

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ
ДЛЯ ПОТЕНЦИАЛА СКОРОСТЕЙ

И. Б. Гаврилушкин, А. Ф. Сидоров

(Свердловск)

Строится класс точных решений уравнения для потенциала скоростей неустановившихся плоских течений политропного газа, содержащих бесконечное количество произвольных функций одного аргумента. Решения даются в виде рядов по дробно-рациональным степеням характеристического аргумента в пространстве переменных годографа скоростей и времени. Исследуются приложения полученных рядов для решений некоторых задач о расчете течений, возникающих при движении в газе криволинейных поршней, так что в начальный момент времени нормальная скорость и ускорение поршней равны нулю. В случае движения с цилиндрической симметрией изучается сходимость построенных рядов для малых моментов времени. Приводятся результаты численных расчетов. В работе¹ продолжено исследование, начатое в [1, 2].

1. Следуя [1], запишем уравнение для функции $\Psi(r, \varphi, t)$ — аналога потенциала скоростей $\Phi(x_1, x_2, t)$ — в следующем виде:

$$(1.1) \quad \Psi_{tt} \left(-r^{-2} \Psi_{r\varphi} - r^{-4} \Psi_{\varphi}^2 + r^{-2} \Psi_{\varphi\varphi} \Psi_{rr} + r^{-1} \Psi_r \Psi_{rr} + \right. \\ \left. + 2r^{-3} \Psi_{r\varphi} \Psi_{\varphi} \right) + \frac{1}{\kappa} \left(\Psi_t - \frac{1}{2} r^2 \right) (\Psi_{rr} + r^{-1} \Psi_r + r^{-2} \Psi_{\varphi\varphi}) - \\ - r^{-2} \Psi_{rt}^2 \Psi_{\varphi\varphi} - r^{-1} \Psi_{rt} \Psi_r + 2r^{-2} \Psi_{rt} \Psi_{\varphi t} \Psi_{r\varphi} - 2r^{-3} \Psi_{\varphi t} \Psi_{\varphi} \Psi_{rt} - \\ - r^{-2} \Psi_{\varphi t}^2 \Psi_{rr} + 2(r^{-1} \Psi_{rt} \Psi_{\varphi\varphi} + \Psi_{rt} \Psi_r - r^{-1} \Psi_{\varphi t} \Psi_{r\varphi} + r^{-2} \Psi_{\varphi t} \Psi_{\varphi}) - \\ - \Psi_{\varphi\varphi}^2 - r \Psi_r = 0$$

Нижние индексы у функции Ψ означают дифференцирование по соответствующим аргументам, t — время, r, φ — полярные координаты в плоскости годографа скорости u_1, u_2 . Функция Ψ связана с потенциалом Φ следующей формулой:

$$\Psi = x_1 u_1 + x_2 u_2 - \Phi + Mt \\ (\Phi_{x_1} = u_1 = r \cos \varphi, \Phi_{x_2} = u_2 = r \sin \varphi)$$

Здесь M — постоянная, входящая в интеграл Коши (c — скорость звука, γ — показатель адиабаты)

$$c^2 = \frac{1}{\kappa} \left(M - \Phi_t - \frac{1}{2} \sum_i \Phi_{x_i}^2 \right), \quad \kappa = \frac{1}{\gamma - 1}$$

После нахождения функции Ψ течение в физическом пространстве x_1, x_2, t определяется по формулам

$$(1.2) \quad x_1 = \Psi_r \cos \varphi - r^{-1} \Psi_{\varphi} \sin \varphi, \quad x_2 = \Psi_r \sin \varphi + r^{-1} \Psi_{\varphi} \cos \varphi$$

В [2,3] был построен класс решений уравнения (1.1) вида

$$\Psi(r, \varphi, t) = \sum_{k=0}^{\infty} a^{(k)}(\varphi, t) r^{(k)}$$

где $a^{(k)}$ определялись из некоторых линейных дифференциальных уравнений и содержали произвольные функции от φ . Этот класс решений был использован для решения следующей задачи.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ однородный политропный газ со скоростью звука $c = 1$ покоится внутри или вне достаточно гладкой замкнутой выпуклой цилиндрической поверхности S_0 . Начиная с момента $t = 0$, в газе начинает двигаться поршень S_t с нулевой нормальной начальной скоростью V_n и ненулевым нормальным начальным ускорением $W_n \neq 0$.

Требовалось найти решение нелинейного уравнения для потенциала скоростей $\Phi(x_1, x_2, t)$ в области, ограниченной поверхностью поршня S_t и поверхностью слабого разрыва L_t , отрывающегося в начальный момент времени $t = 0$ от поверхности S_0 и распространяющегося с единичной нормальной скоростью по покоящемуся газу.

Рассмотрим следующую более общую, чем решенная в [2], задачу. Пусть движение поверхности поршня S_t определяется уравнениями

$$(1.3) \quad x_1 = x_1(\beta, t), \quad x_2 = x_2(\beta, t), \quad \beta \in [0, b]$$

где β — некоторый параметр, такой, что $\beta = \varphi$ при $t = 0$, и уравнение поверхности поршня S_0 определяется следующим образом:

$$x_1 = f(\varphi) \cos \varphi - f'(\varphi) \sin \varphi, \quad x_2 = f(\varphi) \sin \varphi + f'(\varphi) \cos \varphi$$

Функция $f(\varphi)$ определяет произвол в выборе формы поверхности S_0 , а поверхность слабого разрыва L_0 совпадает с ней при $t = 0$. Будем предполагать, что нормальная скорость поршня, вычисляемая по формуле

$$V_n(t, \beta) = \frac{D(x_1, x_2)}{D(\beta, t)} \left[\left(\frac{\partial x_1}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial t} \right)^2 \right]^{1/2}$$

разлагается при малых t в сходящийся ряд вида

$$(1.4) \quad V_n(t, \beta) = \sum_{k=n}^{\infty} g^{(k)}(\beta) t^{(k)}, \quad n \geq 1$$

Требуется построить решение в области возмущенного движения газа между поверхностью S_t и L_t (в [2] был рассмотрен случай $n = 1$).

Будем строить решение поставленной задачи в виде

$$(1.5) \quad \Psi(r, \varphi, t) = a_0 + a_1(\varphi, t)r + \sum_{k=0}^{\infty} b^{(k+1)}(\varphi, t) r^{(k+n+1)/n}$$

Из результатов [2] следует, что

$$(1.6) \quad a_0 = \kappa t + \text{const}, \quad a_1 = t + f(\varphi)$$

Подставляя ряд (1.5) в уравнение (1.1) и приравнявая нулю коэффициенты при $r^{(k+n+1)/n}$, получим систему линейных дифференциальных уравнений, из которых последовательно определяются коэффициенты $b^{(k+1)}$ ($k \geq 0$).

В дальнейшем из-за очень громоздких формул все рассуждения проведем только для $n = 2$ (это соответствует случаю, когда в начальный

момент времени $t = 0$, нормальные ускорения и скорость поршня равны нулю, а производная от нормального ускорения отлична от нуля). Система дифференциальных уравнений для определения коэффициентов $b^{(k)}$ ($n = 2$) имеет вид

$$(1.7) \quad \begin{aligned} & -3(t + f + f'') b_t^{(1)} + 3/4 b^{(1)} = 0 \\ & -4(t + f + f'') b_t^{(2)} + 2b^{(2)} + (t + f + f'') (\kappa^{-1} + 2) + \\ & + b_{tt}^{(1)} b_\varphi^{(1)} [2t + 2f - f'] + 3/4 b_{tt}^{(1)} b^{(1)} [t + f + 2f''] + \\ & + b_{\varphi t}^{(1)} b_\varphi^{(1)} [3\kappa^{-1} - 2] - 3b_{\varphi t}^{(1)} b_t^{(1)} f' - 9/4 (b_t^{(1)})^2 [t + f + f''] - \\ & - 9/2 b_t^{(1)} b^{(1)} - 3b_{\varphi\varphi}^{(1)} b_t^{(1)} = 0 \\ & - (k + 3) (t + f + f'') b_t^{(k+1)} + 1/4 (k + 3) (k + 1) b^{(k+1)} + \\ & + 1/8 F^{(k+1)}(\varphi, t) = 0 \quad (k \geq 2) \end{aligned}$$

Функции $F^{(k+1)}(\varphi, t)$ зависят от функций $a_0, a_1, b^{(m)}(\varphi, t)$ ($m < k + 1$) и их производных до второго порядка включительно и могут быть выписаны в явном виде. Приведем выражения для функций $F^{(k+1)}(t)$ в случае движения с цилиндрической симметрией (в общем случае представления для $F^{(k+1)}(\varphi, t)$ весьма громоздки)¹

$$(1.8) \quad \begin{aligned} F^{(k+1)}(t) = & \sum_{m=0}^{k-1} \{ 2(m+3)(m+2) a_1 b_{tt}^{(k-m)} b^{(m+1)} - \\ & - 2(k+2-m) a_1 b^{(k-m)} b_{tt}^{(m+1)} - 4(m+3)(k+2-m) b^{(k-m)} b_t^{(m+1)} - \\ & - 2(m+3)(k+2-m) a_1 b_t^{(m+1)} b_t^{(k-m)} \} + \\ & + \sum_{p, m=0}^{k-2} \{ (3+p-m)(k+1-p)(k-p) b_{tt}^{(m+1)} b^{(p+1-m)} b^{(k-1-p)} - \\ & - (m+3)(p+3-m) b_{tt}^{(k-1-p)} b^{(p+1-m)} b^{(m+1)} + \\ & + 2(k+1) \left(\frac{2k+1}{\kappa} + 4 \right) b^{(k-1)} + 2a_1 \left(\frac{3}{\kappa} + 4(k+1) \right) b_t^{(k-1)} + \\ & + (m+3)(p+3-m)(k+1-p) b_t^{(p+1-m)} b_t^{(m+1)} b^{(k-1-p)} \} + \\ & + \sum_{m=0}^{k-3} \left\{ \frac{2}{\kappa} (k-m)^2 b_t^{(m+1)} b^{(k-2-m)} + 4(m+3)(k-m) b_t^{(m+1)} b^{(k-2-m)} \right\} \\ & - (k-1) \left(\frac{1}{\kappa} + 4 \right) b^{(k-3)} + 8 \left(\frac{1}{\kappa} + 2 \right) c^{(k-1)} - \frac{2}{\kappa} c^{(k-2)} - 8c^{(k-3)} \\ & b^{(-k)} \equiv 0, \quad k > 0, \quad c^{(k)} = \begin{cases} a_1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Общее решение уравнений (1.7) имеет вид

$$(1.9) \quad b^{(k+1)} = (t + f + f'')^{(k+1)/4} \left[c^{(k+1)}(\varphi) + \frac{1}{8(k+3)} \int F^{(k+1)}(\varphi, t) (t + f + f'')^{-(k+5)/4} dt \right]$$

где $c^{(k+1)}(\varphi)$ — произвольные функции, которые могут быть определены из закона движений поршня S_t .

¹ Подробные выкладки и выражения для этих функций имеются в отчете, находящемся в библиотеке Института математики и механики Уральского научного центра АН СССР.

2. Рассмотрим вопрос об определении функций $c^{(k+1)}(\varphi)$.

Следуя [2], запишем кинематическое условие движения

$$(2.1) \quad r_*(\beta, t) (\cos \varphi_*(\beta, t) n_1(\beta, t) + \sin \varphi_*(\beta, t) n_2(\beta, t)) = V_n(\beta, t)$$

Здесь $r_*(\beta, t)$ и $\varphi_*(\beta, t)$ — некоторые неизвестные заранее функции такие, что $u_1^* = r_* \cos \varphi_*$, $u_2^* = r_* \sin \varphi_*$ определяют компоненты вектора скорости на поршне ($\varphi_*(\varphi, 0) = \varphi$, $r_*(\varphi, 0) = 0$). Функции $r_*(\beta, t)$ и $\varphi_*(\beta, t)$ находятся из системы уравнений

$$(2.2) \quad \begin{aligned} x_1(\beta, t) &= \cos \varphi_* \left[t + f(\varphi_*) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (k+3) b^{(k+1)}(\varphi_*, t) r_*^{(k+1)/2} \right] - \\ &- \sin \varphi_* \left[f'(\varphi_*) + \sum_{k=0}^{\infty} b_\varphi^{(k+1)}(\varphi_*, t) r_*^{(k+1)/2} \right] \\ x_2(\beta, t) &= \sin \varphi_* \left[t + f(\varphi_*) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (k+3) b^{(k+1)}(\varphi_*, t) r_*^{(k+1)/2} \right] + \\ &+ \cos \varphi_* \left[f'(\varphi_*) + \sum_{k=0}^{\infty} b_\varphi^{(k+1)}(\varphi_*, t) r_*^{(k+1)/2} \right] \end{aligned}$$

Алгоритм определения произвольных $c^{(k+1)}(\varphi)$ в основном аналогичен приведенному в [2], но отличается от него тем, что при дифференцировании (2.2) по t появляются неопределенности вида $r_*^{-n-1/2} \partial^{n+1} r_* / \partial t^{n+1}$ ($r_* \rightarrow 0$ при $t \rightarrow 0$) и их необходимо раскрыть, пользуясь представлением (1.4).

Соотношение (2.1) представляет собой тождество по переменным β и t . Будем дифференцировать (2.1) по t и полагать $t = 0$. Соотношение (2.2) также будем дифференцировать по t и затем переходить к пределу при $t \rightarrow 0$. Получаемая в результате цепочка уравнений дает возможность вычислить все $c^{(k+1)}(\varphi)$ ($k \geq 0$). Так, после первого дифференцирования (2.1) и (2.2) имеем для определения $c^{(1)}(\varphi)$ уравнение

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \frac{\partial x_1(0, \varphi)}{\partial t} \cos \varphi + \frac{\partial x_2(0, \varphi)}{\partial t} \sin \varphi &= V_n(0, \varphi) = \\ &= 1 + \lim_{t \rightarrow 0} \frac{3}{4} r_*^{-1/2} \frac{\partial r_*}{\partial t}(\varphi_*, t) b^{(1)} = 0 \end{aligned}$$

Из (1.4), (2.3), (1.9) получаем

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{3}{4} r_*^{-1/2} \frac{\partial r_*}{\partial t}(\varphi_*, t) b^{(1)} &= \frac{3}{2} \sqrt{g^{(2)}(\varphi)} b^{(1)}(\varphi) \\ c^{(1)}(\varphi) &= - \frac{2!}{3 \sqrt{g^{(2)}(\varphi)} (f + f'')^{1/4}} \end{aligned}$$

На следующем шаге для нахождения $c^{(2)}(\varphi)$, составляя линейные комбинации из продифференцированных дважды по t соотношений (2.2), получаем уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x_1(0, \varphi)}{\partial t^2} \cos \varphi + \frac{\partial^2 x_2(0, \varphi)}{\partial t^2} \sin \varphi &= 2b^{(2)}(0, \varphi) \frac{\partial^2 r_*(0, \varphi)}{\partial t^2} - \\ &- \frac{\partial \varphi_*(0, \varphi)}{\partial t} [f(\varphi) + f''(\varphi)] + \lim_{t \rightarrow 0} r_*^{-1/2} \frac{\partial r_*}{\partial t} \left[\frac{3}{2} b_t^{(1)} + b^{(1)} \frac{\partial \varphi_*}{\partial t} \right] \end{aligned}$$

где $\partial\varphi_*(0, \varphi) / \partial t$ и $\partial^2 r_*(0, \varphi) / \partial t^2$ определяются по формулам

$$\frac{\partial\varphi_*(0, t)}{\partial t} = (f(\varphi) + f''(\varphi))^{-1} \left(\frac{\partial\Gamma}{\partial t} - \lim_{t \rightarrow 0} r_*^{-1/2} \frac{\partial r_*}{\partial t} b^{(1)} \right)$$

$$\Gamma = -x_1(0, \varphi) \sin \varphi + x_2(0, \varphi) \cos \varphi, \quad \frac{\partial^2 r_*(0, \varphi)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 V_n(0, \varphi)}{\partial t^2}$$

Ясно, что эту процедуру можно продолжить. Условие $f(\varphi) + f''(\varphi) \neq 0$ обеспечивает возможность однозначного нахождения функций $c^{(k+1)}(\varphi)$ ($k \geq 0$). Ввиду громоздкости уравнения для определения других постоянных $C^{(k+1)}(\varphi)$ ($k \geq 2$) не приводим.

3. Рассмотрим более подробно случай цилиндрически симметричных движений, когда поршень S_t при $t = 0$ представляет собой цилиндр радиуса R_0 . Вместо формул (1.2) в данном случае имеем соотношение

$$(3.1) \quad \xi = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \Psi_r(r, t)$$

Рассмотрим вопрос о разрушении возмущенных потенциальных течений сжатия, вызванных движением цилиндра S_t . Для этого вычислим несколько коэффициентов ряда (1.5)

$$b^{(1)} = -\frac{2R_0^{-1/4}(t+R_0)^{1/4}}{3G}$$

$$b^{(2)} = -\left[\frac{R_0^{-3/2}}{32G^2} + \frac{(\gamma+1)R_0^{1/2}}{2} \right] (t+R_0)^{1/2} + \frac{(\gamma+1)(t+R_0)}{2} + \frac{5R_0^{-1/2}(t+R_0)^{-1/2}}{32G^2}$$

$$b^{(3)} = \left[\frac{3137R_0^{-11/4}}{23040G^3} + \left(\frac{\ln R_0}{G^3} - \frac{5}{64G^3} \right) R_0^{-7/4} + \frac{g^{(3)}R_0^{-5/4}}{64G^3} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{11\gamma+29}{48G} + \frac{1}{18G^7} \left(\frac{9}{2} G^2 g^{(4)} - \frac{9}{8} [g^{(3)}]^2 \right) \right) R_0^{-3/4} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{(\gamma+1)g^{(3)}}{4G^3} + \frac{103+23\gamma}{60G} \right) R_0^{-1/4} - \left(\frac{(\gamma+1)g^{(3)}}{4G^3} + \frac{2(\gamma+1)\ln R_0}{5G} - \right.$$

$$\left. - \frac{4(\gamma+1)}{5G} \right) R_0^{1/4} \right] (t+R_0)^{3/4} + \frac{433R_0^{-3/4}(t+R_0)^{-5/4}}{23040G^3} +$$

$$+ \left(\frac{11R_0^{7/4}}{256G^3} + \frac{11(\gamma+1)R_0^{1/4}}{16G} - \frac{R_0^{-3/4}}{8G^3} \right) (t+R_0)^{-1/4} -$$

$$- \frac{(103+23\gamma)R_0^{-1/4}(t+R_0)^{3/4}}{60G} - \left(\frac{R_0^{-7/4}}{40G^3} + \frac{2(\gamma+1)R_0^{1/4}}{5G} \right) (t+R_0)^{3/4} \times$$

$$\times \ln(t+R_0) + \frac{4(\gamma+1)R_0^{-1/4}(t+R_0)^{5/4}}{5G}, \quad G = [g^{(2)}]^{1/2}$$

Ограничимся приближенным представлением функции $\Psi(r, t)$ в виде

$$(3.2) \quad \Psi(r, t) = a_0 + a_1 r + b^{(1)} r^{3/2} + b^{(2)} r^2 b^{(3)} r^{5/2}$$

считая, что в области возмущенного течения скорости перед слабым разрывом L малы по сравнению со скоростью звука. Из (3.1) получим

$$(3.3) \quad \xi = a_1 + 3/2 b^{(1)} r^{1/2} + 2b^{(2)} r + 5/2 b^{(3)} r^{3/2}$$

Моментом разрушения потенциального течения] будет наименьшее значение t^* , при котором $\partial r / \partial \xi$ обращается в бесконечность или $\partial \xi / \partial r$ в нуль [4]. Место и время начала «градиентной катастрофы» определяется

совместным решением следующих двух уравнений:

$$(3.4) \quad \left(\frac{\partial \xi}{\partial r}\right)_t = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial r^2}\right)_t = 0$$

где ξ берется из (3.3). В [1] был в общем случае исследован вопрос о разрушении потенциальных течений непосредственно на слабом разрыве L_t . В классе рассматриваемых течений производные газодинамических величин на поверхности L_t все время равны нулю, и бесконечные производные могут появиться либо внутри области сжатия между поверхностями S_t и L_t , либо непосредственно на поверхности S_t . Получить аналитическое решение системы (3.4) для $\Psi(r, t)$ из (3.2) не удастся, но t^* и место ξ^* начала разрушения потенциального течения всегда можно найти численно.

Пример. Пусть в начальный момент времени $t = 0$ газ покоится вне цилиндрического поршня радиуса R_0 . Начиная с момента $t = 0$, поршень начинает расширяться по закону

$$V_n = g^{(2)}t^2 + g^{(3)}t^3 + g^{(4)}t^4$$

Для этого закона движения поршня на фигуре приведены профили скорости для трех моментов времени, которые демонстрируют, что образование ударной волны происходит в некоторой точке между поверхностью поршня S_t и поверхностью слабого разрыва L_t . Численные расчеты при $\gamma = 1.4$, $g^{(2)} = 0.25$, $g^{(3)} = 2$, $g^{(4)} = 0.2$, $R_0 = 1.25$ дали следующие значения:

$$t^* = 0.038, \quad \xi^* = 1.259$$

Замечание. Так же, как в [2], представление (3.3) для функции Ψ можно использовать для описания течений за возникающей при $t = t^*$ ударной волной, в предположении, что она остается слабой.

4. Исследуем сходимость функциональных рядов (1.5) для случая цилиндрически-симметрических течений. От переменной r перейдем к новой переменной z по формуле

$$(4.1) \quad \sqrt{r} = z$$

Тогда уравнение (1.1) запишется в виде

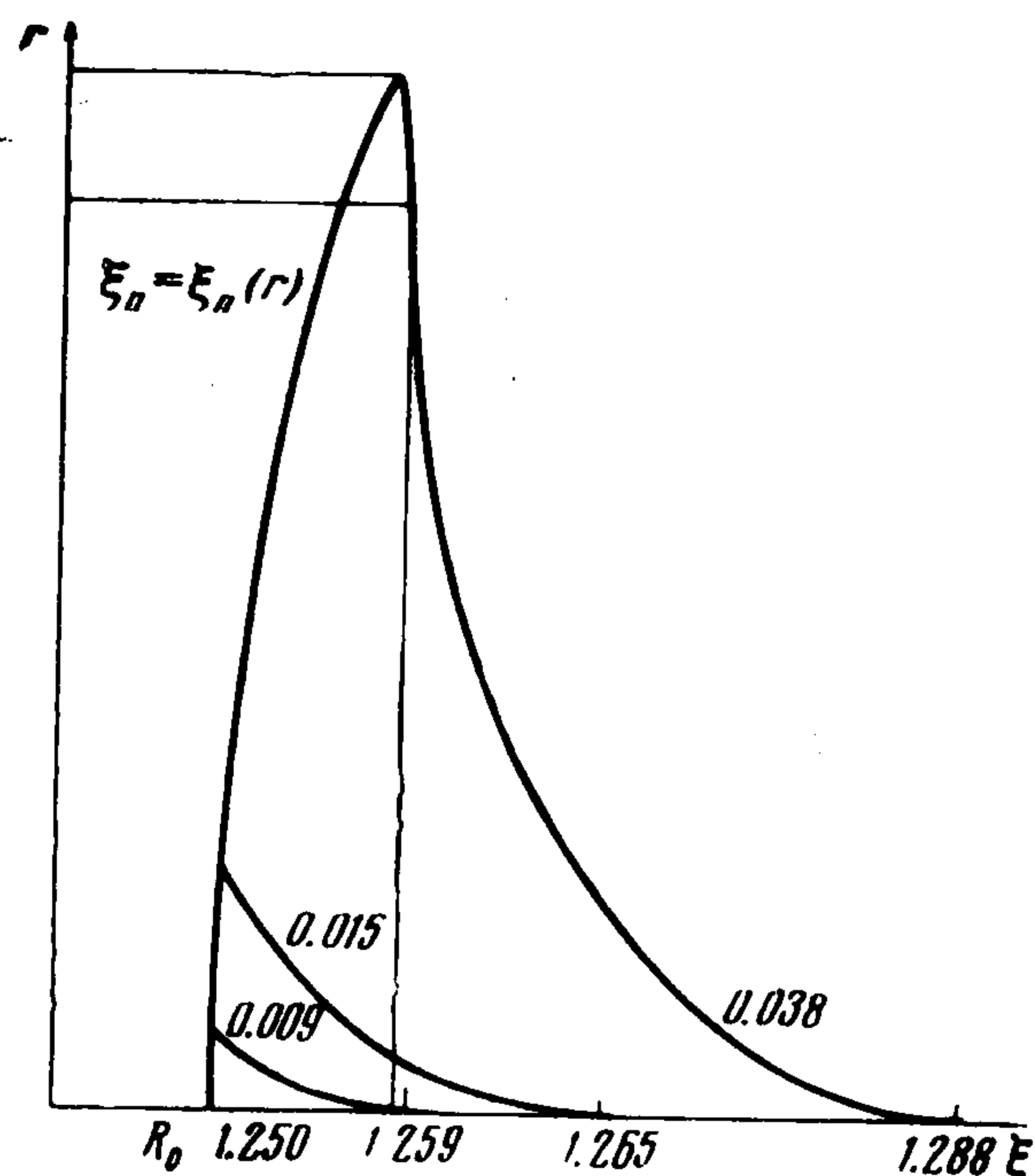
$$(4.2) \quad \frac{\Psi_{tt}\Psi_z\Psi_{zz}}{8z^5} - \frac{\Psi_{tt}\Psi_z^2}{8z^6} + \frac{1}{\kappa} \left[\frac{\Psi_t\Psi_{zz}}{4z^2} + \frac{\Psi_t\Psi_z}{4z^3} - \frac{z^2\Psi_{zz}}{8} - \frac{z\Psi_z}{8} \right] - \frac{\Psi_{zt}^2\Psi_z}{8z^5} + \frac{\Psi_{zt}\Psi_z}{2z^2} - \frac{z\Psi_z}{2} = 0$$

Краевые условия при $z = 0$

$$(4.3) \quad \Psi(0, t) = \kappa t + \text{const}, \quad \Psi_z(0, t) = 0, \quad \Psi_{zz}(0, t) = 2(t + R_0)$$

Пусть $\chi(t)$ — заданный закон движения поршня

$$(4.4) \quad \chi(0) = R_0, \quad \chi'(0) = 0, \quad \chi''(0) = 0, \quad \chi'''(0) \neq 0$$



Из (3.1) следует

$$(4.5) \quad \chi'(t) = \Psi_{rr}(\chi'(t), t) \chi''(t) + \Psi_{rt}(\chi'(t), t)$$

Из (4.5), используя на поршне соотношение $\chi'(t) = r(t) = z^2(t)$, получим

$$(4.6) \quad z^2 = \frac{z\Psi_{zz} - \Psi_z}{2z^2} z' + \frac{\Psi_{zt}}{2z}$$

Из условий (4.4) следует, что функция $z = \sqrt{r(t)} = \sqrt{\chi'(t)}$ аналитическая в окрестности нуля и $dz/dt|_{t=0} \neq 0$. Тогда для малых z существует обратная функция, и соотношение (4.6) можно записать в виде

$$(4.7) \quad z^2 = \frac{z\Psi_{zz} - \Psi_z}{2z^2} \frac{1}{\eta'(z)} + \frac{\Psi_{zt}}{2z} \quad \text{при } t = \eta(z)$$

Таким образом, замена (4.1) приводит к уравнению (4.2) с условиями (4.3) и (4.7)

Вместо функции $\Psi(z, t)$ введем новую неизвестную функцию $\Phi(z, t)$ по формуле

$$(4.8) \quad \Psi(z, t) = \kappa t + \text{const} + (t + R_0) z^2 + \Phi(z, t) z^3$$

Уравнение для функции $\Phi(z, t)$, следующее из (4.2), и краевое условие (4.7) запишутся в виде

$$(4.9) \quad A\Phi_t + zB\Phi_{zt} = z^2 f_1(t, z, \Phi, \Phi_z, \Phi_t, \Phi_{tt}, \Phi_{zt}, \Phi_{zz}) + \\ + z f_2(z, t, \Phi, \Phi_z, \Phi_{tt}) + f_3(z, t, \Phi) \\ \Phi + Cz\Phi_z + z^2\Phi_{zz} = f_4(z, t, z\Phi_t, z^2\Phi_{zt}) \quad \text{при } t = \eta(z)$$

где A, B, C — положительные постоянные, а функции f_1, f_2, f_3, f_4 — аналитические по всем переменным. На основании теоремы, доказанной в [5], задача (4.9) имеет единственное аналитическое решение, и ряды (1.5), а также ряды для производных второго порядка, полученные из (1.5), сходятся в некоторой окрестности точки $(0, 0)$.

Поступила 12 II 1973г

ЛИТЕРАТУРА

1. Сидоров А. Ф. О разрушении потенциальных течений газа, примыкающих к области покоя, ПММ, 1971, т. 35, вып. 3.
2. Сидоров А. Ф. Метод решения некоторых краевых задач для нелинейных уравнений гиперболического типа и распространение слабых ударных волн. ПММ, 1972, т. 36, вып. 3.
3. Зубов Е. Н., Сидоров А. Ф. О решении одной краевой задачи для неустановившегося пространственного течения газа и распространении слабых ударных волн. В сб.: Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1972, т. 3, № 3.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
5. Баутин С. П. Аналитические решения задачи о движении поршня. В сб.: Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1973, т. 4, № 1.