

О ХАРАКТЕРЕ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ В НЕРАВНОВЕСНОЙ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

О. А. Синкевич

(Москва)

Исследуется характер потери устойчивости замагниченной неравновесной плазмы в ограниченной области. Учитывается влияние теплопроводности и нелинейные эффекты. Показано, что может иметь место как мягкий, так и жесткий режим потери устойчивости. При малых значениях параметра надкритичности возможно проникновение автоколебаний.

Влияние границ на критическое значение параметра Холла, соответствующего началу возникновения ионизационной неустойчивости [1, 2], в линейном приближении рассматривалось в работах [3-5]. Исследован спектр линейной задачи без учета [3] и с учетом [6] теплопроводности. Было установлено [4], что при наличии границ критическое значение параметра Холла совпадает с полученным для безграничной среды. Численные расчеты развития ионизационной неустойчивости приведены в работах [6, 7]. Библиографию ранних работ по ионизационной неустойчивости можно найти в обзоре [8].

1. Рассмотрим поведение неравновесной замагниченной плазмы в ограниченной области. Бесконечно протяженный в направлении осей y и z канал ограничен в направлении оси x непроводящими стенками, расстояние между которыми равно b . Постоянное магнитное поле B направлено по оси z . Предполагается, что имеет место ионизационное равновесие и пренебрегается влиянием индуцированного магнитного поля. Если температура электронов T значительно превосходит температуру тяжелых частиц T_a , то состояние плазмы описывается следующей системой уравнений:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= 0, & \operatorname{div} \mathbf{j} &= 0 \\ I \left(\frac{\partial n}{\partial t} + \mathbf{U} \nabla n \right) + \frac{3}{2} nk \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{U} \nabla T \right) + \operatorname{div} \mathbf{q} &= \frac{j^2}{\sigma} - \frac{3}{2} kT \delta n \nu \\ U &= -\frac{j}{en}, & \mathbf{j} + \mathbf{j} \times \Omega &= \sigma(n, T) \mathbf{E}, & \mathbf{q} + \mathbf{q} \times \Omega &= -\lambda(n, T) \nabla T \end{aligned}$$

Здесь I — потенциал ионизации, U — направленная скорость электронов, σ , λ — коэффициенты электропроводности и теплопроводности соответственно, j — плотность электрического тока, ν — частота столкновений электронов с тяжелыми частицами, δ — доля энергии, передаваемой при столкновении с тяжелыми частицами, E — напряженность электрического поля, $\Omega = \omega / \nu(n, T)$ — параметр Холла, ω — электронная циклотронная частота.

Так как предполагается наличие ионизационного равновесия, то концентрация электронов n связана с их температурой уравнением Саха. При отсутствии ионизационного равновесия систему уравнений (1.1) необходимо дополнить уравнением кинетики ионизации.

Введем потенциал Φ

$$j_x = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad j_y = j_0 - \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad j_0 = \text{const}$$

В качестве характерной температуры электронов T_0 при заданном значении j_0 выбираем температуру, соответствующую решению уравнения

$$3/2 \delta k T_0 n_0 (T_0) v_0 (n_0, T_0) = j_0^2 / \sigma_0 (n_0, T_0)$$

Значения всех параметров среды при данной температуре будем отмечать нижним нулевым индексом ($n(T_0) \equiv n_0$). Выберем в качестве характерных величин следующие:

$$l_x = b, \quad \tau_x = \frac{I n_0 \sigma_0}{j_0^2}, \quad U_x = \frac{b}{\tau_x}$$

и введем безразмерные параметры

$$T^+ = \frac{T - T_0}{T_0}, \quad \theta = \frac{n - n_0}{n_0}, \quad \Phi^+ = \frac{\Phi}{j_0 b}$$

$$\sigma^+ = \frac{\sigma}{\sigma_0}, \quad \lambda^+ = \frac{\lambda}{\lambda_0}, \quad v^+ = \frac{v}{v_0}$$

$$F_- = \frac{3\sigma_0}{2j_0^2} k \delta n T v$$

Используя эти определения, сведем задачу (при $I / k T_0 \gg 1$, $\partial / \partial z = 0$) к следующей:

$$(1.2) \quad \frac{\partial}{\partial x^+} \left[\frac{1}{\sigma^+} \frac{\partial \Phi^+}{\partial x^+} + \frac{\Omega}{\sigma^+} \frac{\partial \Phi^+}{\partial y^+} \right] + \frac{\partial}{\partial y^+} \left[\frac{1}{\sigma^+} \frac{\partial \Phi^+}{\partial y^+} - \frac{\Omega}{\sigma^+} \frac{\partial \Phi^+}{\partial x^+} \right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y^+} \frac{\Omega}{\sigma^+} - \frac{\partial}{\partial x^+} \frac{1}{\sigma^+} = 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^+} - U^+ \frac{\partial \theta}{\partial y^+} - \nabla^+ \frac{\lambda^+}{1 + \Omega^2} \nabla^+ T^+ = \frac{1}{\sigma^+} - F_- +$$

$$+ \frac{1}{\sigma^+} \left[\left(\frac{\partial \Phi^+}{\partial x^+} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi^+}{\partial y^+} \right)^2 - 2 \frac{\partial \Phi^+}{\partial y^+} \right]$$

$$(1.3) \quad \frac{\partial \Phi^+ (0, y, t)}{\partial y^+} = \frac{\partial \Phi^+ (1, y, t)}{\partial y^+} = 0, \quad \theta (0, y, t) = \theta (1, y, t) = 0$$

Введем представления для коэффициентов электропроводности, теплопроводности, дрейфовой скорости электронов и частоты столкновений

$$(1.4) \quad (\sigma^+)^{-1} = 1 + a_{11} \theta + a_{12} \theta^2 + a_{13} \theta^3 + O(\theta^4)$$

$$\frac{\Omega}{\sigma^+} = \Omega_0 (1 + a_{21} \theta + a_{22} \theta^2 + a_{23} \theta^3 + O(\theta^4))$$

$$U^+ = U_0 + a_{31} \theta + a_{32} \theta^2 + O(\theta^3)$$

$$\frac{\lambda^+ n_0}{T_0 (1 + \Omega_0^2(\theta))} \frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\tau n_0}{T_0 (1 + \Omega_0^2)} \frac{\partial T_0}{\partial n_0} + a_{41} \theta + O(\theta^2)$$

Коэффициенты a_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots$) разложения (1.4) определяются по известным зависимостям сечений столкновений от температуры электронов. Далее будут использоваться лишь безразмерные параметры, поэтому верхний индекс плюс везде опускается.

2. Если систему уравнений (1.2) линеаризовать возле однородного и стационарного состояния (предварительно исключив T^+)

$$\theta(x, y, t) = 1 + \theta_0(x, y, t), \quad \Phi = \Phi_0(x, y, t), \quad |\Phi_0| < 1$$

то функции θ_0, Φ_α будут решением следующей задачи:

$$(2.1) \quad L_{11}\Phi_\alpha + L_{12}\theta_\alpha = 0, \quad L_{21}\Phi_0 + L_{22}\theta_\alpha = 0 \\ x \in [0, 1], \quad y \in (-\infty, \infty), \quad t \geq 0$$

$$(2.2) \quad L_{11} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2}, \quad L_{12} = \Omega_0 a_{21} \frac{\partial}{\partial y} - a_{11} \frac{\partial}{\partial x} \\ L_{21} = 2 \frac{\partial}{\partial x}, \quad L_{22} = -\Lambda L_{11} + \frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial y} - f' \\ \Lambda = \frac{\lambda_0 n_0 \sigma_0}{j_0^2 b^2 (1 + \Omega_0^2)} \frac{\partial T_0}{\partial n_0}, \quad f' = a_{11} - \frac{\partial F_-}{\partial \theta}$$

$$(2.3) \quad \frac{\partial \Phi_0(0, y, t)}{\partial y} = \frac{\partial \Phi_0(1, y, t)}{\partial y} = 0, \quad \theta_0(0, y, t) = \theta_0(1, y, t) = 0$$

Будем искать решение уравнений (2.2) в виде

$$(2.4) \quad \Phi_0 = \varphi(x_0) \exp(iKy + pt), \quad \theta_0 = \theta(x) \exp(iKy + pt)$$

Характеристическое уравнение для собственных значений задачи имеет вид

$$(2.5) \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{\lambda_1} & e^{\lambda_2} & e^{\lambda_3} & e^{\lambda_4} \\ \kappa_1 & \kappa_2 & \kappa_3 & \kappa_4 \\ \kappa_1 e^{\lambda_1} & \kappa_2 e^{\lambda_2} & \kappa_3 e^{\lambda_3} & \kappa_4 e^{\lambda_4} \end{vmatrix} = 0$$

Здесь

$$\kappa_j(\lambda_j) = \frac{i2\lambda_j}{f' + \Lambda(\lambda_j^2 - K^2)}, \quad j = 1, 2, 3, 4$$

где λ_j — корни следующего уравнения:

$$(2.6) \quad \Lambda \lambda^4 - (p - 2\Lambda K^2 - f' + 2a_{11}) \lambda^2 + i2\Omega_0 a_{21} \lambda + \\ + K^2(p - f' + \Lambda K^2) = 0$$

Наличие малого параметра Λ при старшей производной в (2.1) приводит к решению типа пограничного слоя вблизи стенки канала, причем решение в ядре канала слабо зависит от типа граничных условий для температуры. Используя этот факт и уравнения (2.5), (2.6), можно показать, что p_n могут быть определены из следующего приближенного выражения:

$$(2.7) \quad K^2(p_n + \Lambda K^2 - f')(p_n + 2\Lambda K^2 - f' + 2a_{11}) + \\ + (\Pi n)^2(p_n + 2\Lambda K^2 - f' + 2a_{11})^2 - (\Omega_0 K a_{11})^2 = 0 \\ n = 1, 2, \dots$$

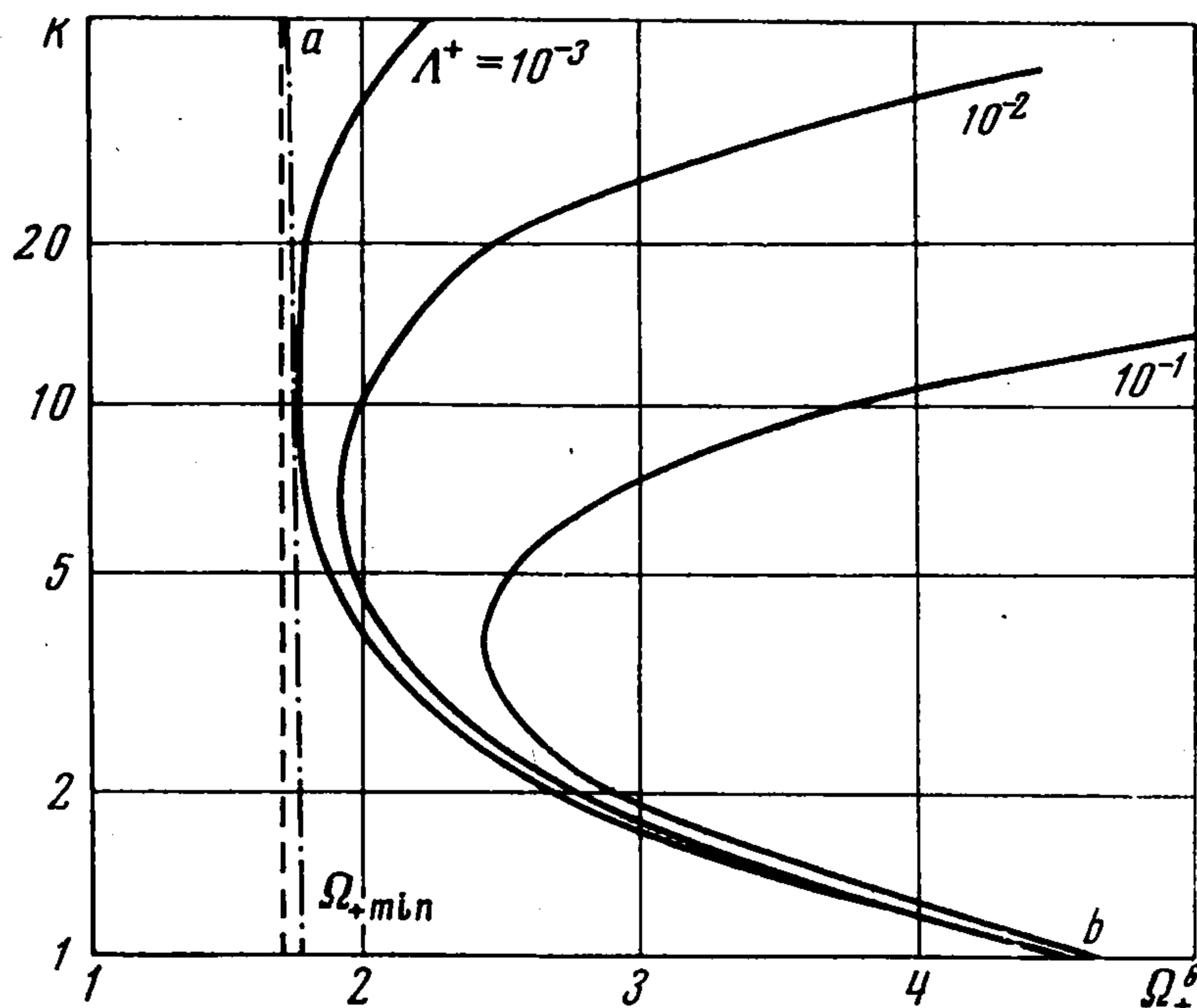
Из (2.7) следует, что при параметрах Холла, превышающих критическое значение

$$\Omega_+ = \frac{K_n (2\Lambda K^2 - f' + 2a_{11})}{K |a_{21}|}$$

имеем $\text{Re} \rho > 0$, и исходное состояние неустойчиво.

Нейтральная кривая ($\text{Re} \rho = 0$) для плазмы аргона ($T_0 = 4\,000^\circ \text{K}$, $P = 1 \text{ атм}$) с присадкой цезия (пренебрегается влиянием магнитного поля на коэффициент теплопроводности $\Lambda^+ = \Lambda (1 + \Omega_+^2)$, $l_x = 20 \text{ см}$, $n = 1$) представлена на фигуре¹. Минимальное критическое значение параметра Холла (соответствующее крайнему левому значению на фигуре) определяет начало возникновения неустойчивости. Оно слабо зависит от параметра Λ и определяется в основном величинами a_{11} , a_{12} , f' . Область неустойчивости (область H на фигуре) ограничена как большими значениями волнового числа K (малыми длинами волн), так и малыми значениями K (большими длинами волн). Область неустойчивости при увеличении теплопроводности сужается (индукция магнитного поля постоянна). Значение волнового числа, соответствующее точке возникновения неустойчивости (точке с $\Omega_{+\text{min}}$), уменьшается с увеличением параметра Λ . Нижняя и верхняя ветви нейтральной кривой при больших значениях параметра Холла соответствуют

$$K \sim 1 / \Omega_+, \quad K \sim \Omega_+^{1/4}$$



Устойчивость при больших волновых числах K объясняется стабилизирующим действием теплопроводности. Устойчивость при малых значениях K связана с тем, что в этом случае пропадает влияние эффекта Холла (линии электрического тока становятся параллельными). Без учета теплопроводности вся область справа от кривой a , b (фигура) принадлежит области неустойчивости.

3. Для решения вопроса о режиме потери устойчивости (жестком или мягком) необходимо учитывать нелинейные эффекты, т. е. использовать полную систему уравнений (1.2). Будем искать автоколебательное решение системы (1.2) с граничными условиями (1.3) в виде

$$\Phi(x, Y), \quad \theta(x, Y), \quad Y = y + Wt$$

разлагая функции в ряд по малому параметру надкритичности

$$(1.3) \quad \theta = 1 + \sum_{n=0} \varepsilon^{n+1} \theta_n, \quad \Phi = \sum_{n=0} \varepsilon^{n+1} \Phi_n$$

$$W = U_0 + \sum_{n=1} \varepsilon^{n+1} W_n, \quad \Omega = \Omega_+ + \varepsilon^2$$

Вместо разложения по малому параметру надкритичности можно использовать разложение в ряд по малой амплитуде, как в работе [9]. Оба эти разложения приводят к одинаковым результатам.

¹ Расчет нейтральной кривой был выполнен Ю. В. Трофимовым.

Подставляя разложение (3.1) в уравнение (1.2) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ε , приходим к следующей системе уравнений для функций θ_n, Φ_n :

$$(3.2) \quad \begin{aligned} L_{11}\Phi_n + L_{12}\theta_n &= f_{1n}, \quad L_{21}\Phi_n + L_{22}^+\theta_n = f_{2n} \\ L_{22}^+ &= -\Lambda L_{11} - f' \end{aligned}$$

Операторы L_{11}, L_{12}, L_{21} определяются выражениями (2.2), а для функций f_{nm} справедливы представления

$$(3.3) \quad \begin{aligned} f_{10} &= f_{20} = 0 \\ f_{11}(\Phi_0^2, \theta_0^2, \theta_0\Phi_0) &= -\{a_{11}[\theta_{0x}\Phi_{0x} + \theta_{0y}\Phi_{0y} + \theta_0(\Phi_{0xx} + \\ &+ \Phi_{0yy})] + \Omega_+ a_{21}(\theta_{0x}\Phi_{0y} - \theta_{0y}\Phi_{0x}) + 2(a_{22}\Omega_+ \theta_{0y} - a_{12}\theta_{0x})\theta_0\} \\ f_{21}(\Phi_0^2, \theta_0^2, \theta_0\Phi_0) &= 1/2 f'' \theta_0^2 + \Phi_{0x}^2 + \Phi_{0y}^2 + W_1 \theta_{0y} + \Phi_{0y} \theta_{0x} - \\ &- 2a_{11}\theta_0\Phi_{0x} - a_{31}\theta_0\theta_{0y} + a_{41}(\theta_{0x}^2 + \theta_{0y}^2 + \theta_0\Delta\theta_0) - \theta_{0y}\Phi_{0x} \\ f_{12} &= f_{11}(\Phi_1\Phi_0, \theta_1\theta_0, \Phi_1\theta_0, \Phi_0\theta_1) + 2a_{12}(\Phi_{0x}\theta_{0x} + \Phi_{0y}\theta_{0y}) + \\ &+ 2a_{22}\theta_0(\theta_{0x}\Phi_{0y} - \theta_{0y}\Phi_{0x})\Omega_+ + 3\Omega_+ a_{23}\theta_0^2\theta_{0x} - 3a_{13}\theta_0^2\theta_{0y} - \\ &- a_{12}\theta_0\Delta\Phi_0 + a_{21}\theta_{0y} \\ f_{22} &= f_{21}(\Phi_1\Phi_0, \theta_1\theta_0, \theta_1\Phi_0, \theta_0\Phi_1) - 1/6 f''' \theta_0^3 - 2a_{12}\theta_0^2\Phi_{0x} + \\ &+ a_{11}\theta_0(\Phi_{0x}^2 + \Phi_{0y}^2) + a_{32}\theta_0^2\theta_{0y} + a_{42}[2\theta_0(\theta_{0x}^2 + \theta_{0y}^2) + \\ &+ \theta_0^2\Delta\theta_0] + \theta_0(\Phi_{0x}\theta_{0y} - \Phi_{0y}\theta_{0x}) - \frac{2\Omega_+}{1\Omega_+ + \Omega_+^2} \Lambda\theta_0 \end{aligned}$$

Функции Φ_0, θ_0 удовлетворяют однородной системе уравнений, решение которой можно представить в виде

$$(3.4) \quad \begin{aligned} \Phi_0(x, Y) &= \alpha(\varphi(x) e^{iKY} + \varphi^*(x) e^{-iKY}) \\ \theta_0(x, y) &= \alpha(\theta(x) e^{iKY} + \theta^*(x) e^{-iKY}) \end{aligned}$$

Функции $\varphi(x), \theta(x)$ могут быть представлены в виде асимптотических разложений по малому параметру $\sqrt{\Lambda}$ (далее ограничиваемся лишь первыми членами этого разложения, хотя нахождение последующих членов не составляет особого труда). Для функции φ имеет место следующее соотношение:

$$\varphi(x) = e^{icx} \sin \pi x + O(\sqrt{\Lambda})$$

Для выполнения граничных условий для $\theta(x)$ необходимо учитывать высшие производные и строить решения типа пограничного слоя у стенки. Общее решение для $\theta(x)$ имеет вид составного разложения

$$\begin{aligned} \theta(x) &= \theta^{(1)}(x, \sqrt{\Lambda}) + O(\sqrt{\Lambda}) \\ \theta_{(x)}^{(1)} &= \frac{2}{f' - \Lambda K^2} \left\{ (\exp icx) (\pi \cos \pi x + ic \sin \pi x) - \right. \\ &- \left. \left[\left(\exp - \frac{\lambda_1 x}{\sqrt{\Lambda}} \right) + \exp \left(ic + \frac{x-1}{\sqrt{\Lambda}} \lambda_1 \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} c &= - \frac{\Omega_+ K a_{21}}{f' - 2a_{11} - 2\Lambda K^2}, \quad K_1 = (\pi^2 + K^2)^{1/2} \\ \lambda_1 &= (\Omega_+ K |a_{11}| / K_1)^{1/2} \end{aligned}$$

Отметим, что несмотря на то, что параметр Λ много меньше единицы, произведение ΛK может быть немалым за счет выбора K .

В (3.4) α — подлежащая определению постоянная (амплитуда волны). Подставляя (3.4) в соотношение для f_{11} и f_{21} , приходим к линейной неоднородной системе дифференциальных уравнений для функций Φ_1, θ_1 . Условие разрешимости неоднородной системы может быть записано в виде

$$(3.5) \quad \int_0^1 \int_0^{2\pi/K} (f_i q^*) \exp(-iKY) dx dY = 0$$

$$f_i (f_{1i}, f_{2i}), \quad i=1, 2, \dots, \quad q^* (\varphi_0^+(x), \theta_0^+(x))$$

Здесь $\varphi_0^+(x), \theta_0^+(x)$ — решение сопряженной системы ($L_{22}^+ = L_{22}^*$)

$$L_{11}^* \varphi_0^+(x) + L_{12}^* \theta_0^+(x) = 0, \quad L_{21}^* \varphi_0^+ + L_{22}^* \theta_0^+ = 0$$

$$L_{21}^* = -2 \frac{d}{dx}, \quad L_{12}^* = iK\Omega_+ a_{21} + a_{11} \frac{d}{dx}, \quad L_{11}^* = \frac{d^2}{dx^2} - K^2$$

с граничными условиями $\varphi_0^+(0) = \varphi_0^+(1) = 0, \theta_0^+(0) = \theta_0^+(1) = 0$.

Из условия разрешимости системы для $n=1$ следует $W_1 = 0$, и для функций Φ_1, θ_1 справедливы представления

$$(3.6) \quad \Phi_1(x, Y) = \alpha^2 (\varphi_1(x) e^{2iKY} + \varphi_1^*(x) e^{-2iKY} + \varphi_1^-(x))$$

$$\theta_1(x, Y) = \alpha^2 (\theta_1(x) e^{2iKY} + \theta_1^*(x) e^{-2iKY} + \theta_1^-(x))$$

Здесь $\varphi_1, \theta_1, \varphi_1^-, \theta_1^-$ удовлетворяют следующим уравнениям:

$$L_{11}^* \varphi_1 + L_{12}' \theta_1 = f_{11}(\varphi^2, \theta^2, \varphi\theta), \quad L_{21} \varphi_1 + L_{22}^* \theta_1 = f_{21}(\varphi^2, \theta^2, \varphi\theta)$$

$$G_{11} \varphi_1^- + G_{12} \theta_1^- = f_{11}(\varphi\varphi^*, \theta\theta^*, \varphi\theta^*, \varphi^*\theta)$$

$$L_{21} \varphi_1^- + G_{22} \theta_1^- = f_{21}(\varphi\varphi^*, \theta\theta^*, \varphi\theta^*, \varphi^*\theta)$$

$$L_{12}' = i\Omega_+ a_{21} K - a_{11} \frac{d}{dx}, \quad G_{11} = \frac{d^2}{dx^2}$$

$$G_{12} = -a_{11} \frac{d}{dx}, \quad G_{22} = -\Lambda G_{11} - f'$$

Подставляя (3.1) и (3.6) в выражения для f_{12}, f_{22} , приходим к системе уравнений для функции Φ_2, θ_2 . Условие разрешимости (3.5) для $n=2$ позволяет определить амплитуду α и W . Если ограничиться лишь членами, дающими основной вклад, то можно записать

$$(3.7) \quad \alpha^2 = \frac{16\Lambda K^2 \chi}{a_{11} \Omega_+ \chi_1}$$

$$W_2 = [(\Omega_+ K - c)(2\Lambda K^2 - f') - 2\Lambda K \pi^2] (2\chi_1)^{-1}$$

$$\chi_1 = (\Omega_+ K - c)^2 - \pi^2, \quad \chi = [(2\Lambda K_1^2 - f') - 2K_1 \Lambda (\Omega_+ K + K_1)] (\Lambda K^2 - f')^{-1}$$

Здесь χ_1 — знакопостоянная положительная функция при разных значениях волнового числа K и параметра Холла. Функция χ положительна при больших значениях волновых чисел и отрицательна при

$$K < K_+ = \left(\frac{-f'}{2\Lambda \Omega_+} \right)^{1/2}$$

Отрицательность функции χ означает, что в этом случае имеет место жесткий режим потери устойчивости и автоколебательный режим существует при $\Omega_0 < \Omega_+$. В этом случае необходимо использовать разложение $\Omega_0 = \Omega_+ - \varepsilon^2$ и в формуле (3.7) перед правой частью будет стоять знак плюс.

Минимальное критическое значение параметра Холла Ω_{+min} попадает в область мягкого режима потери устойчивости, что подтверждается экспериментами [10,11]. При дальнейшем увеличении параметра Холла может возникать жесткий режим потери устойчивости при переходе через нейтральную кривую.

Автор благодарит А. А. Бармина и А. Г. Куликовского за полезное обсуждение результатов.

Поступила 24 III 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Velikchov E. P., Dykhne A. I. Plasma turbulence due to ionization instability in a strong magnetic field. Compt. Rendus 6-e Conférence Internat. phénomènes ionisation gaz, vol. 4, Paris, 1963.
2. Kerrebrock J. L. Nonequilibrium ionization due to electron heating. 1. Theory. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 6.
3. Шипук И. Я. Ионизация неустойчивости в дисковом канале неравновесного МГД-генератора. В сб.: Магнитогидродинамический метод получения электроэнергии. М., «Энергия», 1968.
4. Дыхне А. М. Ионизационная неустойчивость в ограниченной области. Electr. MHD, 1968, vol. 1, Vienna, 1968.
5. Shioda S., Heruya I. Electrothermal instability with effects of electron thermal conduction and wall boundaries. 12th Nat. Symposium Engng Aspects MHD, Aragonne Illinois, USA, 1972. (Рус. перев.: Прямое преобразование тепловой энергии в электрическую и топливные элементы, 1973, № 3.)
6. Велихов Е. П., Десярев Л. М., Самарский А. А., Фаворский А. П. Расчет ионизационной неустойчивости в низкотемпературной замагниченной плазме. Докл. АН СССР, 1969, т. 184, № 3.
7. Lengyel L. L. On the numerical simulation of ionization instability. Physics Letters, 1969, vol. 29A, No. 2, p. 60.
8. Недоспасов А. В. Страты. Успехи физ. наук, 1968, т. 94, вып. 3.
9. Ландау Л. Д. К проблеме турбулентности. Докл. АН СССР, 1944, т. 44, № 8.
10. Шипук И. Я., Пашкин С. В. Ионизационная неустойчивость плазмы в скрещенных полях. Докл. АН СССР, 1967, т. 176, № 6.
11. Riedmüller W. Experimental investigation of instabilities in a potassium-seeded argon plasma in crossed electric and magnetic fields. In: Electr. MHD, 1968, vol. 1. Vienna, 1968.