Прикладная математика и механика. Том 38, 1974

УДК 62—50

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИИ С ПОГРЕШНОСТЬЮ ИСПОЛНЕНИЯ УПРАВЛЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

А. С. Братусь

(Москва)

Решается задача оптимального управления конечным состоянием движущегося объекта в случае, когда имеется погрешность в исполнении управляющего воздействия и наложены ограничения на ресурсы управления.

Ранее задача о стабилизации систем, в которых помеха зависит от величины управляющего воздействия, рассматривалась в работе [1]. В [2] рассматривалась задача оптимального управления с ошибками в исполнении управляющего воздействия без ограничений на управляющую функцию. Некоторые другие задачи оптимальной коррекции при случайных возмущениях рассматривались в работах [3–6].

1. Постановка задачи. Пусть управляемое движение материальной точки описывается уравнением

$$d^2x/dt^2 = u(t) + c_1 |u|^{m/2} \xi(t) + c_2\eta(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad x^{\bullet}(t_0) = x_0^{\bullet} \tag{1.1}$$

Здесь t — время, x — скалярная фазовая координата, u — управляющая функция, величина $|u|^{m/2}$ имеет смысл интенсивности возмущений, обусловленных действием управления, m — некоторое положительное число, являющееся параметром задачи, ξ и η — независимые гауссовские белые шумы единичной интенсивности, c_1 и c_2 — положительные постоянные.

Требуется найти управление, удовлетворяющее интегральному ограничению

$$\int_{t_0}^{T} |u|\, dt \leqslant q_0, \qquad q_0 \geqslant 0 \tag{1.2}$$

имеющему смысл ограничения на ресурсы управления и минимизирующее в конечный момент времени T математическое ожидание следующей функции от фазовых координат:

$$J = F[x(T)] \tag{1.3}$$

Функция F задает некоторую меру отклонения системы от нуля. Предполагается, что она обладает свойствами четности, неотрицательности и строгой монотонности и выпуклости, а именно

$$F(x) \geqslant 0,\ F(0) = 0,\ F(x) = F(-x);\ F'(x) > 0,\ F''(x) > 0,\ x > 0 \tag{1.4}$$

Поставленная задача моделирует задачу оптимальной коррекции бокового отклонения аппарата в поле случайных сил в том случае, когда возникают дополнительные случайные возмущения, являющиеся следствием воздействия управляющей силы.

Введем новую переменную $y = (T - t)x^{\cdot} + x$. Уравнение (1.1) примет вид

$$dy/dt = (T - t)\{[u + c_1 |u|^{m/2} \xi] + c_2\eta\}, \quad y(t_0) = y_0 \tag{1.5}$$

Так как $y(T) = x(T)$, то функционал (1.3) запишется в том же виде, что и ранее.

Обобщением уравнения (1.5) является уравнение

$$dy/dt = a(t)[u + c|u|^{m/2} \xi] + b(t)\eta, \quad y(t_0) = y_0 \tag{1.6}$$

Здесь c — положительная постоянная, $a(t)$, $b(t)$ — гладкие монотонно убывающие функции, имеющие смысл интенсивности управления и шума соответственно. Не нарушая общности, считаем, что

$$a(t) > 0, \quad b(t) > 0, \quad 0 \leqslant t \leqslant T; \quad a(T) = b(T) = 0$$

Ищется управление, удовлетворяющее ограничению (1.2) и минимизирующее математическое ожидание функционала (1.3).

2. Основные уравнения. Составим уравнение Беллмана — Айзекса задачи (1.6) с функционалом (1.3). Введем переменную q, имеющую смысл неизрасходованного ресурса управления. Из условия (1.2) следует уравнение и граничное условие для q

$$dq/dt = -|u|, \quad q(t_0) = q_0 > 0, \quad q(T) \geqslant 0 \tag{2.1}$$

Пусть $S(t, y, q)$ — минимальное значение математического ожидания функционала $F[y(T)]$, которое может быть достигнуто при начальных условиях $t_0 = t$, $y_0 = y$, $q_0 = q$ в задаче (1.6), (2.1).

Уравнение Беллмана для функции S имеет вид [5,6]

$$S_\tau = \min_u \left\{-|u| S_q + a(\tau) u S_y + \frac{1}{2} a_1^2(\tau) |u|^m S_{yy}\right\} + \frac{1}{2} b^2(\tau) S_{yy} \tag{2.2}$$
$$(a_1(\tau) = c a(\tau))$$

Здесь $T - t = \tau$ — обратное время, нижние индексы у функции S означают взятие соответствующих частных производных, через $a(\tau)$ и $b(\tau)$ обозначены функции $a(t)$ и $b(t)$ при замене переменных $t = T - \tau$.

К уравнению (2.2) добавляется начальное условие

$$S(0, y, q) = F(y) \tag{2.3}$$

Из постановки задачи, свойств (1.4) функции F и предположения о гладкости функции S по переменной y вытекает, что

$$S(\tau, y, q) = S(\tau, -y, q), \quad \operatorname{sign} S_y = \operatorname{sign} y \tag{2.4}$$

Первое свойство отражает четность функции S, второе — следует из того, что чем больше отклонение $|y_0|$ в (1.6), тем больше при прочих равных условиях будет конечное отклонение $|y(T)|$.

Из (2.4) следует, что справедливо краевое условие

$$S_y(\tau, 0, q) = 0 \tag{2.5}$$

Выполним операцию взятия минимума в (2.2) в области $y \geqslant 0$. Ясно, что в этой области $u \leqslant 0$.

Если $m > 1$, то для того, чтобы минимум выражения, стоящего в правой части (2.2), был конечным, необходимо, чтобы $S_{yy} \geqslant 0$. Если же $m < 1$, то по тем же соображениям необходимо, чтобы выполнялось условие $S_q + a(\tau) S_y \leqslant 0$. Действительно, в противном случае получим, что $S_\tau = -\infty$ и, следовательно, так как $\tau = T - t$, $S_t = +\infty$. Последнее означает, что средняя величина промаха, задаваемого функцией S, с увеличением времени $t \leqslant T$ возрастает, что противоречит физическому смыслу задачи. Случай $m = 1$ будет рассмотрен особо.

Вычисляя минимум правой части (2.2), в области $y \geqslant 0$ получим с учетом того, что здесь $u \leqslant 0$

$$u = -\left(\frac{1}{m}\right)^{1/(m-1)} \left[\frac{S_q + aS_y}{{}^1/_2 a_1^2 S_{yy}}\right]^{1/(m-1)} \tag{2.6}$$

Из (2.6) следует, что уравнение (2.2) принимает в области $y \geqslant 0$ вид

$$S_\tau = \frac{1-m}{m}\left(\frac{1}{m}\right)^{1/(m-1)} \frac{[S_q + aS_y]^{m/(m-1)}}{[{}^1/_2 a_1^2\, S_{yy}]^{1/(m-1)}} + \frac{1}{2} b^2 S_{yy} \tag{2.7}$$

Таким образом, задача свелась к отысканию решения уравнения (2.7), зависящего от числа $m > 0$ как от параметра и удовлетворяющего краевым условиям (2.3), (2.5).

3. Построение решений. *3.1. Случай* $m > 1$. Как уже отмечалось, в этом случае необходимо, чтобы $S_{yy} \geqslant 0$. Учитывая свойства (1.4) и (2.4), можем считать, что

$$S_{yy} > 0, \quad y > 0 \tag{3.1}$$

Используя формулу (2.6), запишем уравнение (2.7) в следующем виде:

$$S_\tau = {}^1/_2 (1 - m) \,|\, u \,|^m \, a_1^2(\tau) S_{yy} + {}^1/_2 b^2(\tau) S_{yy} \tag{3.2}$$

Рассмотрим два случая.

а) $b(\tau) \equiv 0$. Полагая, что $u < 0$ и учитывая, что $m > 1$ и свойство (3.1) из (3.2), получим, что $S_\tau < 0$, когда $y > 0$ (напоминаем, что $T - t = \tau$ — обратное время), и следовательно, значение функции S с увеличением времени $t \leqslant T$ монотонно увеличивается. Это означает, что при наличии любого управления $u \neq 0$ величина промаха задаваемого функцией (1.3) может лишь возрасти и тем самым любое управление приводит к ухудшению положения в смысле критерия (1.3). Поэтому необходимо, чтобы $u = 0$. Из уравнений (1.6) и (2.1) следует, что в этом случае $y = \mathrm{const}$, $q = \mathrm{const}$ и $S = F(y)$.

Рассмотренный случай имеет простой физический смысл. В этом случае погрешность в исполнении управляющего воздействия настолько велика, что превосходит вклад самого управляющего воздействия и поэтому лучшим способом управления системой является $u = 0$.

б) $b(\tau) \not\equiv 0$. В этом случае необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$|u| \leqslant \left[\frac{b^2(\tau)}{(m-1)\, a_1^2(\tau)}\right]^{1/m} \tag{3.3}$$

Действительно, если неравенство (3.3) нарушается, то из (3.2) следует, что $S_\tau < 0$, и приходим к ситуации, описанной выше. Покажем, что оптимальным управление задается значением

$$u = -\left[\frac{b^2(\tau)}{(m-1)a_1^2(\tau)}\right]^{1/m}, \qquad y \geqslant 0 \tag{3.4}$$

Пусть S^1 — решение уравнения (3.2) с краевыми условиями (2.3), (2.5), соответствующее значению управления u, определяемому формулой (3.4), Из (3.2) и (3.4) следует, что $S_\tau^1 = 0$ в области $y \geqslant 0$. Через S^2 обозначим решение уравнения (3.2), соответствующее любому управлению, удовлетворяющему строгому неравенству (3.3). Из (3.2) и (3.3) следует, что $S_\tau^2 > 0$ в области $y \geqslant 0$

Тогда получим, что

$$\frac{\partial}{\partial\tau}(S^1 - S^2) < 0, \quad y > 0, \quad (S^1 - S^2)|_{\tau=0} = 0$$

Последнее равенство следует из краевого условия (2.3). Следовательно $S^1 - S^2 \leqslant 0$, $y \geqslant 0$. Это означает, что значение функции S^1, соответствующее управлению (3.4), всегда меньше значения функции S^2, соответствующей любому другому из множества возможных управлений задаваемого строгим неравенством (3.3).

Из (2.1) получим, что при управлении (3.4)

$$q(t) = \int_{t_0}^{t} \left[\frac{b_2(\lambda)}{(m-1)a_1^2(\lambda)}\right]^{1/m} d\lambda$$

Пусть t^* — тот момент времени, при котором для заданных значений t_0 и q_0 исчерпывается весь запас ресурса управления с управляющей функцией, определенной формулой (3.4), т. е. $q_0 = q(t^*)$.

Если $t^* \geqslant T$, то запас ресурсов управления оказывается достаточным для того, чтобы производить управление (3.4) до конечного момента времени T. Из (3.2) и (3.4) следует, что $S_\tau = 0$ и выполняются краевые условия (2.3), (2.5). Решением задачи в этом случае является функция $S = F(y)$.

Если $t^* < T$, то запас ресурсов управления недостаточен для того, чтобы производить управление (3.4) до конечного момента времени T. В этом случае $S_\tau = 0$ при $0 \leqslant t = T - \tau < t^*$ и $S_\tau = {}^1/_2 b^2 S_{yy}$ при $t^* \leqslant t = T - \tau < T$ для заданных значений t_0, q_0.

Решение задачи определяется формулами

$$S = \begin{cases} S(\tau^*, y, q) & \tau^* < \tau \leqslant T \\ S(\tau, y, q) & 0 < \tau \leqslant T - \tau^* \end{cases}$$

Здесь

$$S(\tau, y, q) = [2\sqrt{\pi B(\tau)}]^{-1} \int_0^\infty F(\lambda) \times$$
$$\times \left\{\exp\left[-\frac{(\lambda - y)^2}{4B(\tau)}\right] + \exp\left[-\frac{(\lambda + y)^2}{4B(\tau)}\right]\right\} d\lambda \tag{3.5}$$

$$B(\tau) = \int_0^\tau b^2(z)\,dz, \qquad \tau^* = T - t^*$$

Таким образом, в рассмотренном случае с начального момента t_0 до момента t^*, зависящего от величины запасов ресурсов управления q_0, производится управление (3.4), а затем после того, как иссякают запасы ресурсов управления $u = 0$ и система подвергается лишь внешним случайным воздействиям.

3.2. Случай $m = 1$. Для рассмотрения этого случая применим прием, использованный в работе [3]. Положим

$$G = {}^1/_2 a_1^2\, S_{yy} - S_q - a(\tau)\, S_y$$

Тогда уравнение (2.7) при $m \neq 1$ можно записать в виде

$$S_\tau = \frac{1-m}{2m}\left(\frac{1}{m}\right)^{1/(m-1)} a_1^2 \left(1 - \frac{G}{{}^1/_2 a_1^2 S_{yy}}\right)^{m/(m-1)} S_{yy} + \frac{1}{2} b^2 S_{yy} \tag{3.6}$$

Будем переходить к пределу в (3.6) при $m \to 1$, учитывая при этом, что $S_{yy} > 0$, когда $y \neq 0$. Если в какой-либо точке области $y > 0$, $G < 0$, то предел правой части (3.6) оказывается равным бесконечности при $m \to 1$, что лишено смысла. Поэтому необходимо, чтобы всюду в области $y > 0$ выполнялось $G \geqslant 0$. Пусть D_1 — та часть области, где $G > 0$. В области D_1, переходя к пределу при $m \to 1$ в уравнении (3.3), получим

$$S_\tau = {}^1/_2 b^2(\tau)\, S_{yy}, \quad {}^1/_2 a^2_1(\tau) S_{yy} - S_q - a(\tau)\, S_y > 0 \tag{3.7}$$

Из (2.6) в этом случае следует, что $u = 0$ в D_1. В остальной части области $y > 0$, которую обозначим через D_2, выполняется

$${}^1/_2 a_1^2(\tau)\, S_{yy} - S_q - a(\tau)\, S_y = 0 \tag{3.8}$$

При этом из (2.6) вытекает, что $u < 0$.

Области D_1 и D_3 имеют следующий смысл. В области D_1, где $u = 0$, происходит неуправляемое движение под действием случайных сил; в области D_2, как можно заключить из (3.4), переходя к пределу при $m \to 1$ происходит мгновенная импульсная коррекция (u — дельта-функция времени). Из сказанного ясно, что определение границы Г, разделяющей области D_1 и D_2, полностью решает задачу синтеза оптимального управления в этом случае.

Похожая задача рассматривалась ранее в работах [5, 6]. Как и в рассмотренных [5, 6] случаях, можно показать, что решение задачи (3.7) — (3.8) и нахождение границы Г областей D_1 и D_2 сводится к решению нелинейной краевой задачи.

В общем случае не удается выписать решения задачи (3.7), (3.8) в замкнутом виде, однако это можно сделать в случае, когда внешние случайные воздействия отсутствуют, то есть когда $b(\tau) \equiv 0$. В этом случае область D_1 совпадает с множеством, задаваемым уравнениями $y = 0$, $q = 0$.

Действительно, из исходных уравнений (I.I) можно заключить, что если $y = 0$ в какой-то момент времени t^*, то достаточно положить $u = 0$ при $t \geqslant t^*$, чтобы к моменту времени $t = T$ получить $y = 0$. Функция Беллмана $S = 0$, $t^* \leqslant t \leqslant T$, фазовая координата точки и запас ресурсов управления (см. (2.1) не меняются. Заметим, что второе из условий (3.7) при этом не выполняется, так как предельный переход в (3.6) был проведен в предположении, что $y \neq 0$. Ясно также, что множество $q = 0$ принадлежит области D_1, Однако на этом множестве оба условия (3.7) должны быть уже выполнены.

Продолжим непрерывным образом функцию $S(0, y, q)$ на отрицательные значения y с сохранением непрерывности

$$S(0, y, q) = F_1(y), \quad y \leqslant 0$$

Здесь F_1 — неизвестная функция, удовлетворяющая условию

$$F_1(0) = F(0) = 0$$

Ищем решение задачи (3.8) с начальным условием (2.3) и краевым условием (2.5) в виде

$$S(\tau, y, q) = \int_0^\infty [p(y-\lambda, q; \tau) F(\lambda) + p(y+\lambda, q; \tau) F_1(\lambda)]\, d\lambda$$

Здесь

$$p(y-\lambda, q; \tau) = [2a_1(\tau) \sqrt{\pi q}\,]^{-1} \exp\left\{-\frac{[y - a(\tau) q - \lambda]^2}{4a_1^2(\tau) q}\right\}$$

Используя условие (2.5), получим тождество

$$\int_0^\infty \left\{F(\lambda) + F_1(\lambda) \exp\left[-\frac{\lambda a(\tau)}{a_1^2(\tau)}\right]\right\} \exp\left\{-\frac{[\lambda - a(\tau) q]^2}{4a_1^2(\tau) q}\right\} d\lambda = 0$$

Отсюда, так как $a_1 = ca(\tau)$

$$F_1(\lambda) = -F(\lambda) \exp\left[\frac{\lambda}{c^2 a(\tau)}\right]$$

Окончательно получим

$$S = [2a_1 \sqrt{\pi q}]^{-1} \int_0^\infty \left\{F(\lambda)\, p(y-\lambda, q; \tau) - F(\lambda) \exp\left[\frac{\lambda}{c^2 a(\tau)}\right] p(y+\lambda, q; \tau)\right\} d\lambda \tag{3.9}$$

Функция S, определенная по формуле (3.9), служит решением уравнения (3.8) в области $y > 0$ с краевыми условиями (2.3), (2.5). Производя в (3.9) замену переменных $z = \lambda + a(\tau) q$, получим, что

$$S = [2a_1(\tau) \sqrt{\pi q}]^{-1} \int_{a(\tau)q}^\infty F(z - aq) \left\{\exp\left[-\frac{(y-z)^2}{4a_1^2(\tau) q}\right] - \right.$$
$$\left. - \exp\left[\frac{z - aq}{c^2 a(\tau)}\right] \exp\left[-\frac{(y + z - 2a(\tau) q)^2}{4a_1^2(\tau) q}\right]\right\} dz$$

Устремляя $q \to 0$ в силу свойств фундаментального решения уравнений параболического типа (см., например, [7] стр. 14), получим, что

$$S(\tau, y, q) \to F(y - a(\tau) q), \quad q \to 0$$

Функция $F(y - a(\tau) q)$ удовлетворяет обоим условиям (3.7) при $q = 0$, причем, выполнение этих условий понимается в этом случае как выполнение граничных условий для функции

$$F(y - a(\tau) q) \text{ при } q = 0.$$

Таким образом, построенная по формуле (3.9) функция S удовлетворяет всем условиям задачи (3.7), (3.8), откуда и следует требуемое утверждение о том, что область D_1 задается уравнениями $y = 0$, $q = 0$.

3.3. Случай $m < 1$. Как уже отмечалось при выводе уравнения (2.7), необходимым условием в этом случае является выполнение неравенства

$$S_q + a(\tau) S_y \leqslant 0, \quad \text{когда } y \geqslant 0$$

Используя (2.6), запишем уравнение (2.7) в следующем виде:

$$S_\tau = -\left(\frac{1-m}{m}\right) u \left[S_q + a(\tau) S_y\right] + \frac{1}{2} b^2(\tau) S_{yy} \tag{3.10}$$

Здесь u определяется формулой (2.6). Рассмотрим два случая:

а) Внешние случайные возмущения отсутствуют: $b(\tau) = 0$ Пусть $u < 0$ и $S_q + a(\tau) S_y < 0$. Так как $m < 1$, то из (3.10) следует, что $S_\tau < 0$, и приходим к ситуации, описанной в случае 3.

Последнее означает, что не существует оптимального управления $u \neq 0$, если $S_q + a(\tau) S_y < 0$ в области $y \geqslant 0$, и, следовательно, может лишь осуществиться случай $S_q + a(\tau) S_y = 0$. Для того, чтобы выяснить, во что превращается при этом правая часть уравнения (3.10), проведем следующий предельный переход. Положим $S_q + a(\tau) S_y = \delta < 0$ и устремим $\delta \to -0$. Из (2.7) учитывая, что $m < 1$, получим, что

$$\lim_{\delta \to -0} \left(\frac{1-m}{m}\right)\left(\frac{1}{m}\right)^{1/m-1} \frac{(\delta)^{m/m-1}}{[{}^1/{}_2\, a_1^2(\tau) S_{yy}]^{1/m-1}} = +\infty$$

т. е. уравнение (3.10) принимает вид $S_\tau = +\infty$. Это означает, что происходит мгновенная импульсная коррекция (u — дельта-функция времени), в результате которой фазовая точка перемещается вдоль направления характеристик $\eta = y - a(\tau) q, \eta = \text{const}$, уравнения $S_q + a(\tau) S_y = 0$.

Решение задачи в этом случае совпадает с решением соответствующей детерминированной задачи — задачи без случайных возмущений, и определяется формулой

$$S(\tau, y, q) = \begin{cases} 0, & y \leqslant a(\tau) q \\ F(y - a(\tau) q), & y > a(\tau) q \end{cases}$$

Напомним, что $a(\tau)$ — монотонно возрастающая функция и $a(0) = 0$.

Таким образом, в этом случае происходит импульсная коррекция в начальный момент времени, в результате которой фазовая точка либо попадает на множество $y = 0$, либо полностью исчерпываются запасы ресурсов управления.

б) $b(\tau) \neq 0$. Запишем уравнение (2.7) в виде (3.2) и (3.10). Тогда необходимо, чтобы

$$-\frac{(1-m)}{m} u \left[S_q + a(\tau) S_y\right] = \left(\frac{1-m}{2}\right) |u|^m a_1^2(\tau) S_{yy} \tag{3.11}$$

Если $S_q + a(\tau) S_y < 0$, то в силу того, что $S_{yy} > 0$ при $y > 0$ и $u < 0$, $m < 1$, получим, что равенство (3.11) может быть выполнено лишь при $u = 0$. Следовательно, в той части области $y > 0$, где $S_q + a(\tau) S_y < 0$, необходимо, чтобы $u = 0$ и выполнялось уравнение

$$S_\tau = /_2 b^2(\tau) S_{yy} \tag{3.12}$$

Обозначим это множество через Ω_1. Через Ω_2 обозначим ту оставшуюся часть области $y > 0$, где

$$S_q + a(\tau) S_y = 0 \tag{3.13}$$

Задача свелась к отысканию границы Γ областей Ω_1 и Ω_2 и решению уравнений (3.12) в области Ω_1 и (3.13) в Ω_2. Но данная задача рассматривалась в работах [5,6], где показано, что области Ω_1 и Ω_2 имеют следующий смысл. В области Ω_1, где $u = 0$ происходит неуправляемое движение под действием случайных сил; в области Ω_2 $u < 0$ и происходит мгновенная импульсная коррекция (u — дельта-функция времени), в результате которой фазовая точка движется вдоль соответствующей характеристики $\eta = y - a(\tau) q$, $\eta = \text{const}$ уравнения (3.13). В результате коррекции точка оказывается либо на границе Γ областей Ω_1 и Ω_2, либо полностью исчерпывается ресурс запас ресурсов управления. Ясно, что определение положения границы Γ полностью решает задачу синтеза оптимального управления в этом случае. Нахождение границы Γ, как показано в [5], сводится к решению нелинейной краевой задачи. В работе [5] с помощью введения автомодельных переменных было численно найдено положение границы Γ при $a(\tau) = b(\tau) = T - t$, т. е. в случае, соответствующем задаче (1.5).

Таким образом, в случае когда $m < 1$, решение поставленной задачи совпадает с решением соответствующей задачи без погрешности в исполнении управляющего воздействия.

Автор благодарен М. Л. Лидову, обратившему внимание автора на рассмотренную задачу, и Ф. Л. Черноусько за полезные обсуждения и советы.

Поступила 27 II 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Красовский Н. Н.* О стабилизации систем, в которых помеха зависит от величины управляющего воздействия. Техн. кибернетика, 1965, № 2.
2. *Куржанский А. Б.* Вычисление оптимального управления в системе с неполой информацией. Дифференциальные уравнения, 1965, т. 1, вып. 3.
3. *Охоцимский Д. Е., Рясин В. А., Ченцов Н. Н.* Оптимальная стратегия при корректировании. Докл. АН СССР, 1967, т. 175, № 1.
4. *Ярошевский В. А., Петухов С. В.* Оптимальная однопараметрическая коррекция траекторий космических аппаратов. Космические исследования, 1970, т. 8, вып. 4.
5. *Черноусько Ф. Л.* Автомодельные решения уравнения Беллмана для задач оптимальной коррекции случайных возмущений. ПММ, 1971, т. 35, вып. 2.
6. *Братусь А. С., Черноусько Ф. Л.*, Численное решение задач оптимальной коррекции при случайных возмущениях. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1974, т. 14, № 1.
7. *Эйдельман С. Д.* Параболические системы, М., «Наука», 1964.