем ударном слое удобно использовать метод последовательных приближений, учитывающий двухслойную структуру течения в области 1 и наличие слоя вдуваемых газов 2. Его применение дает следующие выражения для параметров течения в ударном слое ($m = 1, 2; n = 1, 2, \dots$):

$$p_{m,n}(x,t) = \int_{b_m}^t \frac{z_{m,n-1}(t) a_{m,n-1}}{r_{m,n-1}^k} \left[\kappa u_m^* - \frac{\partial v_m}{\partial x} \right] dt + P_m^*(x)$$

$$u_{m,n}^2(x,t) = -2h_{m,n}(x,t) - v_{m,n-2}^2(x,t) + H_m(t)$$

$$y_{m,n}(x,t) = \int_{d_m}^t \frac{z_{m,n-1}(t) dt}{\rho_{m,n} u_{m,n} r_{m,n-1}^k} + y_m^*(x), \quad \frac{v_{m,n}(x,t)}{a_{m,n-1} u_{m,n}} = \frac{\partial y_{m,n}}{\partial x}$$

$$z_{1,n-1} = \frac{1}{k+1} \frac{\partial}{\partial t} [r_w(t) + y_{s,n-1}(t) \cos \alpha(t)]^{k+1}$$

$$z_{2,n-1} = -\rho_w(t) v_w(t) r_w^k(t), \quad u_1^* = u_{1,n}^0, \quad u_2^* = u_{2,n-1}$$

$$u_{1,n}^{02}(x,t) = u_{s,n}^2(t) + v_{s,n-2}^2(t) - v_{1,n-2}^2(x,t) - \int_{\rho_{1,n-1}}^x \frac{2}{\rho_{1,n-1}} \frac{\partial p_{1,n-1}}{\partial x} dx \quad (n > 1)$$

$$u_{1,1}^0(x,t) = \cos \alpha(t), \quad v_1^* = v_{1,n-1}, \quad v_2^* = v_{2,n-2}$$

$$a_{m,n-1}^{-1} = 1 + \kappa y_{m,n-1}$$

$$r_{m,n-1} = r_w + y_{m,n-1} \cos \alpha, \quad y_{m,0} = v_{m,0} = v_{m,-1} = u_{2,0} = 0$$

$$b_1 = x, \quad b_2 = 0, \quad d_1 = 0, \quad d_2 = x, \quad y_2^* = 0, \quad y_1^* = y_{c,n}$$

$$p_1^* = p_\infty + (1 - \rho_{s,n-1}^{-1}) \sin^2 \beta_{n-1}, \quad p_2^* = p_{c,n}(x)$$

$$H_1(t) = u_{s,n}^2 + v_{s,n-2}^2 + 2h_{s,n}, \quad H_2(t) = v_{w,n-2}^2 + 2h_{w,n}$$

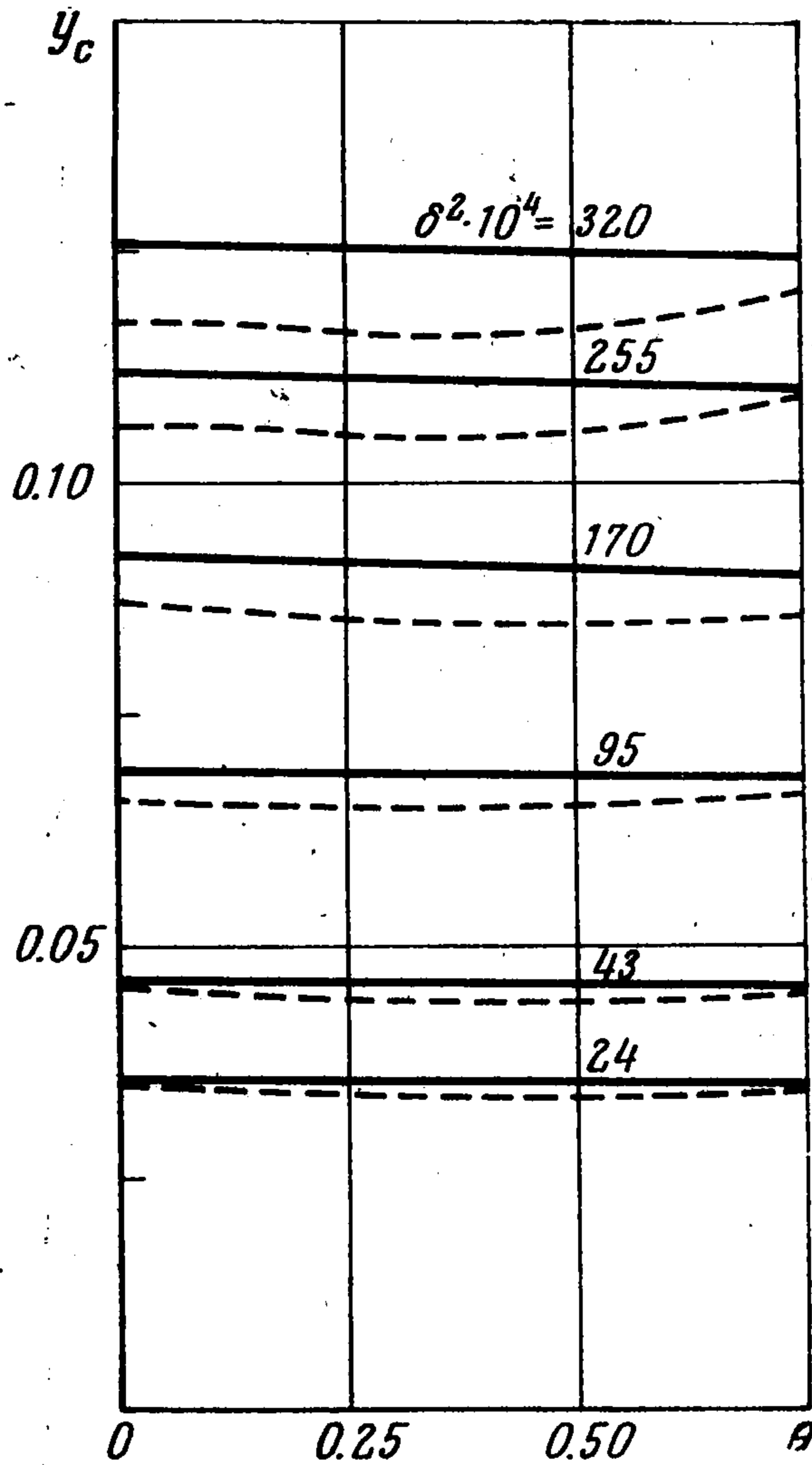
$$u_{s,n} \cos(\beta_{n-1} - \alpha) = \cos \beta_{n-1} - v_{s,n-1} \sin(\beta_{n-1} - \alpha)$$

$$h_{s,n} = h_\infty + (1 - \rho_{s,n-1}^{-2}) \sin^2 \beta_{n-1}, \quad \operatorname{tg}(\beta_{n-1} - \alpha) = a_{s,n-2} \partial y_{s,n-1} / \partial x$$

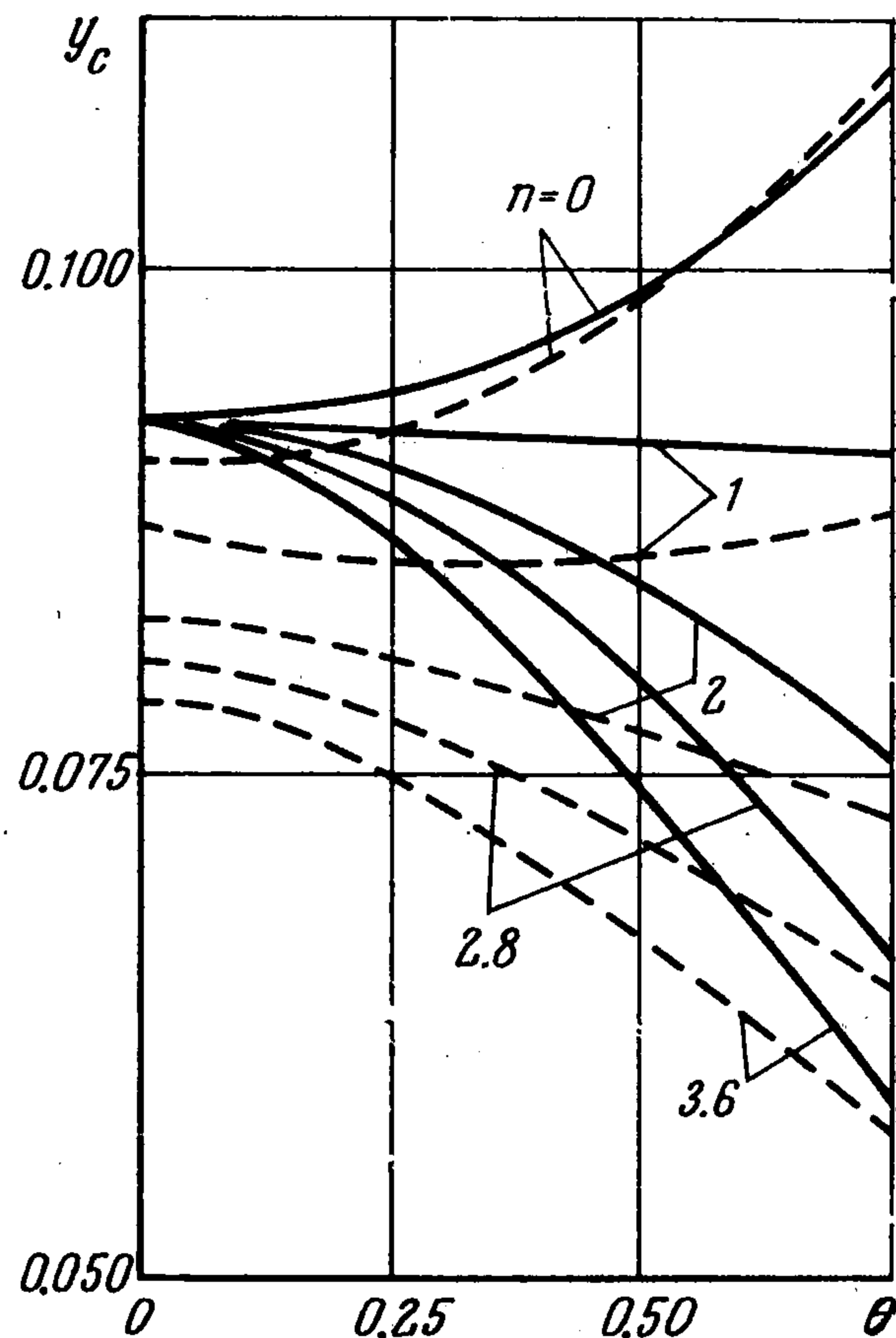
$$\beta_0 = \alpha, \quad \rho_{s,0}^{-1} = \rho_{s,0}^{-2} = y_{s,0} = 0, \quad y_{s,n} = y_{1,n}(x,x), \quad y_{c,n} = y_{2,n}(x,0)$$

Здесь n — номер приближения; $m = 1$ для слоя 1, $m = 2$ для слоя 2; $y_{c,n}(x)$ и $y_{s,n}(x)$ — расстояния от поверхности тела до контактного разры-

ва и до ударной волны соответственно, α, β — углы между направлением потока на бесконечности и касательными к контуру тела и к ударной волне соответственно, t — координата x точки пересечения линии тока и ударной волны (при решении задачи в слое 1) или поверхности тела (при решении задачи в слое 2).



Фиг. 2



Фиг. 3

В случае течения с замороженными химическими реакциями в ударном слое и равновесными реакциями на поверхности тела и на ударной волне имеем

$$\frac{h_{m,n}(x,t)}{h_{m,n}(t,t)} = \frac{T_{m,n}(x,t)}{T_{m,n}(t,t)} = \left[\frac{p_{m,n}(x,t)}{p_{m,n}(t,t)} \right]^{\gamma_{m,n}(t)}$$

$$\frac{\rho_{m,n}(x,t)}{\rho_{m,n}(t,t)} = \left[\frac{p_{m,n}(x,t)}{p_{m,n}(t,t)} \right]^{1/\gamma_{m,n}(t)}$$

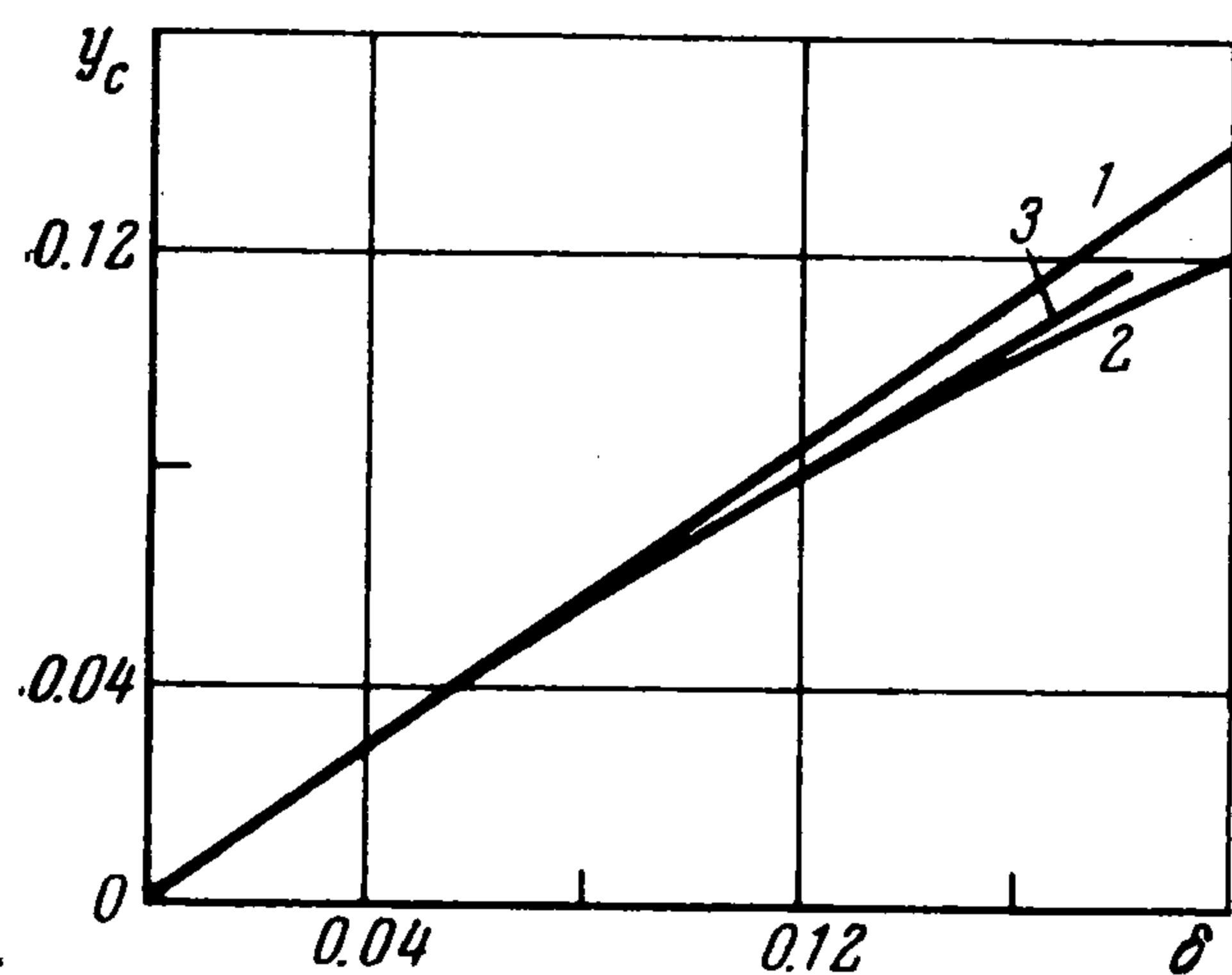
$$C_{im,n}(x,t) = C_{im,n}(t,t) \quad (i=1, \dots, N)$$

$$\Phi_{1,n}(t,t) \equiv \Phi_{s,n}(t), \quad \Phi_{2,n}(t,t) \equiv \Phi_{w,n}(t), \quad \Phi = \rho, p, h, T, C_i \quad (i=1, \dots, N)$$

В случае течения с равновесными химическими реакциями $S_{1,n}(x,t) = S_{s,n}(t,t)$, $S_{2,n}(x,t) = S_{w,n}(t)$. Энтальпия, плотность и концентрации компонент в этом случае зависят от $p_{m,n}$, $S_{m,n}$ и концентраций элементов.

3.3. Для оценки области применимости асимптотического решения внешней задачи сравним его с численными решениями, приведенными в работах [3, 4]. Рассмотрим обтекание сферы однородным потоком воздуха со вдувом газа, распределенным по закону $v_w(\theta) = v_w(0) \cos^n \theta$.

Температуру поверхности T_w будем считать заданной и постоянной $\gamma = 1.4$. Распределение давления по контактной поверхности, не известной до решения задачи, как и в работе [4], будем задавать по формуле Ньютона $p = p_0 \sin^2 \alpha_c$, где α_c — угол между касательной к контактной поверхности и осью симметрии. В этом случае решение задачи в слое

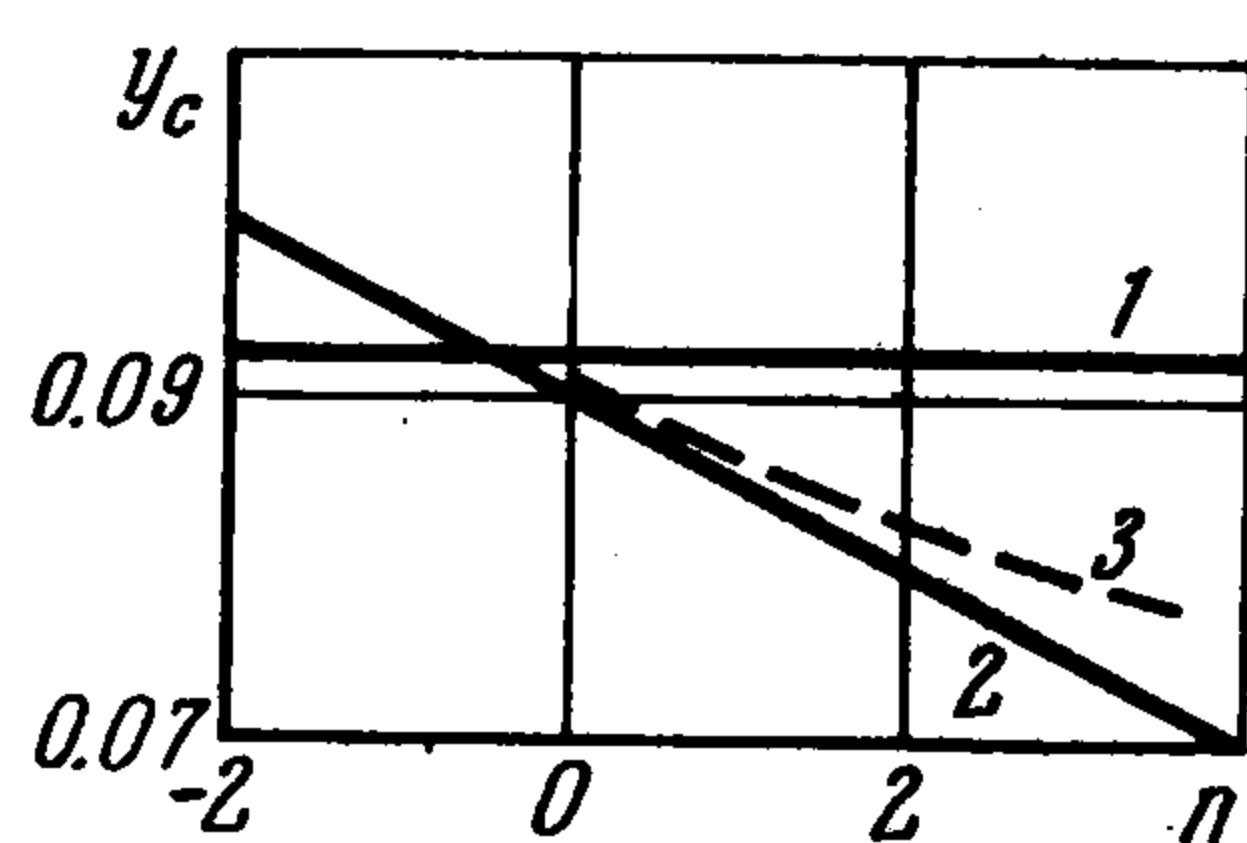


Фиг. 4

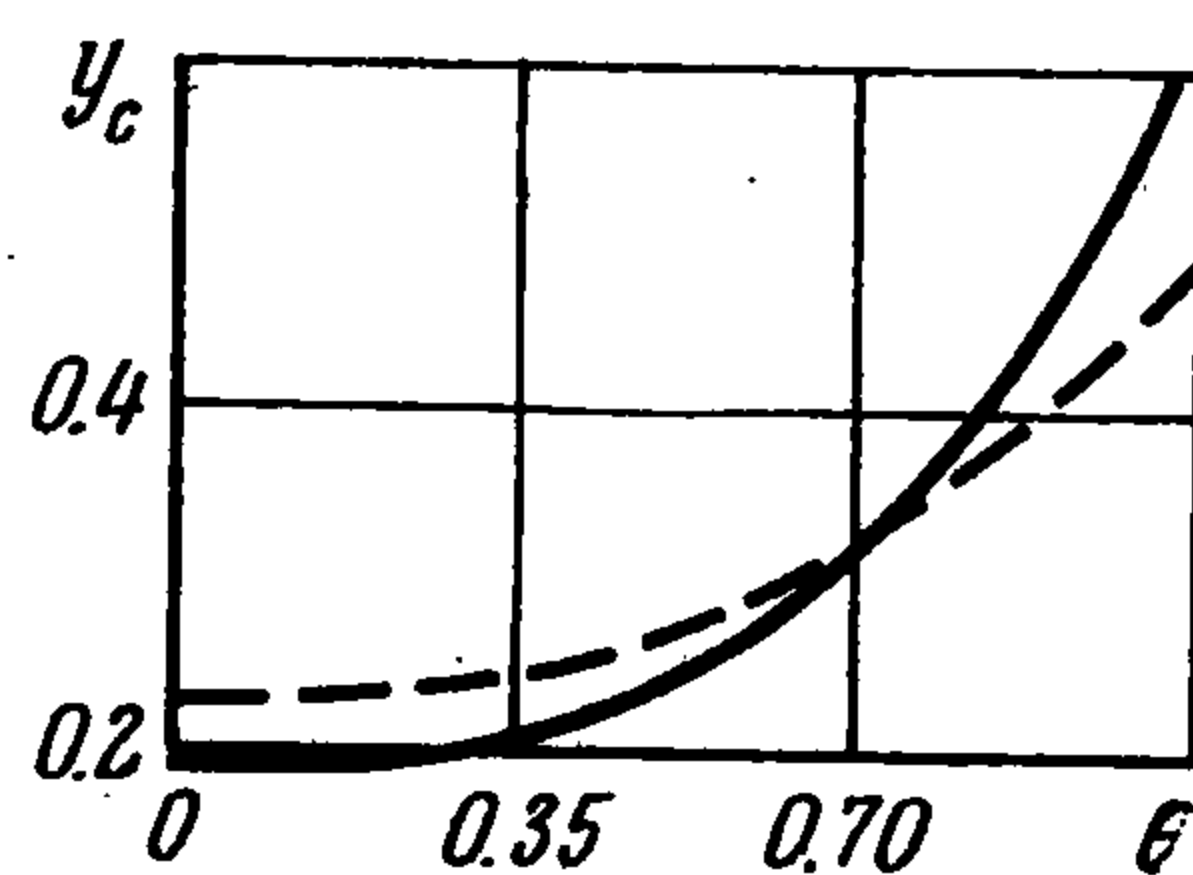
вдуваемых газов отделяется от решения в слое 1.

На фиг. 2 приведена толщина слоя вдуваемых газов, подсчитанная по формулам (3.3), (3.5) для случая вдува с $n = 1$ и для разных значений параметра δ^2 . На фиг. 3 представлена форма контактной поверхности для случая $\delta^2 = 0.017$ и для различных значений показателя n . Пунктирные линии на фиг. 2, 3 — численное решение из работы [4]. Сравнение аналитического решения в первом приближении (3.3), (3.5) с численным [4]

показало удовлетворительное их согласие для $n = 0; 1$. Например, при $n = 1$ даже в случае $\delta = 0.177$ относительное отличие толщин менее 10%. С увеличением n при фиксированном $\delta^2 = 0.017$ отличие увеличивается, однако не превосходит 17% при $n = 3.6$.



Фиг. 5



Фиг. 6

На фиг. 4 приведена толщина слоя вдуваемых газов при $x = 0$ в зависимости от δ , подсчитанная по первому приближению (кривая 1) и по первым двум приближениям (кривая 2). Там же для сравнения приведена соответствующая кривая 3 из работы [4]. На фиг. 5 представлены аналогичные зависимости от показателя n толщины слоя вдуваемых газов при $x = 0$, $\delta^2 = 0.017$ (кривая 1 — первое приближение, 2 — два приближения, 3 — работа [4]). Отметим, что в первом приближении толщина слоя 2 при $x = 0$ не зависит от закона распределения скорости вдува по поверхности тела. Эта зависимость выявляется во втором приближении (3.4), (3.6).

На фиг. 6 приведено сравнение толщин слоя вдуваемых газов, подсчитанных по формулам (3.3), (3.5) и численно [3] (пунктирная линия) для случая обтекания сферического притупления при следующих параметрах:

$$(\rho v)_w / (\rho v_{\max})_{\infty} = 0.5, \quad \gamma = 1.4, \quad p_c = 0.71 (\rho v_{\max}^2)_{\infty} \cdot \cos^2 \theta$$

4. Внутренняя задача — течение многокомпонентного газа в области 3 (фиг. 1) смешения потоков решалась с помощью ЭВМ для смеси, состоящей из химических компонентов O , N , O_2 , N_2 , H_2 , CO , CN , HCN , C_2 , C_3 . Реакции в подвешенном пограничном слое считались замороженными, термодиффузией пренебрегалось. Система уравнений пограничного слоя с граничными условиями (2.5) записывалась в переменных Дородницына — Лиза (ξ, η) [10] и для ее решения использовалась неявная четырехточечная двухслойная разностная схема [25] с точностью аппроксимации $O(\Delta\xi^2) + O(\Delta\eta^4)$.

Некоторые результаты расчета приведены в работе [12] и в данной работе штрихпунктиром на фиг. 7 для случая течения в окрестности критической линии осесимметричного тела.

Ламинарное смешение однородных потоков при наличии градиента давления рассматривалось также в работе [26].

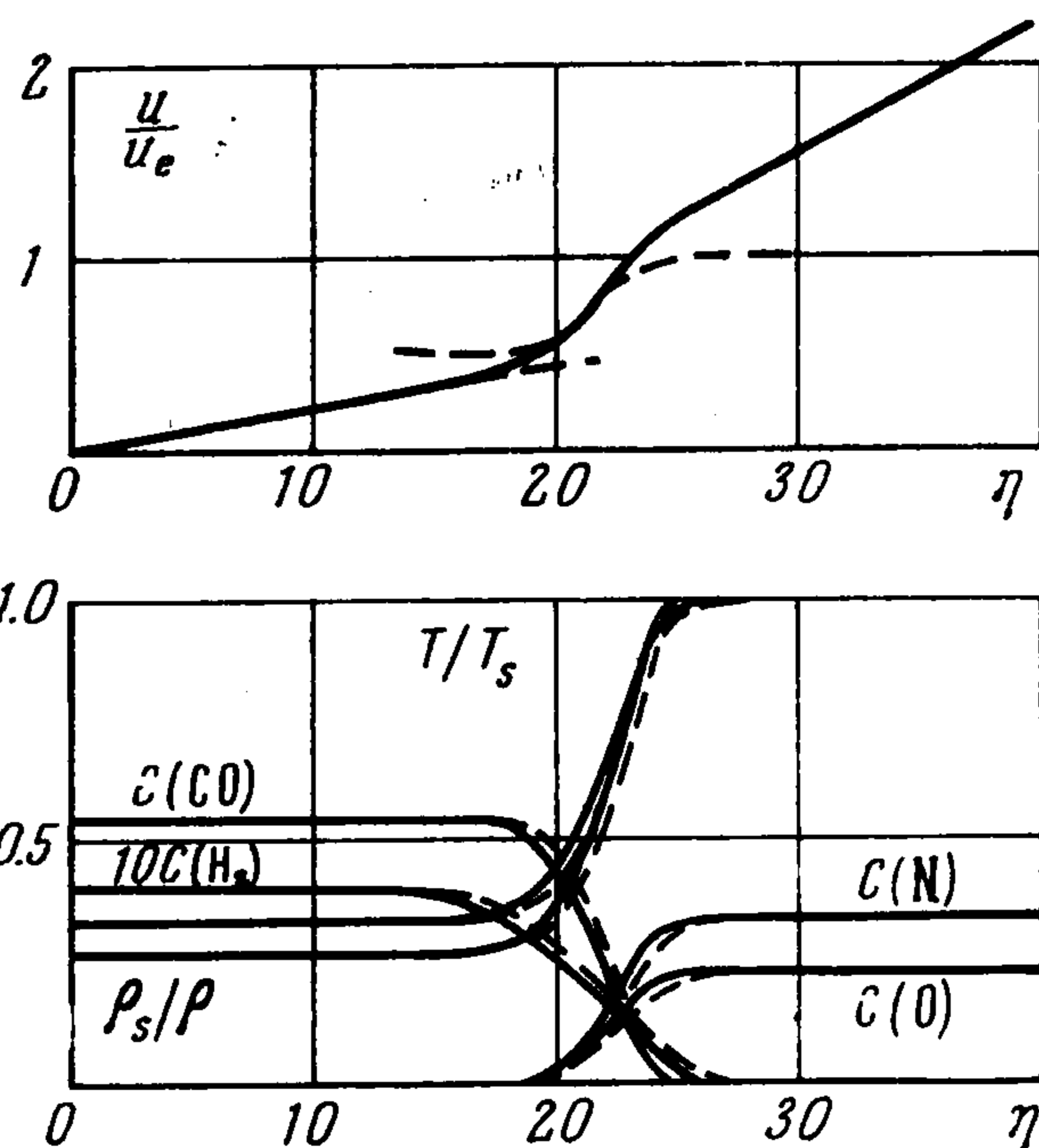
5. Исследования интенсивного вдува, проведенные в рамках теории пограничного слоя [9-12], показывают, что с увеличением параметра вдува $\Phi = (k+1)^{1/2} (3/8)^{1/4} \varepsilon_1^{1/4} (\rho_w^* / \rho_s^*)^{1/2} \delta Re^{1/2}$ коэффициент трения, тепловые и диффузионные потоки на поверхности тела уменьшаются и при $\Phi \gtrsim 3 \div 5$ влияние членов, описывающих молекулярный перенос в уравнениях пограничного слоя, на характер течения непосредственно около поверхности тела становится пренебрежимо малым [10]. Это означает, что уже при $\Phi = 3 \div 5$ область молекулярного переноса в пограничном слое начинает отходить от поверхности тела, а течение у поверхности описывается невязкими уравнениями пограничного слоя. Сравнение решений невязких и полных уравнений пограничного слоя дает хорошее их совпадение в слое толщиной порядка $O(\delta)$ около поверхности тела. Аналогичная картина течения имеет место и при анализе упрощенных уравнений Навье — Стокса [1]. На фиг. 7 приведено сравнение численного решения упрощенных уравнений Навье — Стокса, полученного в работе [1] с асимптотическим решением (пунктирные линии).

Автор благодарит Г. А. Тирского и Г. Г. Черного за полезное обсуждение данной работы.

Поступила 29 XI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершбейн Э. А., Тирский Г. А. Течение вязкого теплопроводного многокомпонентного газа в ударном слое в окрестности притупления при интенсивных вдувах. Научн. тр. Ин-та механики МГУ, 1970, № 1.
2. Gresci G., Libby P. A. The downstream influence of mass transfer at the nose of a slender cone. J. Aero-Space Sci., 1962, vol. 29, No. 7.
3. Taylor T. D., Masson B. S. Supersonic flow past blunt bodies with large surface injection. XIXth internat. Astronaut. Congress, N. Y., 1968, Proceedings, vol. 3 (Propulsion re-entry physics).
4. Стулов В. П. Сильный вдув на поверхности затупленного тела в сверхзвуковом потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 2.
5. Олстед В. Б. Обтекание гладких симметричных тел потоком с селективным излучением. Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, № 1.
6. Чин У. Н. Перенос излучения при течении в окрестности передней критической точки с учетом влияния излучения в линиях и слоя продуктов абляции. Ракетная техника и космонавтика, 1969, т. 7, № 7.



Фиг. 7

7. Комашенко А. П., Нейланд В. Я. Гиперзвуковое обтекание сферы при наличии сильного вдува через ее поверхность. Докл. АН УССР, 1969, № 12.
8. Libby P. A. The homogeneous boundary layer at an axisymmetric stagnation point with lagre of injection. J. Aero-Space Sci, 1962, vol. 29, No. 1.
9. Kubota T., Fernandez E. I. Boundary layer with large injection and heat transfer. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 1.
10. Гершбейн Э. А. Ламинарный многокомпонентный пограничный слой при больших вдувах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 1.
11. Гершбейн Э. А. Об автомодельных численных и асимптотических решениях уравнений пограничного слоя при больших вдувах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 3.
12. Гершбейн Э. А. К асимптотическому решению уравнений ламинарного многокомпонентного пограничного слоя при больших вдувах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 2.
13. Гиришфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
14. Сулов О. Н., Турский Г. А., Щенников В. В. Описание химически равновесных течений многокомпонентных ионизованных смесей в рамках уравнений Навье — Стокса и Прандтля. ПМТФ, 1971, № 1.
15. Черный Г. Г. Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
16. Ван-Дайк М. Теория сжимаемого пограничного слоя во втором приближении с применением к обтеканию затупленных тел гиперзвуковым потоком. В сб.: Исследование гиперзвуковых течений, М., «Мир», 1964.
17. Фримен Н. К теории гиперзвукового потока, обтекающего плоские и аксиально симметричные тупые тела. В сб.: Проблемы движения головной части ракет дальнего действия, М., Изд-во иностр. лит., 1959.
18. Честер У. Сверхзвуковое обтекание тупоносого тела с отсоединенной ударной волной, ч. 1, Двумерное тело; ч. 2, Осесимметричное тело, Механика, Сб. перев., 1957, № 5 (45), № 6 (46).
19. Булах Б. М. О трансзвуковом характере обтекания тупоносых тел гиперзвуковым потоком газа. В сб.: Трансзвуковые течения газа. Изд-во Саратовск. ун-та, 1964.
20. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
21. Лунев В. В., Павлов В. Г., Синченко С. Г. Гиперзвуковое обтекание сферы равновесно-диссоциирующим воздухом. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1966, т. 6, № 1.
22. Лунев В. В. Невязкое течение в окрестности критической точки тупого тела с переменной плотностью вдоль оси. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 6.
23. Cheng H. K. The blunt-body problem in hypersonic flow at low Reynolds number. IAS Paper, 1963, No. 63—92.
24. Магомедов К. Н. Гиперзвуковое обтекание тупых тел вязким газом. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 2.
25. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое. В сб.: Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы, М., «Наука», 1964.
26. Мурзинов И. Н., Шинкин Г. П. Ламинарное смешение однородных потоков при наличии градиента давления. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 2.