

**ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА КЛИНЕ,
ДВИЖУЩЕМСЯ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ,
ПРИ НЕРЕГУЛЯРНОМ УДАРНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ**

Л. Е. Пекуровский, С. М. Тер-Минасянц

(Москва)

Изучается дифракция, отвечающая таким диапазонам углов между фронтами падающего малого скачка давления и косоугольного скачка уплотнения, присоединенного к клину конечного угла раствора, в которых их пересечение находится в пределах искривленного участка скачка. К этим диапазонам примыкают области возможных регулярных встречных взаимодействий [1] — со стороны меньших значений углов, а со стороны больших — взаимодействий ударных волн одного направления, допускающих однородные потоки в окрестности пересечения фронтов [2,3]. Возникающая краевая задача имеет много общего с той же задачей при регулярном встречном взаимодействии, разобранный в работе [4], где, как и здесь, метод изучения связан с проведенным Лайтхиллом [5,6] рассмотрением возмущений однородного потока за плоским ударным фронтом.

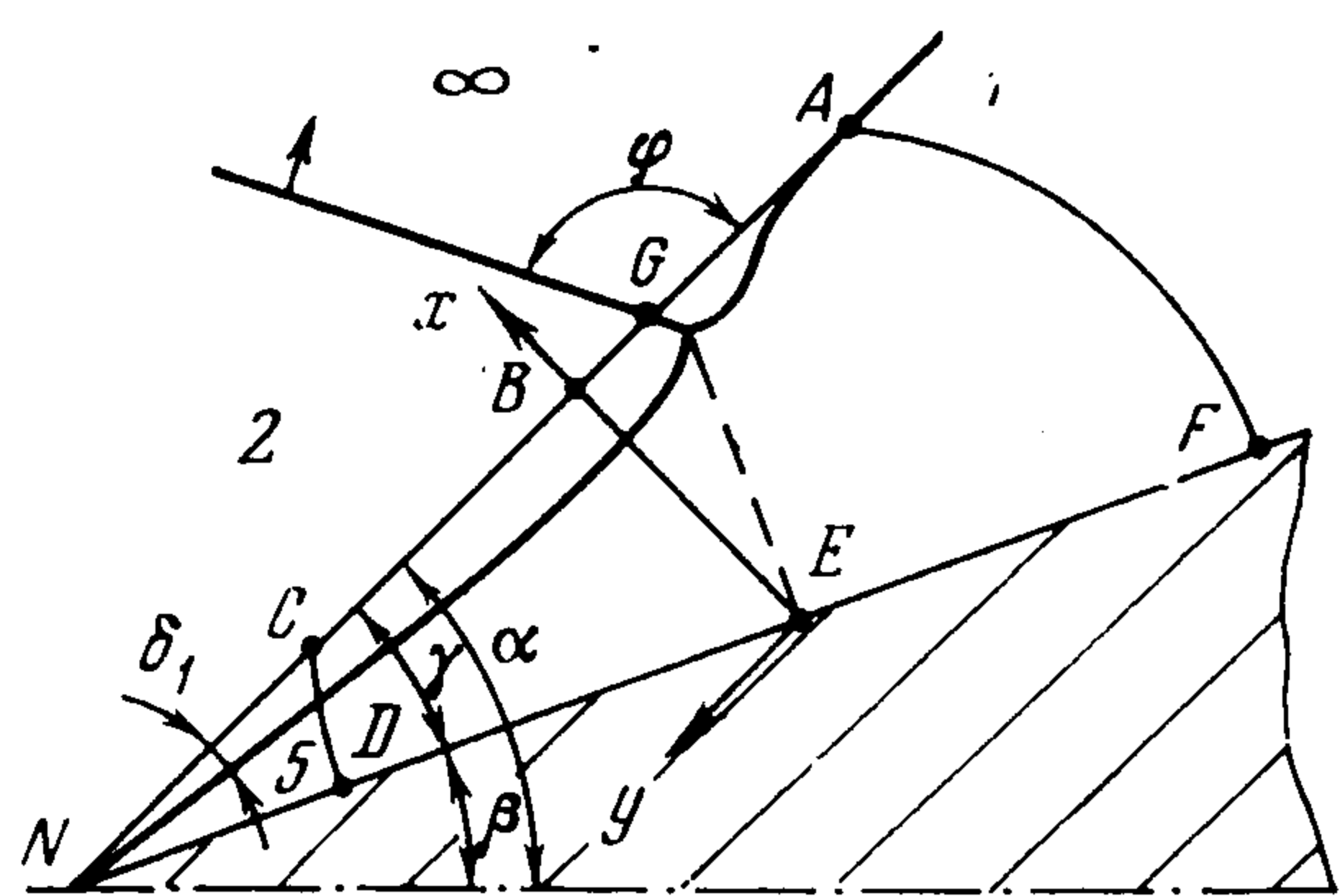
Влияние возникающей тройной ударной конфигурации представляется динамической составной особенностью в тройной точке. Некоторые ее стороны были ранее предсказаны Л. Д. Ландау [7].

Частный случай гиперзвуковой скорости движения клина малого угла раствора рассматривался Ингером [8, 9], однако в его рассмотрениях и решении содержатся положения, которые не согласуются с существующими представлениями.

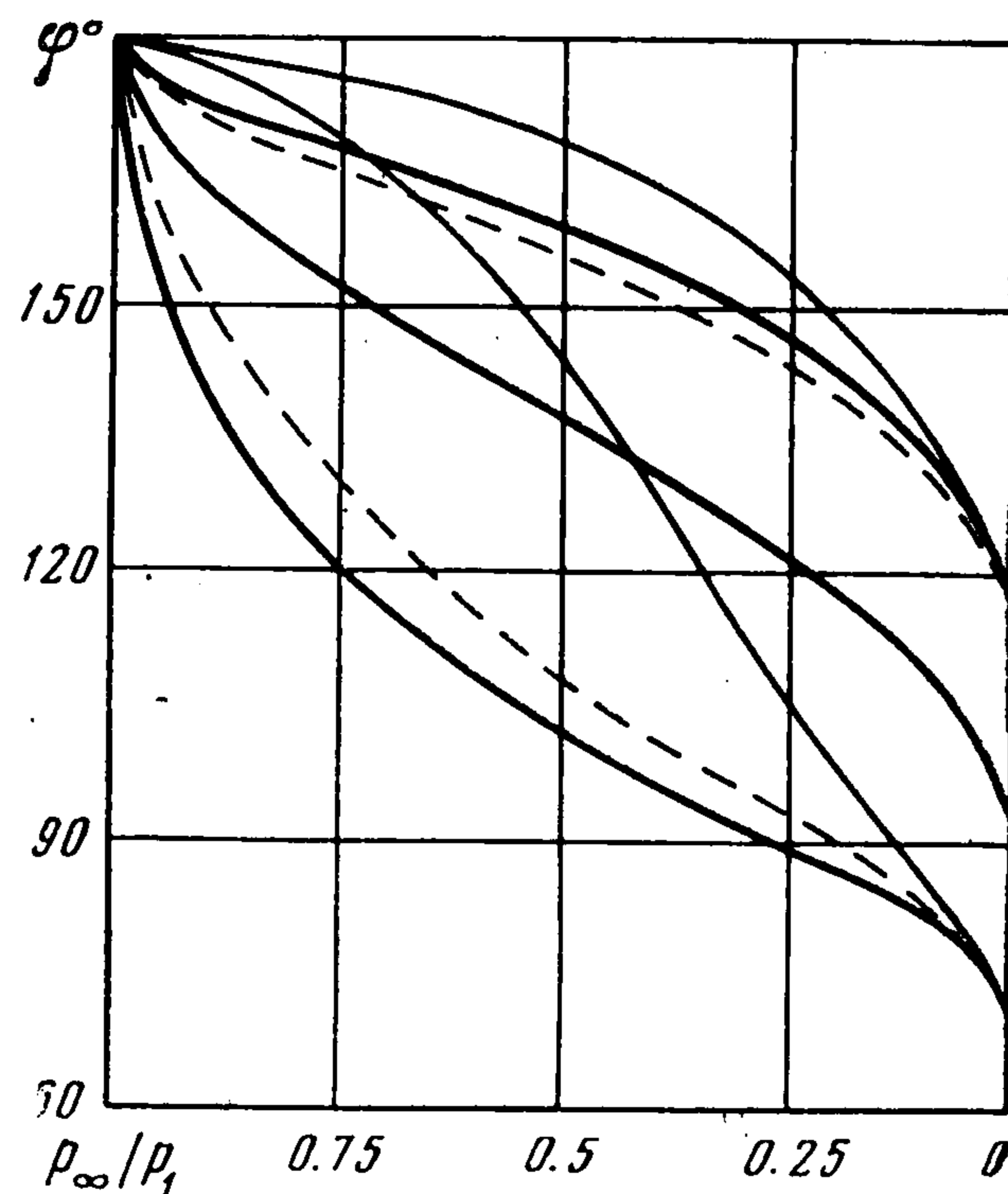
1. Изучаемое течение. В покоящемся идеальном газе движется клин со сверхзвуковой скоростью $M_\infty a_\infty$, образуя присоединенный плоский скачок уплотнения. Навстречу ему по газу со скоростью a_∞ , равной скорости звука в нем, распространяется слабый плоский скачок давления, фронт которого параллелен ребру клина. Частица газа, находившаяся в момент встречи у острия, явится центром E окружности Маха, дуги которой вместе с клином и косым скачком образуют границу области возникающей дифракции. Движение автомодельно. Указанная область изображена на фиг. 1. Возникающие области течений отмечены теми же цифрами, а обозначения параметров потоков имеют те же индексы, что и на фиг. 1 работы [4] и в данной работе. Углы наклона скачка α , клина β , угол χ между плоскостью падающего фронта и плоскостью симметрии клина предполагаются конечными, а отношение ε падающего скачка давления к давлению в покоящемся газе — малым параметром; точка E движется относительно клина со скоростью $a_1 M$. Оси автомодельных координат x , y имеют началом эту точку и направляются перпендикулярно и параллельно невозмущенному скачку уплотнения в плоскости, перпендикулярной ребру клина.

Рассмотрению подлежат режимы дифракции, в которых пересечение (точка G) волновых фронтов реализуется в пределах искривленного участка скачка уплотнения. Газ за косым скачком при этом движется относительно

точки G с дозвуковой скоростью; какой-либо преломленный волновой фронт, выходящий из этой точки в область неоднородного потока, невозможен — лишь тангенциальный разрыв соединяет ее с центром дифракции E ; возмущения, вносимые точкой G , распространяются по всей дифракционной области. Законы сохранения не позволяют окружить тройную точку



Фиг. 1



Фиг. 2

областями однородных потоков ни с какой наперед заданной степенью точности даже в сколь угодно малой ее окрестности; исключение составляют лишь случаи, в которых отношение давлений p_1 / p_∞ и угол $\varphi = \chi - \alpha$ между ударными фронтами связаны условиями ветвления (существования тройной ударной конфигурации, разделяющей однородные потоки) [10, 11].

Границы изменения трех исходных параметров β , M_∞ и χ , отвечающие изучаемым режимам, могут быть заданы семейством кривых на плоскости. Можно, однако, представить их зависимость лишь между двумя параметрами, выражающимися через исходные $M_c = M_\infty \sin \alpha$ и φ . Зная M_c и φ , нетрудно определить положение точки G на невозмущенном ударном фронте

$$(1.1) \quad y_G = -a_\infty (M_c \cos \varphi + 1) / a_1 \sin \varphi$$

Тогда названная граница определится геометрическим местом точек p_∞ / p_1 , φ , отвечающих совпадению положений точки G с точками A и C , где $y_G = \mp \sqrt{1 - m^2}$, $m = M \sin \gamma$, $\gamma = \alpha - \beta$. Она представлена на фиг. 2 крайними сплошными жирными линиями, а средняя отвечает совпадению точки G со серединой возмущенного участка скачка уплотнения. Точки тонких сплошных линий отвечают условиям ветвления [10, 11], а пунктирные линии поясняются в п. 5.

Параметры течений в областях 1 и 2 даны формулами (1.1) и (1.2) работы [4]; безразмерные возмущения давления, плотности, компонент ско-

рости и автомодельные координаты

$$p = \frac{p'}{\rho_1 a_1^2}, \quad \rho = \frac{\rho'}{\rho_1}, \quad u = \frac{u'}{a_1}, \quad v = \frac{v'}{a_1}, \quad x = \frac{x'}{a_1 t}, \quad y = \frac{y'}{a_1 t}$$

образованы из соответствующих размерных величин p' , ρ' , u' , v' , x' , y' и времени t .

В работе [4] показано, что после преобразования Буземана $r = 2R / (1 + R^2)$, $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ внутри возмущенной области функция p удовлетворяет уравнению Лапласа, на стенке — условию $\partial p / \partial n = 0$, на дугах окружности Маха — условию $\partial p / \partial s = 0$, если n и s — координаты вдоль внешней нормали и касательной по контуру.

2. Краевое условие на ударном фронте. Тройная точка на искривленном участке ударного фронта, имеющем уравнение $x = m + f(y)$, где $f(y)$ имеет порядок ϵ , разделяет его на две части, состояния газа перед которыми различны. Линеаризация законов сохранения приводит к краевым значениям функций u , v , p , имеющим на участке CG дополнительные слагаемые по сравнению с участком GA . Эти краевые значения удобнее, однако, представить едиными выражениями на всем искривленном участке ударного фронта AC

$$(2.1) \quad \begin{aligned} u &= \frac{2}{\kappa + 1} (1 + M_c^{-2}) (f - yf') + h_u \vartheta (y - y_G) \\ v &= -M_1 f' + h_v \vartheta (y - y_G), \quad M_1 = 2a_\infty (M_c - M_c^{-1}) / (\kappa + 1) a_1 \\ p &= \frac{4}{\kappa + 1} \frac{a_\infty \rho_\infty}{a_1 \rho_1} M_c (f - yf') + h_p \vartheta (y - y_G) \\ \vartheta (y - y_G) &= \begin{cases} 0, & y < y_G \\ 1, & y > y_G \end{cases} \end{aligned}$$

Здесь κ — показатель политропы, величины h_u , h_v , h_p — вторые слагаемые правых частей формул (2.2) работы [4]¹.

Из системы (2.1) после исключения u и v путем дифференцирования вдоль образа фронта с привлечением уравнений (2.1) работы [4] получается краевое условие для p и соотношение для $\partial v / \partial y$

$$(2.2) \quad (m^2 - 1) \frac{\partial p}{\partial x} + \left[(A + m)y - \frac{mB}{y} \right] \frac{\partial p}{\partial y} = \left(\frac{mB}{y} - Ay \right) S(y) \delta(y - y_G)$$

$$(2.3) \quad \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{B}{y} \frac{\partial p}{\partial y} - \left(\frac{h_p B}{y} - h_v \right) \delta(y - y_G)$$

$$(2.4) \quad S(y) = y (h_u y - m h_v) / (Ay^2 - mB) - h_p$$

Здесь $\delta(y - y_G)$ — дельта-функция Дирака, поэтому величина y в правых частях (2.2)–(2.4) относится к точке G . Константы A и B определены формулами (3.1) работы [4].

Преобразование Буземана переводит образ искривленного участка ударного фронта $r = m \sec \theta$ в дугу окружности $2R \cos \theta = m(1 + R^2)$ плоскости $\zeta = R \exp i\theta$, ортогональную к граничным дугам окружности

¹ Величина h_p записана в работе [4] с неверным знаком, что не отразилось на результатах.

Маха, не меняя очертаний остальных элементов границы области. Она далее отображается конформно на прямоугольник $0 < \sigma < l$, $0 < \tau < \pi$ плоскости $z = \sigma + i\tau$, причем

$$\sigma_G = l, \quad \tau_G = \arccos \frac{\sqrt{1-m^2} m_0 - My_G}{\sqrt{1-m^2} M - m_0 y_G}$$

Отображающая функция, величина l , зависимость $\theta = \theta(\tau)$ вдоль образа ударного фронта и входящие в них константы m_0 и q даны в работе [4] формулами (3.2)–(3.4).

Условие (2.2) в плоскости ζ преобразовывается к виду

$$(2.5) \quad \sqrt{1-m^2} \sec^2 \theta \frac{\partial p}{\partial n} - (mA \operatorname{tg} \theta - B \operatorname{ctg} \theta) \frac{\partial p}{\partial s} = \\ = (mA \operatorname{tg} \theta - B \operatorname{ctg} \theta) S \delta(s - s_G)$$

а в плоскости z может быть записано так:

$$(2.6) \quad b(\tau) (\partial p / \partial \sigma) - \partial p / \partial \tau = S \delta(\tau - \tau_G)$$

если под $b(\tau)$ понимать выражение (3.5) работы [4].

3. Решение краевой задачи. Формула (2.6) на образе ударного фронта и записанные в конце п. 1 условия на других участках контура позволяют определить аналитическую в прямоугольнике $0 < \sigma < l$, $0 < \tau < \pi$ функцию $\Gamma = \partial p / \partial \sigma - i \partial p / \partial \tau$ как решение задачи Римана — Гильберта [4, 12, 13]

$$(3.1) \quad \Gamma(z) = \Phi(z) \left\{ c_0 \frac{\omega^2(z) + 1}{\omega(z) - \xi(l + i\tau_G)} + c [\omega(z) - \xi_0(z_0)] \right\}$$

принимаящую на контуре значения

$$(3.2) \quad \Gamma^-(z) = \Phi^-(z) \left\{ c_0 \frac{\xi^2(z) + 1}{\xi(z) - \xi(l + i\tau_G)} + c [\xi(z) - \xi_0(z_0)] \right\} + \frac{S \delta(\tau - \tau_G)}{b(\tau_G) - i}$$

Входящая сюда константа c_0 дается выражением

$$(3.3) \quad c_0 = (-1)^j S |\xi'_\tau(l + i\tau_G)| [b^2(\tau'_G) + 1]^{-1/2} \{ \pi L_1(l + i\tau_G) L_2(l + i\tau_G) |\Lambda(l + i\tau_G)| [\xi^2(l + i\tau_G) + 1] \}^{-1} \\ j = \begin{cases} 0, & 0 < \tau < \tau_1 \\ 1, & \tau_1 < \tau < \tau_2, \\ 2, & \tau_2 < \tau < \pi \end{cases} \quad \cos \tau_{1,2} = \frac{m_0^2 \sqrt{mA} \mp \operatorname{tg} \gamma M^2 \sqrt{B}}{m_0 M (\sqrt{mA} \mp \operatorname{tg} \gamma \sqrt{B})}$$

$$(3.4) \quad \xi'_\tau(l + i\tau_G) = \frac{2K}{\pi \sqrt{k}} \frac{\vartheta_1(\tau_G, q)}{\vartheta_4(\tau_G, q)} \left[k - \frac{\vartheta_3^2(\tau_G, q)}{\vartheta_2^2(\tau_G, q)} \right]$$

Значения функций $L_1(z)$, $L_2(z)$, $\Lambda(z)$, $\omega(z) = \xi + i\eta$, $\Phi(z)$ на всех элементах границы области и входящих в них констант k , K и других даны в §4 и в начале §5 работы [4]; величины $\vartheta_1 - \vartheta_4$ — эллиптические тэта-функции [14].

Разделение действительной и мнимой частей выражения (3.2) дает значения производных возмущения давления. Вдоль образа ударного фронта

получается выражение

$$(3.5) \quad \frac{\partial p}{\partial \tau} = \frac{(-1)^j L_1 L_2 |\Lambda| b(\tau)}{\sqrt{b^2(\tau) + 1}} \left[c_0 \frac{\xi^2 + 1}{\xi - \xi_G} + c(\xi - \xi_0) \right] - \frac{S \delta(\tau - \tau_G)}{b^2(\tau) + 1}$$

Входящие сюда функции L_1 , L_2 , $|\Lambda|$ и ξ имеют аргументом $l + i\tau$, причем здесь и ниже $\xi(l + i\tau_G)$ обозначено через ξ_G . В выражении производной вдоль образа стенки

$$(3.6) \quad \frac{\partial p}{\partial \tau} = \sqrt{k} \frac{\vartheta_3(\tau, q)}{\vartheta_4(\tau, q)} L_2 \Lambda \left[c(\xi - \xi_0) + c_0 \frac{\xi^2 + 1}{\xi - \xi_G} \right]$$

аргумент тех же функций равен $i\tau$.

Нормировочные условия, под которыми определяются константы c и ξ_0 , завершая решение задачи

$$(3.7) \quad B \int_0^\pi \frac{\partial p}{\partial \tau} \frac{d\tau}{y(\tau)} = v_5 + \frac{h_p B}{y_G} - h_v, \quad \int_0^\pi \frac{\partial p}{\partial \tau} d\tau = p_5$$

по виду мало отличаются от таковых в задаче с регулярным взаимодействием [4]. Однако, как видно из (3.5), входящие туда интегралы в случае изучаемой задачи сингулярны, так что нормирующим инструментом могут быть лишь их главные значения по Коши. С учетом сказанного для констант c и ξ_0 можно использовать формулы (5.5) работы [4]; содержащиеся в них интегралы $I_1 - I_6$ и входящая в них функция $\Psi(\tau)$ указаны там же¹, константы c_1 , c_2 и p_5 в данном случае получаются в виде

$$(3.8) \quad c_1 = -\sqrt{1 - m^2} \left[\left(h_p + \frac{S}{b^2(\tau_G) + 1} \right) y_G^{-1} - \frac{2(M_c^2 + 1)\delta_1}{(\kappa + 1)AM_c} \right]$$

$$c_2 = -p_5 - \frac{S}{b^2(\tau_G) + 1}, \quad p_5 = \frac{4\delta_1}{\kappa + 1} \frac{M_c^2 + 1}{2AM_c} M \cos \gamma + h_p$$

Здесь δ_1 — изменение угла наклона скачка уплотнения после встречи с падающей волной. Интегралы I_5 и I_6 понимаются в смысле их главных значений; при $\tau_G \rightarrow 0$, π они существуют в обычном смысле, ибо при этом $b(\tau) \rightarrow 0$ со скоростью линейной функции.

4. Форма искривленного участка скачка уплотнения. Второе соотношение (2.1) для краевого значения составляющей возмущения скорости вдоль ударного фронта можно разрешить относительно производной f' его формы; после дифференцирования по y в правую часть полученного выражения войдет производная $\partial v / \partial y$, даваемая выражением (2.3). Получается дифференциальное уравнение]

$$(4.1) \quad f''_{yy} = -\frac{\kappa + 1}{2M_c} \frac{a_1}{a_\infty} \frac{B}{1 - M_c^2} \frac{1}{y} \left[\frac{\partial p}{\partial y} - h_p \delta(y - y_G) \right]$$

Интегрирование с учетом краевого условия $f = f_y' = 0$ в точке A приводит к выражению

$$f(y) = -\frac{\kappa + 1}{2M_c} \frac{a_1}{a_\infty} \frac{B}{1 - M_c^2} \int_0^{\tau(y)} [y - t(\lambda)] \left[\frac{\partial p}{\partial \lambda} - h_p \delta(t - t_G) \right] \frac{d\lambda}{t(\lambda)}$$

¹ В выражении $\Psi(\tau)$ в работе [4] пропущен множитель $(-1)^j$.

Символы $y(\tau)$ и $t(\lambda)$ обозначают одну и ту же зависимость. Нормировочные условия (3.7) предписывают соблюдение краевых условий для функций f и f_y' в точке C .

5. Характер решения в окрестности тройной точки и предельный переход к задаче дифракции с регулярным взаимодействием. Все компоненты возникающей особенности представлены производной $\partial p / \partial \tau$ вдоль образа ударного фронта (3.5). Решение образуется из гладкой функции, логарифмической особенности и конечного скачка давления величиной $-S/[b^2(\tau_G)+1]$. По (2.4) и (1.1) можно указать зависимость между исходными параметрами, отвечающую условию $s=0$; на фиг. 2 она представлена тонкими сплошными линиями. Согласно (3.3), при этом $c_0=0$; отсутствует не только скачок давления, но и логарифмическая особенность. В достаточно малой окрестности тройной точки ударные фронты и тангенциальный разрыв разделяют потоки, сколь угодно мало отличающиеся от однородных. Указанные кривые ветвления полностью соответствуют кривым, приведенным в работах [10, 11]. Крайние и среднее положения тройной точки $y_G = \mp \sqrt{1-m^2}, 0$ (жирные сплошные линии на фиг. 2) доставляют выражению (3.5) неопределенности при $\tau \rightarrow \tau_G = 0, \pi, \arccos(m_0/M)$, ибо при этом $b(\tau) \rightarrow 0$. Они легко раскрываются заменой $\xi_G - \xi = \xi_{\tau}'(\tau_G - \tau)$, так как ξ_{τ}' содержится множителем в c_0 . При этом в окрестности точки $\tau = \arccos(m_0/M)$

$$\partial p / \partial y = 2Sm / \pi \sqrt{1-m^2} - S \delta(y - y_G), \quad S = -h_p$$

В крайних точках дельта-функция с тем же знаком и коэффициентом S (принимаям другие значения) складывается с другими, тоже конечными величинами, так что при $\tau_G \rightarrow \arccos(m_0/M), 0, \pi$ зависимость давления от координаты вдоль ударного фронта не содержит логарифмических особенностей (точки ветвления второго рода). Если, таким образом, выбрать конкретный вариант задачи, а затем, изменяя какой-либо внешний параметр (например угол χ), устремить точку G к точке A или C ($y_G \rightarrow \mp \sqrt{1-m^2}, \tau_G \rightarrow 0, \pi$) логарифмическая особенность, делаясь заметной во все меньшей окрестности точки G , нивелируется; в пределе тройная точка несет лишь конечный скачок давления величиной S .

Следует заметить, что производная $\partial p / \partial y$ остается бесконечной и в пределе за счет того, что $\partial \tau / \partial y \rightarrow \infty$ при $y \rightarrow \pm \sqrt{1-m^2}$, хотя предельное значение $\partial p / \partial \tau$ конечно, т. е. при $y_G = \pm \sqrt{1-m^2}$ кривые $p = p(y)$ касаются вертикалей.

Значение скачка давления на образе ударного фронта для предельного на нем правого положения точки G , равное значению величины S при подстановке в формулу (2.4) $y_G = -\sqrt{1-m^2}$, как нетрудно убедиться, оказывается равным значению p_4 , имеющему место справа от точки A в решении задачи дифракции с регулярным взаимодействием [4], когда точка G приближается к точке A по маховской дуге AF . Формулы (3.8) для констант c_1 и c_2 при этом оказываются совпадающими с аналогичными в § 5 работы [4], что исчерпывает вопрос о непрерывности перехода построенного

решения для давления в решение задачи дифракции с регулярным взаимодействием.

Примечательными являются также точки

$$\tau_G = \tau_{1,2}, \quad y_G = \mp \sqrt{mB/A}$$

При этом $b(\tau) \rightarrow \infty$, исчезает конечный скачок давления, логарифмическая особенность симметрична (ветвление третьего рода). На фиг. 2 этим случаям соответствуют пунктирные линии.

Из уравнения (4.1) видно, что угол наклона фронта f_y' представляется функциями того же типа, что и возмущение давления, причем суммарный коэффициент перед дельта-функцией, согласно (3.5) и (4.1), здесь равен величине

$$(5.1) \quad B [h_p + S / (b^2 + 1)] / M_1 y_G$$

Он относит каждому положению точки G некоторую величину скачка угла наклона ударного фронта, хотя другое слагаемое выражения (3.5), входящее в (4.1), указывает на то, что тангенс этого угла стремится к бесконечности при $y \rightarrow y_G$. Это обстоятельство, как и факт существования логарифмической особенности давления, составляет дефект линейного рассмотрения задачи. Форма скачка уплотнения в малой окрестности точки G оказывается сложной. При рассмотрении ниже полученных вычислениями кривых линий форм фронтов и возможных попытках геометрических построений тройных ударных конфигураций в окрестности точки G , во избежание недоразумений, следует помнить, что краевые условия задачи были снесены на линию невозмущенного косоугольного скачка и этой линии принадлежит также и точка G .

Получающийся скачок угла наклона фронта с учетом отмеченного дефекта можно считать относящимся к границам какой-то окрестности точки G .

В случаях ветвления при $S = 0$ ветви искривленного скачка в тройной точке составляют между собою угол $\pi - h_p B / M_1 y_G$; описанный дефект отсутствует. Этот дефект также не имеет места при совпадениях точки G с точками A и C , где величина наклона фронта к его продолжениям за пределы дифракционной области дается выражением (5.1). В точке A , при подстановке в это выражение значения $y_G = -\sqrt{1 - m^2}$, величина наклона, как можно убедиться, оказывается равной величине

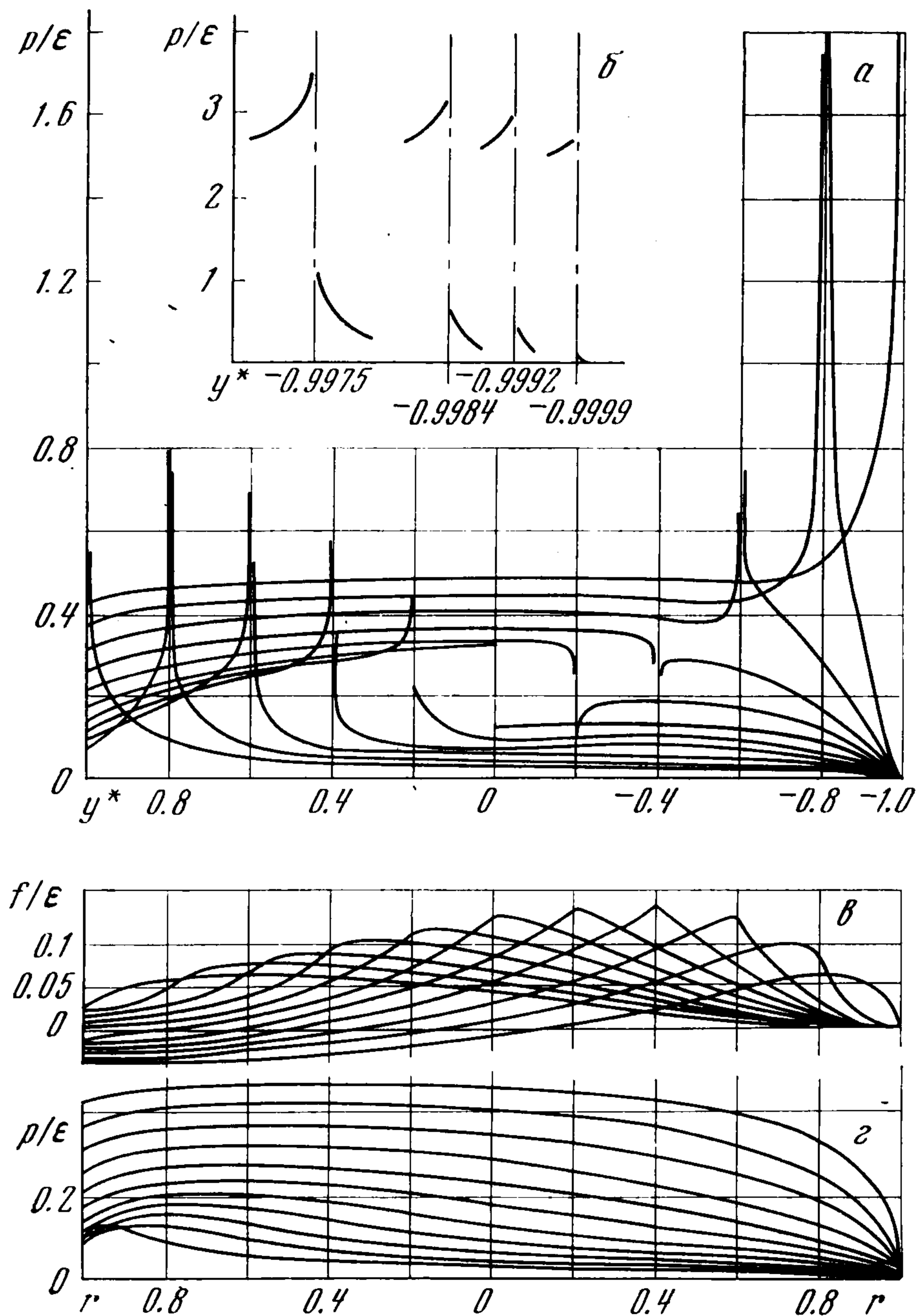
$$\delta_2 = B (p_4 - h_p) / M_1 \sqrt{1 - m^2}$$

получающейся также из соотношения (2.2) работы [4] для угла преломления ударного фронта в решении задачи дифракции с регулярным взаимодействием.

6. Результаты расчетов. Для иллюстрации свойств решения на фиг. 3 представлены кривые распределения давления вдоль ударного фронта ($a, б$), формы ударного фронта ($в$), давления на стенку ($г$). Они соответствуют движению клина с углом рас-

твора 20° при $M_\infty = 3.2$ и одиннадцати значениям угла χ из изучаемого диапазона ($125.8^\circ, 132.1^\circ, 138.6^\circ, 145.3^\circ, 151.8^\circ, 158.1^\circ, 164.1^\circ, 169.5^\circ, 174.3^\circ, 178.5^\circ, 182.2^\circ$). Этот диапазон фиксируется по кривым, представленным на фиг. 2; угол наклона невозмущенного скачка уплотнения $\alpha = 36.3^\circ$, отношение давлений $p_\infty / p_1 = 0.248$.

Для унификации масштабов давление вдоль фронта и форма фронта представлены в зависимости от координаты $y^* = y / \sqrt{1 - m^2}$, изменяющейся от -1 (точка А) до $+1$ (точка С), а давление на стенку — в зависимости от координаты r вдоль стенки, отсчитываемой в обе стороны от точки Е, так что в точках А и С $r = 1$.



Фиг. 3

Выбранным значениям угла χ соответствуют положения точки G , отстоящие одно от другого на расстоянии $0.2 \sqrt{1 - m^2}$. Угол $\chi = 125.8^\circ$ соответствует крайнему правому положению точки G , $y_G^* = -1$, а следующие в порядке перечисления — смещения точки G влево с указанным шагом. Сказанное позволяет легко найти нужную кривую в семействе, так как каждая кривая давления вдоль фронта имеет над точкой G особенность, а форма фронта в окрестности точки G имеет наибольшее отклонение от исходной прямолинейной. Представленные кривые давления на стенку располагаются соответственно перечисленным выше значениям угла χ одна под другой (верхняя кривая отвечает углу $\chi = 125.8^\circ$).

Повышение давления на стенку в левом углу дифракционной области при больших значениях угла χ объясняется близостью точки G к этому месту стенки, находящейся в таких режимах дифракции на участке косога скачка, близком к ребру клина.

Из рассмотрения кривых давления вдоль искривленной части ударного фронта (кривых a) не видно тех свойств функции $p(y)$ вблизи граничных точек A и C , которые описаны в п. 5. Ее стремление к конечному пределу при $y^* \rightarrow \pm 1$ в случаях $y_G^* = \pm 1$ обнаруживается лишь в очень малой окрестности этих точек; оно иллюстрировано кривыми (б), где окрестность точки A представлена в крупном масштабе; величины y_G^* указаны цифрами под штрихпунктирными линиями.

В случае совпадения точки G с точкой A давление вблизи нее падает с ростом y по закону, близкому к логарифмическому. При смещении ее влево возникает логарифмическая особенность; скачок давления меняет знак при переходе точки G через точку ветвления третьего рода $y_G = y(\tau_1)$, исчезая в ней, а кривая давления в окрестности точки G становится симметричной. При дальнейшем смещении влево точка G попадает в точку ветвления, обуславливая непрерывность давления вдоль всего искривленного участка ударного фронта и перемену знаков логарифмической особенности и скачка давления (на фиг. 3 нет кривых, точно соответствующих ветвлению или случаю $y_G = y(\tau_1)$, но легко усматриваются близкие к ним). При положениях точки G левее точки ветвления описанные особенности вновь имеют место вплоть до ее совпадения с точкой ветвления второго рода $y_G = 0$, когда опять, меняя знак, исчезает логарифмическая особенность, а скачок давления сохраняется вплоть до значения $y_G = y(\tau_2)$. В случаях $y_G^* = y^*(\tau_2)$, $y_G^* = 1$ поведение функции $p(y)$ аналогично таковому при $y_G^* = y^*(\tau_1)$, $y_G^* = -1$.

При проведении всех вычислений, результаты которых представлены на фиг. 2,3, предполагалось, что $\kappa = 1.4$.

7. О работах Ингера [8, 9]. Предположения малого угла раствора клина и гиперзвуковой скорости его движения позволили Ингеру [8, 9] использовать симметричное решение Лайтхилла [6] задачи дифракции ударной волны на тупом клине. Однако добавляется лишь слагаемое, учитывающее добавочное давление перед дифракционной областью по течению. Построенное таким путем решение непрерывно в точке пересечения фронтов.

Одну из двух входящих туда констант, а также наклон тангенциального разрыва в тройной точке автор определяет при условиях непрерывности в этой точке искривленного фронта и нормальной к тангенциальному разрыву проекции скорости, получая направление тангенциального разрыва отличающимся на конечный угол от направления вектора скорости однородного потока за плоским ударным фронтом, хотя линейность задачи допускает для величины этого угла лишь порядок ϵ . Нетрудно показать, что такой способ действий будет противоречить, например, условию непрерывности давления в тройной точке (если после определения наклона [тангенциального разрыва в условии для скоростей на нем выразить их проекции через наклон фронта, определить его излом и подставить в условие для давления на этом разрыве), а также другим фактам, но в этом нет необходимости. Как описано выше, при нерегулярном встречном взаимодействии двух ударных волн, возникших по независимым причинам, течение в малой окрестности тройной точки можно считать состоящим из системы однородных потоков, а решение для давления — непрерывным в этой точке лишь при отдельных значениях параметров течения, удовлетворяющих условиям ветвления [10,11], а не при произвольных их значениях.

В работе [8] приведены расчеты распределения возмущения давления вдоль стенки и вдоль ударного фронта. Вдоль стенки возмущение давления имеет максимум, являющийся наибольшим значением и превосходящий его наибольшее значение на фронте; автор подчеркивает этот факт при обсуждении результатов.

Так как на стенке нормальная производная возмущения давления равна нулю, из соображений симметрии следует, что указанный факт не согласуется с принципом максимума модуля гармонической функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тер-Минасянц С. М. Регулярное встречное взаимодействие плоских ударных волн. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1962, т. 2, № 2.
 2. Росляков Г. С. Взаимодействие плоских скачков одного направления. В сб.: Численные методы в газовой динамике, вып. 4. М., Изд-во МГУ, 1965.
 3. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
 4. Тер-Минасянц С. М. Дифракция плоской волны на клине, движущемся со сверхзвуковой скоростью. ПММ, 1971, т. 35, вып. 2.
 5. Lighthill M. J., The diffraction of blast I. Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1949, vol. 198, No. 1055, p. 454—470.
 6. Lighthill M. J. The diffraction of blast. II. Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1950, vol. 200, No. 1063, p. 554—565.
 7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
 8. Ингер Г. Р. Взаимодействие взрывной волны с тонким клином, движущемся с гиперзвуковой скоростью. Ракетн. техн. и космонавтика, 1966, № 3.
 9. Ингер Г. Р. Косое падение взрывной волны на тонкое тело, летящее с гиперзвуковой скоростью. Ракетн. техн. и космонавтика, 1966, № 8.
 10. Вуст В. К теории разветвленных скачков уплотнения. В сб.: Газовая динамика, М., Изд-во иностр. лит., 1950.
 11. Векен Ф. Предельные положения вилкообразных скачков уплотнения, Механика, Сб. перев., 1950, № 4.
 12. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения, М., Физматгиз, 1962.
 13. Гахов Ф. Д. Краевые задачи, М., Физматгиз, 1963.
 14. Сикорский Ю. С. Элементы теории эллиптических функций с приложениями к механике. М.—Л., Гл. ред. общетехн. лит. и номогр., 1936.
-