Прикладная математика и механика. Том. 37, 1973

УДК 62—5

О ДОСТАТОЧНОМ УСЛОВИИ СБЛИЖЕНИЯ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ

С. И. Тарлинский

(Свердловск)

Рассматривается позиционная дифференциальная игра сближения с целевым множеством к заданному моменту времени. Приводится одно достаточное условие, при выполнении которого преследователь гарантирует себе определенный качественный результат игры. Построение стратегии первого игрока опирается на программную конструкцию, введенную в работах [1-3]. Результаты примыкают к исследованиям [1-5].

1. Рассмотрим конфликтно управляемую систему, описываемую векторным дифференциальным уравнением

$$dx/dt = A(t)x + f(t, u, v) \qquad (1.1)$$
$$x[t_0] = x_0, \quad u \in P, \quad v \in Q$$

Здесь $f(t, u, v)$ — непрерывная n-мерная вектор-функция, u и v — управляющие воздействия игроков, P и Q — компакты в соответствующих векторных пространствах.

Обозначим через $\{x\}_m$ вектор, составленный из первых m $(m \leqslant n)$ координат вектора x. По условиям задачи в пространстве $\{x\}_m$ задано выпуклое ограниченное замкнутое множество M. Первый игрок, распоряжающийся выбором управления u, стремится сблизиться с этим множеством к заранее известному моменту времени ϑ. Второй игрок (v) препятствует этому.

Уточним постановку задачи. Под позиционной стратегией $U = U(t, x)$ первого игрока будем понимать отображение, которое каждой позиции игры $\{t, x\}$ ставит в соответствие множество $U(t, x) \subset P$. Движением системы (1.1), порожденным стратегией U, называется любая абсолютно непрерывная функция $x[t] = x[t; t_0, x_0 U]$, представляющая собой равномерный предел ломаных Эйлера $x_\Delta[t] = x_\Delta[t; t_0, x_0, U]$ которые удовлетворяют следующему уравнению

$$\frac{dx_\Delta}{dt} \in A(t)\, x_\Delta + F(t, u[\tau_i]) \qquad (1.2)$$
$$x_\Delta[t_0] = x_0$$

Здесь

$$\tau_i \leqslant t < \tau_{i+1}, \qquad \tau_{i+1} - \tau_i \leqslant \Delta, \qquad \Delta \to 0$$
$$u[\tau_i] \in U(\tau_i, x_\Delta[\tau_i])$$
$$F(t, u) = \mathrm{co}\,\{f(t, u, v);\ v \in Q\}$$

В дальнейшем через $\mathrm{co}\, N$ будем обозначать выпуклую замкнутую оболочку множества N.

Известно, что семейство движений $x\,[t;\ t_0,\ x_0,\ U]$ является непустым компактным в себе множеством.

Сформулируем следующую задачу.

Задача 1.1. Пусть в пространстве $\{x\}_m$ определена конечномерная норма ρ. Требуется построить позиционную стратегию U первого игрока, приводящую любое движение $x\,[t] = x\,[t;\ t_0,\ x_0,\ U]$ на множество M к моменту времени ϑ. Это означает, что для каждого движения $x\,[t] = x\,[t;\ t_0,\ x_0,\ U]$ будет выполняться оценка

$$\min_t \rho\,(\{x\,[t]\}_m,\ M) = 0, \qquad t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta$$

Опишем основные элементы программной конструкции [1,2], используемой при решении поставленной выше задачи. Через $X\,[\tau,\ t]$ обозначим фундаментальную матрицу однородного уравнения

$$dx/d\tau = A\,(\tau)\,x$$

и введем следующие две функции:

$$\varphi\,(t, x, l, \tau) = l'\,\{X\,[\tau, t]\,x\}_m - \max_{m \in M} l'm + \int_t^\tau [\min_{u \in P} \max_{v \in Q} l'\,\{X\,[\tau, \xi]\,f\,(\xi, u, v)\}_m]\,d\xi \tag{1.3}$$

$$\varepsilon\,(t, x, \tau) = \max_{\rho^*(l)=1} \varphi\,(t, x, l, \tau) \tag{1.4}$$

Здесь l — m-мерный вектор, штрих означает транспонирование, ρ^* — норма пространства, сопряженного к $\{x\}_m$ с метрикой ρ. Величина $\varepsilon\,(t,\ x,\ \tau)$ $(\varepsilon\,(t,\ x,\ \tau) \geqslant 0)$ — программный минимакс расстояния [2] от вектора $\{x\,[\tau]\}_m$ до множества M в момент времени τ, если вспомогательная программная игра началась из позиции $\{t,\ x\}$.

Определим функцию

$$\varepsilon\,(t,\ x) = \min_\tau \varepsilon\,(t,\ x,\ \tau), \qquad t \leqslant \tau \leqslant \vartheta \tag{1.5}$$

В дальнейшем будут использованы следующие множества:

$$L\,(t,\ x,\ \tau) = \{l_0\colon\ \rho^*\,(l_0) = 1;\ \ \varphi\,(t,\ x,\ l_0,\ \tau) = \varepsilon\,(t,\ x,\ \tau)\} \tag{1.6}$$

$$T\,(t,\ x) = \{\tau_0\colon\ \tau_0 \in [t,\ \vartheta],\ \ \varepsilon\,(t,\ x,\ \tau_0) = \varepsilon\,(t,\ x)\} \tag{1.7}$$

где функции $\varphi\,(t,\ x,\ l,\ \tau)$, $\varepsilon\,(t,\ x,\ \tau)$, $\varepsilon\,(t,\ x)$ заданы соотношениями (1.3)–(1.5) соответственно.

Предположим, что выполняется следующее условие.

Условие 1.1. В области $\{t,\ x\}$, где $\varepsilon\,(t\ x) > 0$, для любой функции $v_u = v\,(u)$, отображающей множество P в множество Q, справедливо неравенство

$$\min_{f \in F}\ \min_{\tau_0 \in T}\ \max_{l_0 \in L} \psi\,(t, l_0, \tau_0, f) \leqslant 0 \tag{1.8}$$

Здесь

$$\psi(t, l, \tau, f) = l'\{X[\tau, t] f\}_m - \min_{u \in P} \max_{v \in Q} l'\{X[\tau, t] f(t, u, v)\}_m \tag{1.9}$$

$$F = F(t, v_u) = \mathrm{co}\{f(t, u, v(u));\ u \in P\} \tag{1.10}$$

$$L = L(t, x, \tau)$$

$$T = T(t, x)$$

Из работы [2] следует, что если множества $L(t, x, \tau_0)$, $T(t, x)$ состоят из единственных значений $l_0 = l_0(t, x, \tau_0)$, $\tau_0 = \tau_0(t, x)$ при $\varepsilon(t, x) > 0$, то в эффективной форме строится стратегия первого игрока U, гарантирующая для любого движения $x[t] = x[t;\ t_0, x_0, U]$ оценку

$$\min_t \rho(\{x[t]\}_m, M) \leqslant d \tag{1.11}$$

где

$$t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta \qquad \alpha = \{0, \varepsilon(t_0, x_0)\}$$

В данном случае движения системы (1.1) можно определить как решения соответствующей системы уравнений в контингенциях.

В данной работе не предполагается единственность экстремальных элементов $l_0 = l_0(t, x, \tau_0)$, $\tau_0 = \tau_0(t, x)$ в области $\varepsilon(t, x) > 0$. Вместо этого приводится более общее условие 1.1 и при его выполнении удается определить позиционную стратегию U, обеспечивающую оценку (1.11). Однако построить эффективным образом стратегию первого игрока U, вообще говоря, при этом не удается.

2. Дадим решение игровой задачи о сближении.

Построим некоторую систему непустых замкнутых множеств $W_\alpha(t, \vartheta)$ $t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta$). При этом вектор $w \in W_\alpha(t, \vartheta)$ тогда и только тогда, когда справедливо неравенство (2.1)

$$\varepsilon(t, w) \leqslant \alpha \qquad (\alpha = \max\{0, \varepsilon(t_0, x_0)\}) \tag{2.1}$$

Очевидно, множества $W_\alpha(t, \vartheta)$ замкнуты, поскольку функция $\varepsilon(t, w)$ (1.5) непрерывна по $\{t, w\}$.

Кроме того, эти множества не пусты, ибо всегда имеет место включение

$$M^{(\alpha)} \subset W_\alpha(t, \vartheta)$$

$$M^{(\alpha)} = \{w:\ \rho(\{w\}_m, M) \leqslant \alpha\}$$

Приведем определение u-стабильной системы множеств.

Определение 2.1. Система множеств $W_\alpha(t, \vartheta)$ называется u-стабильной относительно $M^{(\alpha)}$, если, каковы бы ни были значения $t_* \in [t_0, \vartheta]$, $w_* \in W_\alpha(t_*, \vartheta)$, $\delta \in [0, \vartheta - t_*)$ для любой функции $v_u{}^*$, отображающей множество P в множество Q, найдется хотя бы одно движение $y^*[t] = y^*[t;, t_*, w_*, v_u{}^*]$, удовлетворяющее уравнению

$$\frac{dy^*}{dt} \in A(t) y^* + F(t, v_u^*) \tag{2.2}$$

$$y^*[t_*] = w_*$$

и для которого выполняется одно из двух включений; либо

$$y^*[t_* + \delta] \in W_\alpha(t_*, + \delta, \vartheta)$$

либо $y^*[\eta] \in M^{(\alpha)}$ при некотором $\eta \in [t_*, t_* + \delta]$.

В соответствии с [3] к системе множеств $W_\alpha(t, \vartheta)$ $(t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta)$ можно построить экстремальную стратегию $U^{(e)}$. Если система множеств $W_\alpha(t, \vartheta)$ $(t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta)$ является u-стабильной относительно M^α, то экстремальная к этим множествам стратегия $U^{(e)}$ для любого движения системы (1.1) $x[t] = x[t; t_0, x_0, U^{(e)}]$ гарантирует оценку (1.11).

3. Покажем, что при выполнении условия 1.1 система множеств $W_\alpha(t, \vartheta)$ является u-стабильной относительно множества $M^{(\alpha)}$. Рассмотрим движения $y[t] = y[t; t_*, y_*, f]$ удовлетворяющие на отрезке времени $[t_*, t_* + \delta]$ уравнению.

$$dy/dt = A(t)y + f, \qquad y[t_*] = y_* \tag{3.1}$$

где вектор $f \in F(t_*, v_u)$ (1.10) выбирается постоянным.

Доказательство утверждения о стабильности множеств $W_\alpha(t, \vartheta)$ $(t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta)$ вытекает из следующих лемм.

Лемма 3.1. Пусть позиция игры $\{t_*, y_*\}$ такова, что величина $\varepsilon(t_*, y_*)$ (1.5) строго положительна и число t_* не принадлежит множеству $T(t_*, y_*)$ (1.7). При выполнении условия 1.1 для любой функции $v_u = v(u)$, отображающей P в Q, и числа $\beta > 0$ можно указать вектор $f^* \in F(t_*, v_u)$ (1.10) и такое число $\delta > 0$, что для движения $y_*[t] = y_*[t; t_*, y_*, f^*]$ будет выполняться оценка

$$\varepsilon(t, y_*[t]) \leqslant \varepsilon(t_*, y_*) + \beta(t - t_*)/2$$

Доказательство. Вычислим полную производную от функции

$$\varphi[t, l, \tau] = \varphi(t, y[t], l, \tau)$$

вдоль любого движения системы (3.1) $y[t] = y[t; t_*, y_*, f]$. Из (1.3), (1.9) получим

$$d\varphi[t, l, \tau]/d\tau = \psi(t, l, \tau, f) \tag{3.2}$$

По условиям леммы величина $\varepsilon(t_*, y_*)$ строго положительна, поэтому имеет место неравенство (1.8) для любой функции $v_u = v(u)$, отображающей множество P в Q. Следовательно, можно указать число $\tau_0^* \in T(t_*, y_*)$ (1.7) $(\tau_0^* > t_*)$, для которого выполняется оценка

$$\min_{f \in F} \max_{l_0 \in L} \psi(t_*, l_0, \tau_0^*, f) \leqslant 0 \tag{3.3}$$

где $F = F(t_*, v_u)$ (1.10) $L = L(t_*, y_*, \tau_0^*)$ (1.6)

Множества $L(t, y, \tau)$ полунепрерывны по $\{t, y, \tau\}$, поэтому для числа $\beta > 0$ можно указать $\zeta > 0$, удовлетворяющее соотношению

$$\min_{f \in F} \max_{l \in L(\zeta)} \psi(t, l, \tau_0^*, f) \leqslant \beta/2 \tag{3.4}$$

Здесь

$$F = F(t, v_u)$$

$$L(\zeta) = L(t_*, y_*, \tau_0^*, \zeta) = \bigcup_{\{t, y\}} L(t, y, \tau_0^*) \tag{3.5}$$

$$|t - t_*| \leqslant \zeta, \qquad \|y - y_*\| \leqslant \zeta$$

По выбранному числу $\zeta > 0$ можно подобрать число $\gamma > 0$ такое, что для любого движения $y[t] = y[t;\ t_*,\ y_*,\ f]$ (3.1) справедливо неравенство

$$\| y[t] - y_* \| \leqslant \zeta$$

если только $| t - t_* | \leqslant \gamma$ $(\gamma \leqslant \zeta)$.

Выберем теперь вектор $f^* \in F(t_*,\ v_u)$ из условия минимума левой части выражения (3.4). В силу (3.2), (3.4) для движения $y_*[t] = y_*[t;\ t_*,\ y_*,\ f^*]$ (3.1) получим

$$\frac{d\varphi(t, l, \tau_0^*]}{dt} \leqslant \frac{\beta}{2} \tag{3.6}$$

$$\varphi(t,\ y_*[t],\ l,\ \tau_0^*) \leqslant \varphi(t_*,\ y_*,\ l,\ \tau_0^*) + \beta(t - t_*) / 2$$

при условии, что $l \in L(\zeta) = L(t_*,\ y_*,\ \tau_0^*,\ \zeta)$ (3.5)

$$t \in [t_*,\ t_* + \delta], \quad \delta = \min\{\gamma,\ (\tau_0^* - t_*)\}$$

Множество $L(t_*,\ y_*,\ \tau_0^*,\ \zeta)$ содержит множества

$$L(t,\ y_*\ [t], \tau_0^*), L(t_*,\ y_*,\ \tau_0^*)$$

поэтому из последнего неравенства (3.6), а также из (1.4), (1.6) имеем

$$\varepsilon(t,\ y_*[t],\ \tau_0^*) \leqslant \varepsilon(t_*,\ y_*,\ \tau_0^*) + \beta(t - t_*) / 2$$

Отсюда и из включения $\tau_0^* \in T(t_*,\ y_*)$ вытекает оценка

$$\varepsilon(t,\ y_*[t]) \leqslant \varepsilon(t_*,\ y_*) + \beta(t - t_*) / 2$$

что и доказывает лемму 3.1.

Пусть $v_u = v(u)$ — произвольная однозначная функция, отображающая элементы множества P в элементы множества Q. Рассмотрим движения, удовлетворяющие дифференциальному включению

$$dy_\beta/dt \in A(t)\, y_\beta + F^{(\beta)}(t,\ v_u) \tag{3.7}$$

$$y_\beta[t_*] = y_*$$

Здесь $F^\beta(t,\ v_u)$ — эвклидова β-окрестность множества $F(t,\ v_u)$ (1.10).

Лемма 3.2. Пусть выполняется условие 1.1. Тогда для любого числа $\beta > 0$ можно указать такое число η_β° $(t_* \leqslant \eta_\beta^\circ \leqslant \vartheta)$ и такое движение системы (3.7) $y_\beta^\circ[t] = y_\beta^\circ[t;\ t_*,\ y_*,\ v_u]$, для которых будут выполняться оотношения

$$\varepsilon(t,\ y_\beta^\circ[t]) \leqslant \varepsilon^\circ(t_*,\ y_*) + \beta(t - t_*)$$

где

$$t_0 \leqslant t \leqslant \eta_\beta^\circ, \quad \varepsilon^\circ(t_*,\ y_*) = \max\{0,\ \varepsilon(t_*,\ y_*)\}$$

$$\rho(\{y_\beta^\circ[\eta_\beta^\circ]\}_m,\ M) \leqslant \varepsilon^\circ(t_*,\ y_*) + \beta(\eta_\beta^\circ - t_*)$$

Действительно, в силу непрерывности функции (1.5) можно указать наибольшее число $\eta = \eta(y_\beta[\cdot])$ $(\eta \leqslant \vartheta)$, для которого имеет место неравенство

$$\varepsilon(t,\ y_\beta[t]) \leqslant \varepsilon^\circ(t_*,\ y_*) + \beta(t - t_*) \tag{3.8}$$

при $t_* \leqslant t \leqslant \eta$, $\quad y_\beta[t] = y_\beta[t;\ t_*,\ y_*,\ v_u]$ (3.7)

Обозначим через $\eta_\beta{}^\circ$ верхнюю грань чисел $\eta = \eta\,(y_\beta\,[\cdot])$ (3.8) по всевозможным движениям системы (3.7), т. е.

$$\eta_\beta{}^\circ = \sup_{v_\beta[\cdot]} \eta\,(y_\beta\,[\cdot]) \tag{3.9}$$

В силу компактности решений уравнения (3.7) эта верхняя грань достигается на некотором движении $y_\beta{}^\circ\,[t] = y_\beta{}^\circ\,[t;\ t_*,\, y_*,\, v_u]$. Покажем, что число $\eta_\beta{}^\circ$ (3.9) принадлежит множеству $T\,(\eta_\beta{}^\circ,\, y_\beta{}^\circ\,[\eta_\beta{}^\circ])$ (1.7). Допустим, что числое $\eta_\beta{}^\circ$ не принадлежит этому множеству. Тогда, очевидно, $\eta_\beta{}^0 < \vartheta$. Рассмотрим все решения (3.7) $\{y_\beta{}^*\,[t] = y_\beta{}^*\,[t;\ t_*,\, y_*,\, v_u]\}$, удовлетворяющие равенству

$$y_\beta{}^*\,[t] = y_\beta{}^\circ\,[t] \qquad (t_* \leqslant t \leqslant \eta_\beta{}^\circ)$$

В силу выбора числа $\eta_\beta{}^\circ$ для каждого движения и любого числа $\delta \in (0,\, \vartheta - \eta_\beta{}^*]$ выполняется соотношение

$$\max_t \{\varepsilon\,(t,\ y_\beta{}^*\,[t]) - \beta\,(t - t_*)\} > \varepsilon^\circ\,(t_*,\ y_*) \qquad t_* \leqslant t \leqslant \eta_\beta{}^\circ + \delta, \tag{3.10}$$

$$\varepsilon^\circ\,(t_*,\ y_*) = \max\,\{0,\ \varepsilon\,(t_*,\ y_*)\}$$

При этом

$$\varepsilon\,(\eta_\beta{}^\circ,\ y_\beta{}^\circ\ \eta_\beta{}^\circ]) = \varepsilon^\circ\,(t_*,\, y_*) + \beta\,(\eta_\beta{}^\circ - t_*) \tag{3.11}$$

С другой стороны, из (3.11) и из леммы 3.1 следует, что для числа $\beta > 0$ можно указать вектор $f^* \in F\,(\eta_\beta{}^\circ,\, v_u)$ и число $\delta^\circ > 0$, обеспечивающие для движения $y_*\,[t] = y_*\,[t;\ \eta_\beta{}^\circ,\ y_\beta{}^\circ\,[\eta_\beta{}^\circ],\ f^*]$ неравенство и включение

$$\varepsilon\,(t,\, y_*\,[t]) \leqslant \varepsilon\,(\eta_\beta{}^\circ,\ y_\beta{}^\circ\,[\eta_\beta{}^\circ]) + \beta\,(t - t_*)\,/\,2 \tag{3.12}$$

$$f^* \in F^{(\beta)}\,(t,\ v_u)$$

при $\eta_\beta{}^\circ \leqslant t \leqslant \eta_\beta{}^\circ + \delta^\circ$.

Таким образом, построено движение $y_\beta{}^*[l] = y_\beta{}^*[t;\ t_*,\ y_*,\ v_u]$ $(y_\beta{}^*[t] = y_\beta{}^\circ[t]$ при $t_* \leqslant t \leqslant \eta_\beta{}^\circ$, $y_\beta{}^*[t] = y_*[t]$, при $\eta_\beta{}^\circ \leqslant t \leqslant \eta_\beta{}^\circ + \delta^\circ)$, удовлетворяющее оценке

$$\varepsilon\,(t,\, y_\beta{}^*\,[t]) \leqslant \varepsilon^\circ\,(t_*,\, y_*) + \beta\,(t - t_*) \tag{3.13}$$

Это последнее соотношение непосредственно следует из (3.11), (3.12).

Неравенства (3.10), (3.13) противоречивы, и, таким образом, $\eta_\beta{}^\circ \in T\,(\eta_\beta{}^\circ,\, y_\beta{}^\circ[\eta_\beta{}^\circ])$ (1.7). Но тогда из определений функции $\varepsilon\,(t,\, y)$ (1.5) и множеств $T\,(t,\, y)$ (1.7) получим

$$\rho\,(\{y_\beta{}^\circ[\eta_\beta{}^\circ]\}_m,\ M) \leqslant \varepsilon^\circ\,(t_*,\, y_*) + \beta\,(\eta^\circ{}_\beta - t_*)$$

$$\varepsilon\,(t,\, y_\beta{}^\circ\,[t]) \leqslant \varepsilon^\circ\,(t_*,\, y_*) + \beta\,(t - t^*)$$

при $t_* \leqslant t \leqslant \eta_\beta{}^\circ$.

Эти соотношения и доказывают лемму 3.2.

Покажем теперь, что множества $W_\alpha^\square\,(t,\ \vartheta)$ (2.1) являются u-стабильными относительно множества $M^\alpha = \{x : \rho\,(\{x\}_m,\ M) \leqslant \alpha\}$.

Лемма 3.3. Пусть выполнено условие 1.1, тогда множества $W_\alpha\ (t,\ \vartheta)$ u-стабильны относительно M^α.

Доказательство. Выберем произвольным образом значения

$$t_* \in [t_0, \vartheta], \quad w_* \in W_\alpha (t_*, \vartheta), \ \delta \in [0, \vartheta - t_*] \text{ и}$$

зададим функцию $v_u = v(u)$, отображающую множество P в Q. Пусть $\beta_n > 0$ — последовательность чисел, сходящаяся к нулю. Согласно лемме 3.2, для каждого числа n можно указать такое число η_n $(t_* \leqslant \eta_n \leqslant \vartheta)$ и такое движение $y_n[t] = y_n[t; t_*, w_*, v_u]$, которые будут удовлетворять соотношениям

$$\begin{aligned}
&dy_n / dt \in A(t) y_n + F^{(\beta_n)}(t, v_u); \ y_n[t_*] = w_* \\
&\varepsilon(t, y_n[t]) \leqslant \varepsilon^\circ(t_*, w_*) + \beta_n (t - t_*) \\
&\rho(\{y_n[\eta_n]\}_m, M) \leqslant \varepsilon^\circ(t_*, w_*) + \beta_n(\eta_n - t_*) \\
&t_* \leqslant t \leqslant \eta_n, \qquad \eta_n \leqslant \vartheta
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Из последовательности движений $y_n[t; t_*, w_*, v_u]$ можно выбрать предпоследовательность $y_{nk}[t; t_*, w_*, v_u]$, равномерно сходящуюся к некоторой функции $y_*[t; t_*, w_*, v_u]$, которая, очевидно, является движением системы (2.2). Кроме того, из подпоследовательности чисел η_{nk} можно выбрать подпоследовательность, сходящуюся к некоторому моменту времени η_*. Таким образом, из (3.14) для предельного движения $y_*[t] = y_*[t; t_*, w_*, v_u]$ получим

$$\begin{aligned}
&\varepsilon(t, y_*[t]) \leqslant \varepsilon^\circ(t_*, w_*) \leqslant \alpha \\
&t_0 \leqslant t \leqslant \eta_*, \qquad \varepsilon^\circ(t_*, w_*) = \max\{0, \varepsilon(t^*, w^*)\}
\end{aligned}$$

Отсюда и из 2.1 непосредственно вытекает u-стабильность множеств $W_\alpha(t, \vartheta) \cdot (t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta)$, что и доказывает лемму 3.3.

Из леммы 3.3 окончательно получим следующее утверждение.

Теорема 3.1. При выполнении условия 1.1 существует позиционная стратегия U первого игрока, которая для любого движения $x[t] = x[t; t_0, x_0, U]$ гарантирует оценку

$$\begin{aligned}
&\min_t \rho(\{x[t]\}_m, M) \leqslant \alpha \\
&t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta, \qquad \alpha = \max\{0, \varepsilon(t_0, x_0)\}
\end{aligned}$$

Автор благодарит Н. Н. Красовского за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

Поступила 3 IV 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Красовский Н. Н.* Игровые задачи о встрече движений. М., «Наука», 1970.
2. *Красовский Н. Н.* Минимаксное поглощение в игре сближения. ПММ, 1971, т. 35, вып. 6.
3. *Красовский Н. Н., Субботин А. И.* Экстремальные стратегии в дифференциальных играх. Докл. АН СССР, 1971, т. 192, № 3.
4. *Понтрягин Л. С.* О линейных дифференциальных играх 2. Докл. АН СССР, 1967, т. 175, № 4.
5. *Borgest W., Varaija P.* Target function approach to linear pursuit problems. IEEE. Trans. Automatic. Control, 1971, AC 16, № 5.