

ЛИТЕРАТУРА

1. П о п о в Г. Я. Изгиб полубесконечной плиты, лежащей на линейно-деформируемом основании. ПММ, 1961, т. 25, вып. 2.
2. П о п о в Г. Я. Об одной плоской контактной задаче теории упругости. Изв. АН СССР. Механика и машиностроение, 1961, № 3.
3. Н о б л Б. Применение метода Винера—Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., Изд. иностр. лит., 1962.
4. М у с х е л и ш в и л и Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. Изд. 3, М., «Наука», 1968.
5. Н у л л е р Б. М. Контактные задачи для упругого полубесконечного цилиндра. ПММ, 1970, т. 34, вып. 4.
6. К а г а н В. Ф. Основания теории определителей. Одесса, 1922.

УДК 624.07 : 534.1+539.374

**К ВОПРОСУ УСТОЙЧИВОСТИ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО
РАВНОВЕСИЯ ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТОГО СТЕРЖНЯ
КРЕСТОВИДНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ**

Ю. А. Черняков, Н. Ю. Швайко

(Днепропетровск)

Решается задача о разветвлении форм упруго-пластического равновесия центрально сжатого стержня крестовидного поперечного сечения. При этом используются дифференциально-нелинейные соотношения связи между вариациями напряжений и деформаций при потере устойчивости, полученные в рамках модели линейной анизотропно упрочняющейся плоской среды [1] и постулата изотропии А. А. Ильюшина [2]. Решение сопоставляется с известными результатами [3], вытекающими из теории деформаций и пластического течения. Показана неприменимость указанных теорий к решению рассматриваемой задачи как в постановке Кармана, так и в постановке Шенли.

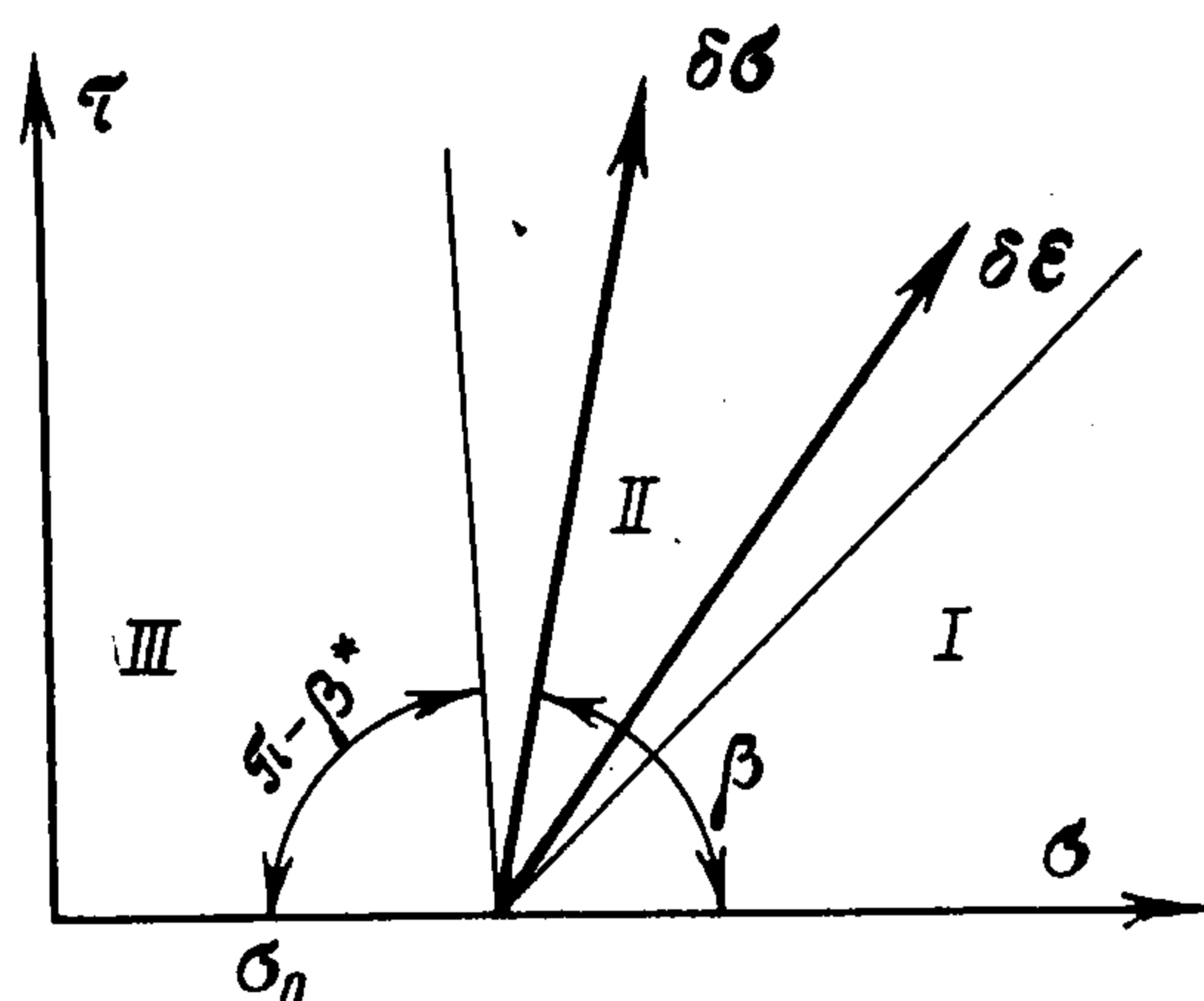
Известно, что потеря устойчивости тонкостенных элементов сопровождается, как правило, изломом траектории нагружения с произвольной величиной угла излома, т. е. процесс резко отличается от простого нагружения. В окрестности точки излома траектории связь между приращениями напряжений и деформаций существенным образом зависит от угла излома и, следовательно, должна выражаться (в отличие от деформационной теории и теории течения) дифференциально-нелинейными соотношениями. Насколько известно авторам, попытки использования таких соотношений, полученных в определенных вариантах теории пластичности (см. [4, 5] и др.) к решению задач устойчивости встретили на своем пути значительные математические трудности и не привели к положительному результату.

Ниже такая попытка осуществлена при решении в постановке Кармана и Шенли задачи определения точки бифуркации форм равновесия центрально сжатого стержня крестовидного поперечного сечения.

1. О соотношениях между приращениями напряжений и деформаций в задачах устойчивости. Для модели линейной анизотропно упрочняющейся плоской среды [1] связь между приращениями напряжений $\delta\sigma$ и деформаций $\delta\epsilon$ в малой окрестности угловой точки траектории нагружения установлена в работах [6, 7]. Обобщение на пространственный случай достигнуто на основании постулата изотропии. Указаны три области догрузки $\delta\sigma$, в которых связь между приращениями $\delta\sigma$ и $\delta\epsilon$ различна (см. фиг. 1, соответствующую рассматриваемому ниже случаю изгибно-крутильной формы потери устой-

чивости сжатого стержня). В зоне I (угол излома $\beta \leq \beta_0(\sigma_0)$) эта связь определяется деформационной теорией пластичности. Явное выражение связи $\delta\sigma \sim \delta\varepsilon$, в частности формулы для определения функции $\beta_0(\sigma_0)$, $\beta_*(\sigma_0)$, содержатся в работах [6, 7]. В зоне II ($\beta_0 \leq \beta \leq \beta_*(\sigma_0)$) связь $\delta\sigma \sim \delta\varepsilon$ дифференциально нелинейна и не подчиняется теории малых упруго-пластических деформаций или теории течения, а при $\beta \in [\beta_*(\sigma_0), \pi]$ (зона III) происходит разгрузка по упругому закону.

Различные аналитические выражения связи $\delta\sigma \sim \delta\varepsilon$ для указанных трех областей догрузки и громоздкость полученных в [6, 7] соотношений затрудняло их непосредственное использование для решения задач устойчивости. В связи с этим в работах [8, 9] дана аппроксимация определяющих в окрестности угловой точки уравнений для трех областей догрузки едиными аналитическими соотношениями. Ниже в окончательном виде приводятся указанные аппроксимирующие соотношения, записанные применительно к случаю изгибно-крутильной формы потери устойчивости стержня



Фиг. 1

$$\delta\sigma_z = \frac{3k}{2} \left[a_1 \delta\varepsilon_z - \left(\frac{a_0}{2} + a_2 \right) \delta\varepsilon_u + \frac{2a_2 \delta\gamma^2}{3\delta\varepsilon_u} \right] \quad (1.1)$$

$$\delta\tau = \frac{1}{2k} \left[b_1 - 2b_2 \frac{\delta\varepsilon_z}{\delta\varepsilon_u} \right] \delta\gamma \quad \left(\delta\varepsilon_u = \left(\delta\varepsilon_z^2 + \frac{1}{3} \delta\gamma^2 \right)^{1/2} \right)$$

Здесь коэффициенты a_i , b_i ($i = 0, 1, 2$) зависят от материала и величины напряжения σ_0 в точке излома (фиг. 1). В частности, для алюминиевого сплава АМГ получено

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} a_0 &= 23.98 \alpha_0^2 - 22.78 \alpha_0 - 7.19, \quad a_1 = 55.95 \alpha_0^2 - 26.87 \alpha_0 + 18.04 \\ a_2 &= 22.11 \alpha_0^2 + 6.42 \alpha_0 - 5.06, \quad b_1 = -59.69 \alpha_0^2 - 13.86 \alpha_0 + 34.09 \\ b_2 &= -6.63 \alpha_0^2 - 21.27 \alpha_0 + 0.23, \quad G = 0.273 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2 \\ \tau_s &= 325 \text{ кг/см}^2, \quad G/k = 17, \quad \sigma_s = \sqrt{3} \tau_s \end{aligned} \quad (1.2)$$

Для алюминиевых сплавов А1-10 и Д-16 выражение коэффициентов a_i , b_i приводится в работе [9].

Связь между параметром α_0 и величиной σ_0 / σ_s дается формулой

$$I_0(2\alpha_0) - 2\alpha_0 I_1(2\alpha_0) \ln(0.21/\alpha_0) = \sigma_s / \sigma_0 \quad (1.3)$$

Отметим, что указанный вариант теории получил в пределах малых упруго-пластических деформаций экспериментальное подтверждение при нагружении алюминиевых сплавов по двузвенным траекториям [10, 11].

2. Приближенное решение задачи в постановке Кармана. Рассмотрим задачу определения точки бифуркации сжатого стержня крестовидного поперечного сечения (фиг. 2) в постановке Кармана: $\delta P = 0$. Система уравнений, определяющих отличное от прямолинейного равновесное состояние стержня, имеет вид [12]

$$\begin{aligned} \delta N &= 0, \quad \frac{d^2}{dz^2} (\delta M_x) = Pp, \quad \frac{d^2}{dz^2} (\delta M_y) = Pq \\ \frac{d}{dz} (\delta M_z) &= r^2 P \frac{d\theta}{dz} \quad \left(r^2 = \frac{1}{F} \int (x^2 + y^2) dF \right) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь вариации внутренних усилий

$$\begin{aligned} \delta N &= \int_F \delta\sigma_z dF, \quad \delta M_x = \int_F y \delta\sigma_z dF, \quad \delta M_y = - \int_F x \delta\sigma_z dF \\ \delta M_z &= \int_F (x \delta\tau_{yz} - y \delta\tau_{xz}) dF \end{aligned} \quad (2.2)$$

вариации кривизны и относительного угла закручивания соответственно

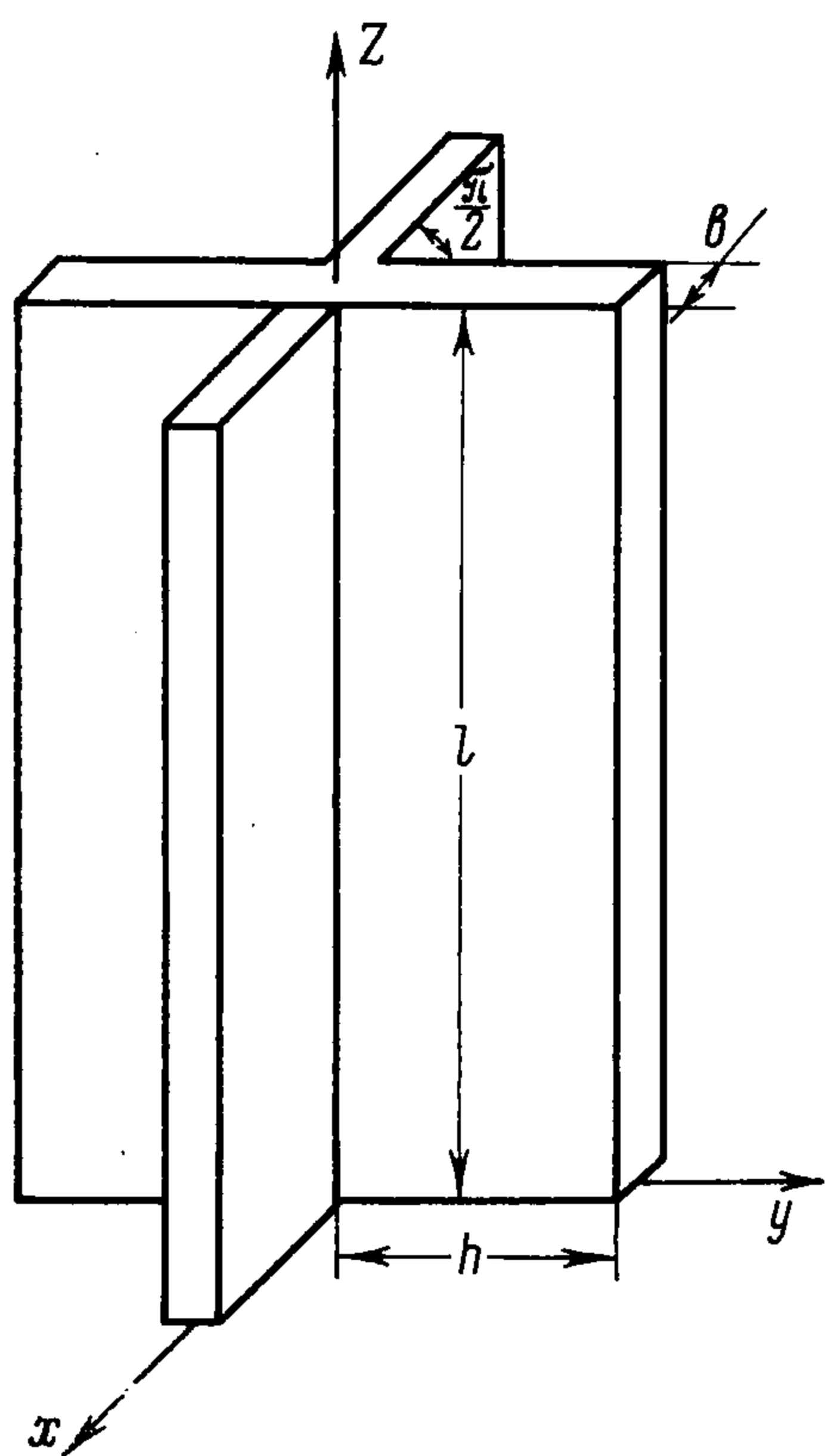
$$p = -d^2v / dz^2, q = d^2u / dz^2, \theta = d\varphi / dz$$

причем u и v — компоненты перемещения точек оси стержня в направлении ox и oy , φ — угол закручивания.

Следуя теории [12] тонкостенных стержней с нулевыми секториальными характеристиками, положим

$$\delta\epsilon_z = \delta\epsilon_0 - qx + py, \delta\gamma_{xz} = -2\theta y, \delta\gamma_{yz} = 2\theta x \quad (2.3)$$

Здесь $\delta\epsilon_z, \delta\gamma_{xz}, \delta\gamma_{yz}$ — вариации осевой деформации и деформации сдвига в поперечном сечении, $\delta\epsilon_0$ — вариация деформации оси стержня.



Фиг. 2

Система (2.1) — (2.3) совместно с (1.1) является полной системой уравнений для исследования вопроса о разветвлении форм равновесия центрально сжатого стержня при $\delta P = 0$. Рассмотрим сначала приближенное решение этой задачи. Известно, что в пределах упругости центрально сжатый стержень крестовидного поперечного сечения может (в зависимости от геометрических размеров) терять устойчивость в чисто изгибной или чисто крутильной форме. Будем пока считать, что за пределами упругости также возможны две формы потери устойчивости: первая — когда деформация кручения преобладает над деформацией изгиба, так что $\delta\epsilon_z^{\max} \ll \delta\gamma^{\max}$ ($\delta\gamma = (\delta\gamma_{xz}^2 + \delta\gamma_{yz}^2)^{1/2}$), а вторая — когда деформация изгиба преобладает над деформацией кручения ($\delta\gamma^{\max} \ll \delta\epsilon_z^{\max}$). В обоих случаях будем пренебрегать величиной $\mu = \eta^2 \ln \eta^2$ по сравнению с единицей. (Здесь η принимает значения $\delta\epsilon_z^{\max} / \delta\gamma^{\max}$ или $\delta\gamma^{\max} / \delta\epsilon_z^{\max}$ в зависимости от исследуемого случая).

Рассмотрим сначала первую из указанных форм, когда $\eta = \delta\epsilon_z^{\max} / \delta\gamma^{\max}$. На основании первого и четвертого уравнений системы (2.1) с указанной выше точностью получаем

$$\delta\epsilon_0 = \frac{\sqrt{3}}{12a_1} (a_0 - 2a_2) b |\theta| \quad (2.4)$$

$$k \frac{d}{dz} \left[\frac{1}{6} b_1 b^3 h \theta - \sqrt{3} b_2 b^2 h \delta\epsilon_0 \frac{\theta}{|\theta|} \right] = Pr^2 \theta' \quad (2.5)$$

В записанное уравнение не входят вариации p, q . Это позволяет сделать вывод, что крутильная форма потери устойчивости не сопровождается так же, как и в упругой области, изгибом $p = q = 0$. Отличие от упругого случая заключается в том, что за пределами упругости закручивание сопровождается, согласно (2.4), дожатием оси стержня. Этот результат, полученный на основании соотношений (1.1), не описывается деформационной теорией или теорией течения, но хорошо подтверждается известными экспериментами [13].

Если соотношение (2.4) подставить в (2.5) и учесть, что $\theta' \neq 0$, то получим окончательное уравнение для определения критического напряжения σ_* по Карману

$$\frac{2\sigma_*}{k} \left[b_1 - \frac{3b_2}{4a_1} (a_0 - 2a_2) \right]^{-1} = \left(\frac{b}{h} \right)^2 \quad (\delta_* = P_*/F) \quad (2.6)$$

Здесь $a_i = a_i(\sigma_*)$, $b_i = b_i(\sigma_*)$ — известные функции, в частности, для сплава АМГ они определяются соотношениями (1.2), (1.3).

Отметим, что формула (2.6) получена независимо от вида граничных условий, т. е. критическая нагрузка при крутильной форме потери устойчивости, как и в упругой области, определяется независимо от способа закрепления стержня.

При выводе формулы (2.6) пренебрегали величиной $\mu = \eta^2 \ln \eta^2$ ($\eta = \delta \varepsilon_z^{\max} / \delta \gamma^{\max}$) по сравнению с единицей; дадим оценку указанной величины μ . В рассматриваемом случае $p = q = 0$ и $\delta \varepsilon_z^{\max} = \delta \varepsilon_0$, поэтому на основании (2.4) имеем

$$\eta = \frac{\sqrt{3}}{12a_1} (a_0 - 2a_2) \quad (2.7)$$

Численные расчеты, проведенные для алюминиевого сплава АМГ, показали, что для $\sigma_* \leq 1.3 \sigma_s$ величина $\mu \leq 0.07$.

Рассмотрим теперь второй случай, т. е. будем исходить из предположения $\eta = \delta \gamma^{\max} / \delta \varepsilon_z^{\max} \ll 1$ (впоследствии покажем, что $\eta = 0$). Пренебрегая величиной $\mu = \eta^2 \ln \eta^2$ по сравнению с единицей, из первых трех уравнений системы (2.1) с учетом (2.2) и (1.1) получаем

$$4a_1 - \left(\frac{a_0}{2} + a_2\right) \left(\frac{\delta \varepsilon_0}{hq} + \frac{hq}{\delta \varepsilon_0}\right) + \left(\frac{a_0}{2} + a_2\right) \left(\frac{\delta \varepsilon_0}{hp} + \frac{hp}{\delta \varepsilon_0}\right) = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{3}{2} k \frac{d^2}{dz^2} \left[\frac{2}{3} a_1 b h^3 q - \left(\frac{a_0}{2} + a_2\right) \left(b h^2 \delta \varepsilon_0 - \frac{b}{3} \frac{\delta \varepsilon_0^3}{q^2} \right) \right] = Pq \quad (2.9)$$

$$\frac{3}{2} k \frac{d^2}{dz^2} \left[\frac{2}{3} a_1 b h^3 p - \left(\frac{a_0}{2} + a_2\right) \left(b h^2 \delta \varepsilon_0 - \frac{b}{3} \frac{\delta \varepsilon_0^3}{p^2} \right) \right] = Pp$$

В записанные уравнения не входит θ , и они определяют чисто изгибную форму потери устойчивости центрально сжатого стержня; следовательно, $\eta = \mu = 0$. В этом случае для определения σ_* можно воспользоваться известными формулами. В частности, при шарнирном закреплении обоих концов стержня имеем

$$\sigma_* = 4\pi^2 E E_t / \lambda^2 (\sqrt{E} + \sqrt{E_t})^2, \quad \lambda = l \sqrt{F / I_{\min}}$$

где λ — гибкость стержня, $E_t = d\sigma / d\varepsilon$ — касательный модуль, определяемый диаграммой напряжений $\sigma \sim \varepsilon$ при одноосном растяжении или сжатии. Для практического определения критической нагрузки и выяснения возможной формы потери устойчивости следует воспользоваться выражениями (2.6), (2.9) и взять из полученных двух значений σ_* меньшее.

3. Точное решение задачи о крутильной форме потери устойчивости. Сопоставление результатов с известными в литературе. В п. 2 показано, что крутильная форма потери устойчивости происходит с дополнительным укорочением оси стержня, но без изгиба, т. е. $p = q = 0$. Воспользуемся этим результатом для построения точного решения задачи о крутильной форме потери устойчивости, не накладывая ограничения на величину μ .

Из первого и четвертого уравнений системы (2.1) с учетом соотношений (1.1), (2.2), (2.3) и условия $p = q = 0$ имеем

$$4a_1 \delta \varepsilon_0 + (2a_2 - a_0) \delta \varepsilon_u^* - \frac{\sqrt{3}}{2} (6a_2 + a_0) \frac{\delta \varepsilon_0^2}{b\theta} \ln \frac{\sqrt{3} \delta \varepsilon_u^* + b\theta}{\sqrt{3} \delta \varepsilon_u^* - b\theta} = 0$$

$$\frac{1}{2} k \frac{d}{dz} \left[\frac{4}{3} h b^3 b_1 \theta - 6 h b^2 b_2 \frac{\delta \varepsilon_0 \delta \varepsilon_u^*}{b\theta} + 3 \sqrt{3} h b^2 b_2 \frac{\delta \varepsilon_0^3}{b^2 \theta^2} \ln \frac{\sqrt{3} \delta \varepsilon_u^* + b\theta}{\sqrt{3} \delta \varepsilon_u^* - b\theta} \right] = P r^2 \theta' \quad (3.1)$$

$$(\delta \varepsilon_u^* = \sqrt{\delta \varepsilon_0^2 + (b\theta / \sqrt{3})^2})$$

Полагая $\theta \neq 0$, $\theta' \neq 0$ и обозначая $\delta \varepsilon_0 / b\theta = s$, из второго соотношения (3.1) получаем следующее уравнение для определения критического напряжения σ_* :

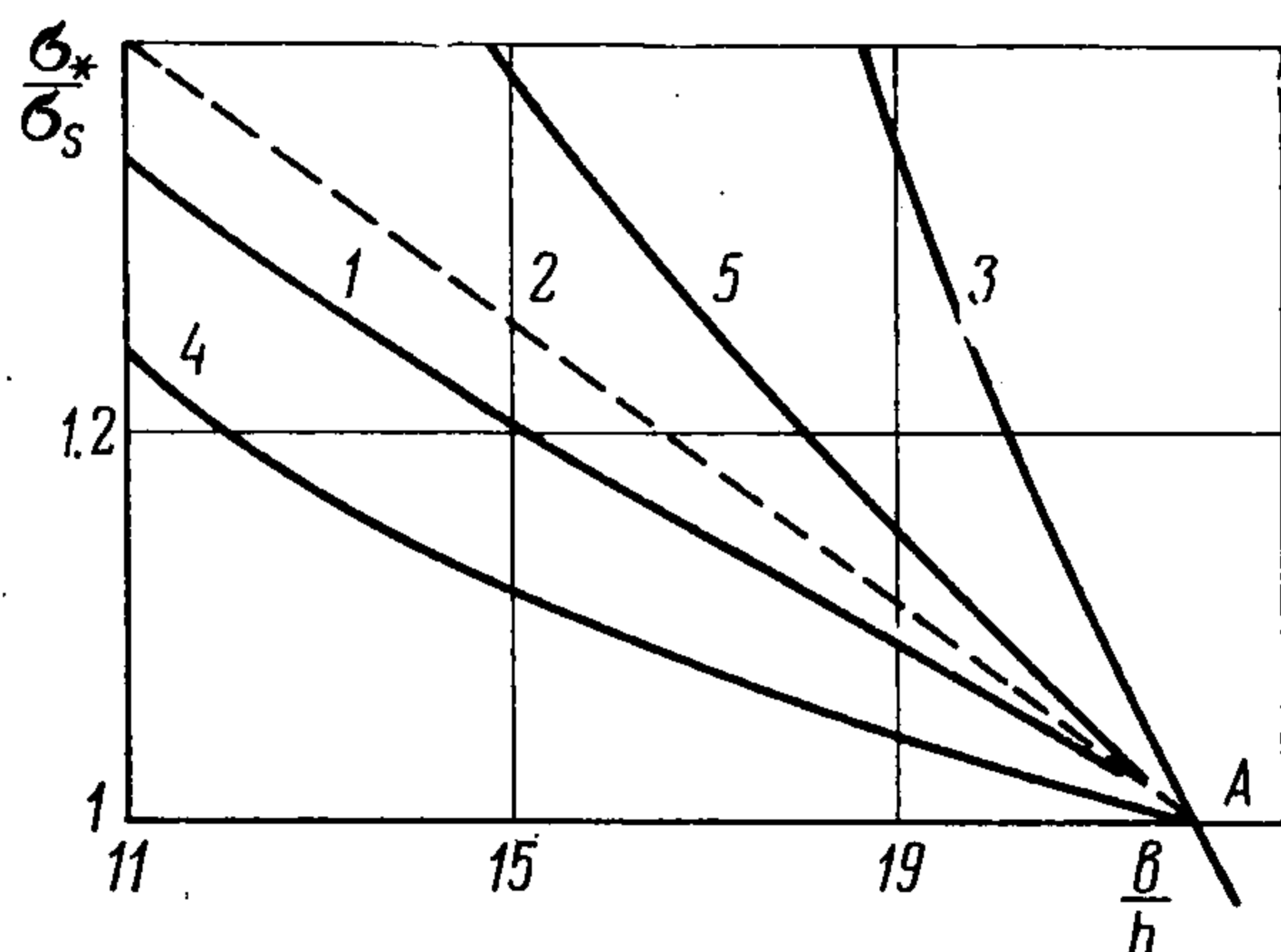
$$\sigma_* = \frac{1}{2} k \left[b_1 - 3 \sqrt{3} b_2 s \sqrt{3s^2 + 1} + \frac{9 \sqrt{3}}{2} b_2 s^3 \ln \frac{\sqrt{3s^2 + 1} + 1}{\sqrt{3s^2 + 1} - 1} \right] \left(\frac{b}{h}\right)^2 \quad (3.2)$$

Величина s вычисляется на основании первого уравнения системы (3.1), которое можно переписать так:

$$8 \sqrt{3a_1 s} + 2(2a_2 - a_0) \sqrt{3s^2 + 1} - 3(6a_2 + a_0) s^2 \ln \frac{\sqrt{3s^2 + 1} + 1}{\sqrt{3s^2 + 1} - 1} = 0 \quad (3.3)$$

Конкретные расчеты по установлению зависимости $(\sigma_* / \sigma_s) \sim (h / b)$ проводились для алюминиевого сплава АМГ на ЭВМ «Минск-22» по следующей схеме. Для заданных значений σ_* из уравнений (3.3) методом Ньютона определяем s , затем из уравнения (3.2) находим величину отношения h / b .

График зависимости $(\sigma_* / \sigma_s) \sim (h / b)$, построенный на основании уравнений (3.2) и (3.3), показан на фиг. 3 сплошной линией 1; пунктирная кривая 2 соответствует



Фиг. 3

приближенной формуле (2.3). Линия 3 построена на основании формулы, полученной [3] в рамках теории течения: $\sigma_* = (b / h)^2 G$. Линия 4 построена на основании деформационной теории, которая приводит к выражению $\sigma_* = (b / h)^2 G_s$, где $G_s = \tau_{ок} / \gamma_{ок}$ — секущий модуль на диаграмме октаэдрический сдвиг — октаэдрическое напряжение. Точка A отвечает переходу из упругой области в пластическую.

Для выяснения влияния на величину σ_* дополнительного сжатия $\delta \epsilon_0$ оси стержня при крутильной форме потери устойчивости на фиг. 3 приведен график 5. Он построен на

основании уравнений (3.2) и (3.3) при $s = 0$ ($s = \delta \epsilon_0 / b \theta$).

Отметим, что для алюминиевых сплавов АК-6 и Д-16 соответствующие графики качественно аналогичны приведенным на фиг. 3 для сплава АМГ.

4. Решение задачи в постановке Шенли. Полученное выше решение в постановке Кармана ($\delta P = 0$) показывает, что теория деформаций (так же, как и теория течения), при крутильной форме потери устойчивости стержня и развитой пластической деформации не приводит к удовлетворительным результатам. Выясним сначала вопрос о возможности использования деформационной теории для решения задачи в постановке Шенли: $\delta P \neq 0$. Предположим, что рост внешней нагрузки приводит к тому, что углы β излома траектории нагружения (фиг. 1) для всех точек поперечного сечения стержня меньше предельного угла β_0 применимости деформационной теории, т. е. $\beta \leq \beta_0$ ($\beta_0 < \pi / 2$). При этом для вариации напряжений можно записать

$$\delta \sigma_z = E_t \delta \epsilon_z, \quad \delta \tau_{xz} = G_s \delta \gamma_{xz}, \quad \delta \tau_{yz} = G_s \delta \gamma_{yz} \quad (4.1)$$

Вместо первого и четвертого уравнений системы (2.1) воспользуемся следующими (здесь кроме физической нелинейности используется также и геометрическая нелинейность):

$$\delta N = \delta P, \quad \frac{d}{dz} (\delta M_z) = P \theta' \Phi(\theta) \quad \left(\Phi(\theta) = \int_F \frac{(x^2 + y^2) dE}{[1 + (x^2 + y^2) \theta^2]^{3/2}} \right) \quad (4.2)$$

где δN и δM_z определяются квадратурами (2.2).

На основании уравнений (4.2) с учетом (4.1) получим

$$E_t \delta \epsilon_0 = \delta \sigma, \quad \sigma = G_s I_d / \Phi(\theta), \quad \sigma = P / F \quad (4.3)$$

$$\delta \sigma = \delta P / F, \quad I_d = 4/3 h b^3$$

Из второй формулы (4.3) для величины отношения $\delta \sigma / \delta \tau = \delta \sigma / (G_s \delta \gamma)$ в окрестности излома траектории (фиг. 1) имеем

$$\frac{\delta \sigma}{\delta \tau} = \frac{\sigma \theta}{G_s} \left[\frac{\delta G_s}{\delta \sigma} I_d - \Phi(\theta) \right]^{-1} \Phi(\theta) \quad (4.4)$$

Отсюда в пределе $\theta \rightarrow 0$ получаем $\lim \delta\sigma / \delta\tau = 0$, т. е. угол $\beta = \text{arctg}(\delta\tau / \delta\sigma) = \pi / 2$. Но это противоречит сделанному предположению об ограниченности углов β предельной величиной $\beta_0 < \pi / 2$, определяющей рамки применимости деформационной теории. Следовательно, и в постановке Шенли для решения задачи необходимо использовать дифференциально-нелинейные соотношения (1.1). Повторяя выкладки, сделанные в п. 2, приходим к следующему. Вместо соотношения (2.4) получаем

$$\delta\varepsilon_0 = \frac{\delta P}{kF} - \frac{\sqrt{3}}{12a_1}(a_0 - 2a_1)b\theta \quad (4.5)$$

Уравнение (2.5) остается без изменения. Учитывая, что $d(\delta P) / dz = 0$, для определения критической силы по Шенли из (2.5) и (4.5) вновь приходим к формуле (2.6), полученной ранее в постановке Кармана. Таким образом, критические нагрузки при крутильной форме потери устойчивости сжатого стержня крестовидного поперечного сечения по Шенли и Карману совпадают.

Если потеря устойчивости происходит в изгибной форме, то вместо (2.9) при решении задач в постановке Шенли следует записать $\sigma_* = \pi^2 E_t / \lambda^2$.

Поступила 10 II 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Леонов М. Я., Швайко Н. Ю. Сложная плоская деформация. Докл. АН СССР, 1964, т. 159.
2. Ильшин А. А. Пластичность. Основы общей математической теории. М., Изд-во АН СССР, 1963.
3. Онат Е., Друккер Д. Неупругая потеря устойчивости и теория течения. Механика. Сб. перев., 1955, № 3.
4. Батдорф С. Б., Будянский Б. Математическая теория пластичности, основанная на концепции скольжения. Механика. Сб. перев., 1962, № 1 (71).
5. Лин Т. Вариант теории скольжения. Механика. Сб. перев., 1956, № 3.
6. Леонов М. Я., Швайко Н. Ю. О зависимостях между напряжениями и деформациями в окрестности угловой точки траектории нагружения. Докл. АН СССР, 1966, т. 171, № 2.
7. Швайко Н. Ю. Методы решения уравнений, описывающих законы деформирования линейной анизотропно упрочняющейся среды. В сб.: Сложная деформация твердого тела. Фрунзе, «Илим», 1969.
8. Швайко Н. Ю., Клышевич Ю. В. Аппроксимация и обращение зависимости между приращениями напряжений и деформаций в окрестности излома траектории нагружения. Изв. АН КиргССР, 1968, № 6.
9. Заговайлов Л. Б., Швайко Н. Ю. К вопросу о связи между напряжениями и деформациями при потере устойчивости. В сб.: Гидроаэромеханика и теория упругости, вып. 16. Изд-во Днепропетровск. ун-та, 1972.
10. Швайко Н. Ю., Клышевич Ю. В., Рычков Б. А. Линейная анизотропно упрочняющаяся среда. В сб.: Пластичность и хрупкость. Фрунзе, «Илим», 1967.
11. Кудряшов Н. Н., Рычков Б. А., Швайко Н. Ю. Теоретическое и экспериментальное исследование законов деформирования алюминиевого сплава АК-6 при сложном нагружении. Изв. АН КиргССР, 1970, № 1.
12. Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни. М., Физматгиз, 1959.
13. Нахди П., Роули Дж. Экспериментальное изучение зависимостей между напряжениями и деформациями в пластической области при двухосном напряженном состоянии. Механика. Сб. перев., 1955, № 3.