

ПОВЕДЕНИЕ ПАНЕЛИ КРЫЛА ПРИ ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ В ПОТОКЕ ГАЗА

А. С. Вольмир, А. Т. Пономарев, С. А. Попыталов

(Москва)

Предлагается методика исследования поведения упругой плоской панели обшивки крыла при переходном режиме в потоке газа. Считается, что панель имеет начальную погибь. В основу решения задачи положены волновое уравнение линеаризованной нестационарной аэродинамики и геометрически нелинейные уравнения теории гибких пластинок [1]. Разрешающие уравнения, описывающие поведение упругой системы, составляются путем применения процедуры Бубнова — Галеркина по одной из координат, а по другой и по времени — метода конечных разностей. В качестве примера рассмотрен случай сверхзвукового обтекания крыла. Распределение аэродинамического давления по поверхности панели ищется на основании модели тонкой несущей поверхности при помощи численного метода запаздывающего потенциала от источника, с учетом предыстории процесса деформирования [2].

Пусть на крыло прямоугольной формы в плане, движущееся симметрично со скоростью U_0 при нулевом угле атаки в идеальной сжимаемой среде, в момент времени $t = 0$ накладываются малые дополнительные неустановившиеся движения, вызванные мгновенным изменением угла атаки α при воздействии вертикального порыва; обтекание считается безотрывным. Предполагается, что в последующие моменты времени начинают деформироваться отдельные участки обшивки крыла.

Изучим динамическую реакцию упругой системы при внезапном изменении параметров потока на примере плоской панели обшивки крыла со сторонами a и b и толщиной h (фиг. 1). Примем, что пластинка шарнирно скреплена с подкрепляющими элементами конструкции, нагружена в своей плоскости сжимающими усилиями p , имеет начальную погибь и расположена в обратном конусе Маха. Отметим, что в этом случае концевые эффекты и вихревая пелена не оказывают влияния на перераспределение давления по поверхности панели. Направление потока и область положительных координат для крыла $O_1x_1y_1$ и для панели Oxy показаны на фиг. 1. Координата z_1 направлена по нормали к плоскости крыла; для панели считается $z = -z_1$, $y = -y_1$.

Выпишем систему дифференциальных уравнений, описывающих распределение потенциала возмущенных скоростей φ в подвижной системе координат $O_1x_1y_1$ и большие прогибы панели с учетом конструкционного демпфирования и сил инерции, отвечающих нормальному прогибу

$$(a_0^2 - U_0^2) \varphi_{,x_1x_1} + a_0^2 \varphi_{,y_1y_1} + a_0^2 \varphi_{,z_1z_1} - \varphi_{,tt} - 2U_0 \varphi_{,x_1t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D}{h} \nabla^2 \nabla^2 (w - w_0) = L(w, \Phi) - \varepsilon w_{,t} - \frac{\gamma}{g} w_{,tt} + \frac{p_a(x, y, t)}{h} \quad (2)$$

$$\frac{1}{E} \nabla^2 \nabla^2 \Phi = -1/2 [L(w, w) - L(w_0, w_0)] \quad (3)$$

где n и n_0 — соответственно число заданных текущих и начальных полу-волн вдоль дуги; $n = n_0$.

Далее, подставляя зависимости (6) в соотношения (2), (3) и используя процедуру Бубнова — Галеркина по координате y с учетом (5), имеем

$$\zeta_{,\tau\tau} + \varepsilon^* a_1 \zeta_{,\tau} = a_2 p_a^*(\xi, \tau) - a_3 [(\zeta - \zeta_0)_{,\xi\xi\xi\xi} - 2(n_0\pi\lambda)^2 (\zeta - \zeta_0)_{,\xi\xi} + (n_0\pi\lambda)^4 (\zeta - \zeta_0) + \frac{8}{3}\theta\pi\lambda^2 (\psi\zeta_{,\xi\xi} + \psi_{,\xi}\zeta_{,\xi} + \zeta\psi_{,\xi\xi}) + p^*\theta\lambda^2 \zeta_{,\xi\xi}] \quad (7)$$

$$\psi_{,\xi\xi\xi\xi} - 2(n_0\pi\lambda)^2 \psi_{,\xi\xi} + (n_0\pi\lambda)^4 \psi = \frac{8}{3}n_0\pi\lambda^2 \times \times \left[\zeta\zeta_{,\xi\xi} + \frac{1}{2}\zeta_{,\xi}^2 - \zeta_0\zeta_{0,\xi\xi} - \frac{1}{2}\zeta_{0,\xi\xi}^2 \right], \quad a_3 = \frac{a_1^2}{\theta} \quad (8)$$

Решая совместно уравнения (7) и (8) и определяя параметр давления $p_a^*(\zeta, \tau)$ численными методами, можно проследить за деформацией панели во времени при переходном режиме в потоке для широкого диапазона чисел Маха: $0 \leq M \leq 2$.

В качестве примера исследуем законы распределения аэродинамической нагрузки и деформирования для панели при обтекании крыла сверхзвуковым потоком газа; рассмотрим случай $M = \sqrt{2}$.

Согласно (4) и (5), выражение для $p_a^*(\xi, \tau)$ представим в виде

$$p_{a_i}^*(\xi, \tau) = p_{a_i}^*(\xi, \tau) + p_{\zeta_i, \xi}^*(\xi, \tau) + p_{\zeta_i, \tau}^*(\xi, \tau), \quad i = 1, 2, 3 \dots \quad (9)$$

$$[p_{\zeta_i, \xi}^*(\xi, \tau) + p_{\zeta_i, \tau}^*(\xi, \tau)] = \frac{2l}{b_0} \left[\frac{\varphi^*(\tau + h_{\tau_a}) - \varphi^*(\tau)}{h_{\tau_a}} + \frac{\varphi^*(\xi_1 + h_{\xi_1}) - \varphi^*(\xi_1 - h_{\xi_1})}{2h_{\xi_1}} \right] \quad (10)$$

$$h_{\tau_a} = 2/N_1, \quad h_{\xi_1} = 1/N_1, \quad \xi_1 = x_1/b_0, \quad \varphi^* = 2\varphi/U_0 l$$

Здесь $p_{a_i}^*(\xi, \tau)$ — безразмерная составляющая аэродинамического давления в произвольной точке панели, определяемая в данном случае из простых соотношений (см. [2], стр. 547), l — размах крыла, h_{τ_a} и h_{ξ_1} — соответственно аэродинамический шаг интегрирования по времени и шаг по хорде крыла, N_1 — число разбиений по хорде.

Для интегрирования уравнения (1) численным методом запаздывающего потенциала от источника введем безразмерные характеристические координаты $O_1 \eta_1^* \eta_2^*$ с полууглом при вершине $\mu = \arcsin(M^{-1})$, фиг. 1

$$\eta_1^* = x_1^* - y_1^* - x_{10}^*, \quad \eta_2^* = x_1^* + y_1^* - x_{10}^*, \quad \beta = \sqrt{M^2 - 1}$$

$$y_1^* = \frac{2y_1}{l}, \quad x_1^* = \frac{2x_1}{\beta l}, \quad x_{10}^* = \frac{2x_{10}}{\beta l} \quad (11)$$

где x_{10} — координата начала отсчета.

Для реализации численного метода панель делится вдоль стороны a на N равных частей и через точки деления проводятся прямые, параллельные характеристическим линиям. Таким образом, реальная панель заменяется целым числом элементарных ячеек. Потенциал возмущенных

скоростей φ_i^* в произвольной точке находим путем суммирования интегралов по ячейкам, вошедшим в область интегрирования

$$\varphi_i^*(F\Delta, H\Delta, \tau) = \frac{\Delta}{\pi} \sum_{i=1}^F \sum_{j=1}^H C_i(\tau_1) r_i^* + \frac{\Delta}{\pi} \sum_{i=1}^F \sum_{j=1}^H C_i(\tau_2) r_i^* \quad (12)$$

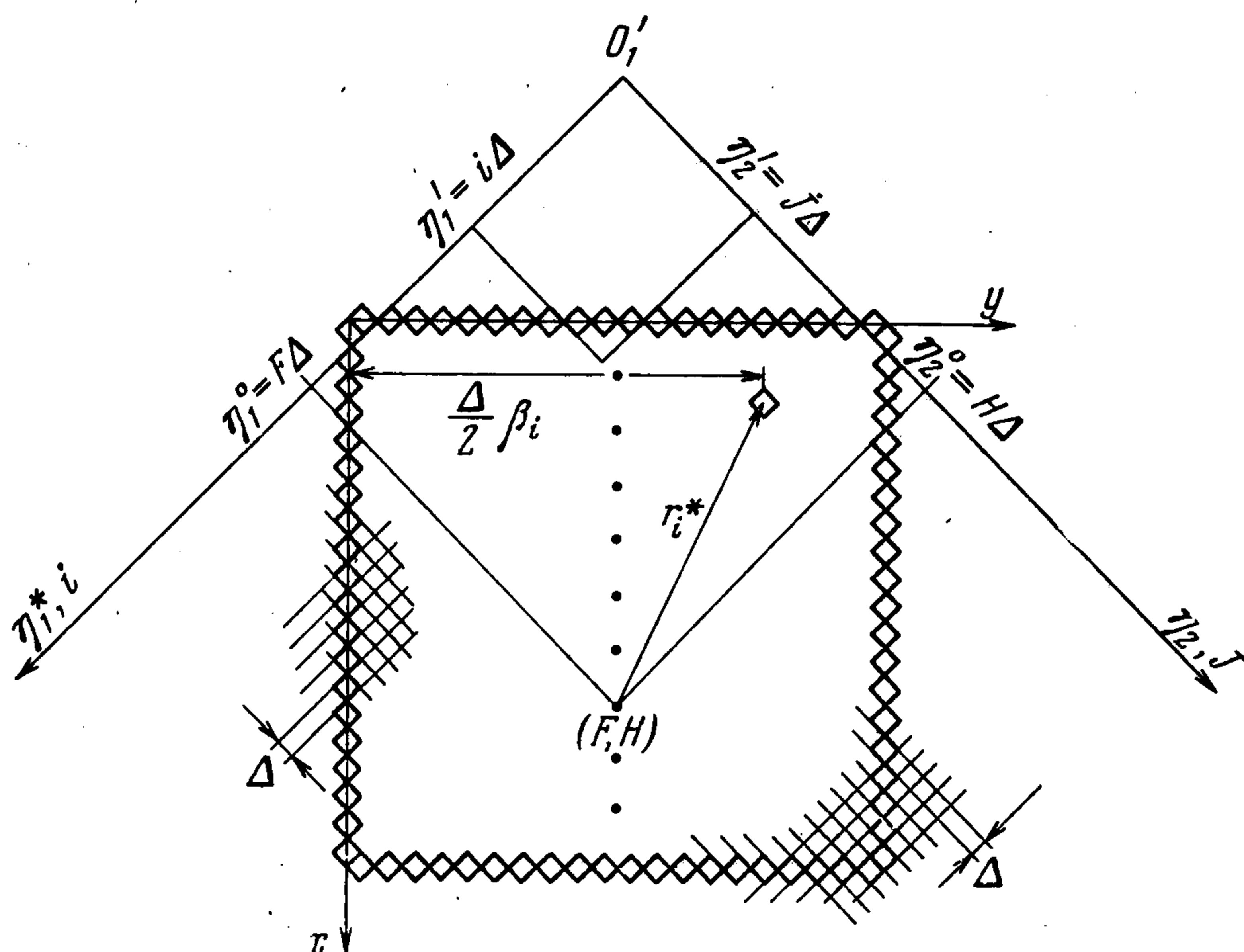
$$C_i(\tau) = [\zeta_{i,\xi} + \zeta_{i,\tau}] \sin \pi \left(\frac{\Delta}{2} \beta_i \right)$$

$$F = \eta_1^* / \Delta, \quad H = \eta_2^* / \Delta$$

$$r_i^* = (\sqrt{F-i+1} - \sqrt{F-i})(\sqrt{H-j+1} - \sqrt{H-j})$$

$$\tau_{1,2} = \tau - \frac{M^2 l \Delta}{2\beta b_0} \left[\frac{F-i+H-j}{2} \pm \frac{\sqrt{(F-i)(H-j)}}{M} \right]$$

Здесь Δ — сторона ячейки, величины $\zeta_{i,\xi}$ и $\zeta_{i,\tau}$ отражают местное изменение деформации панели по координате ξ и времени τ ; они опреде-

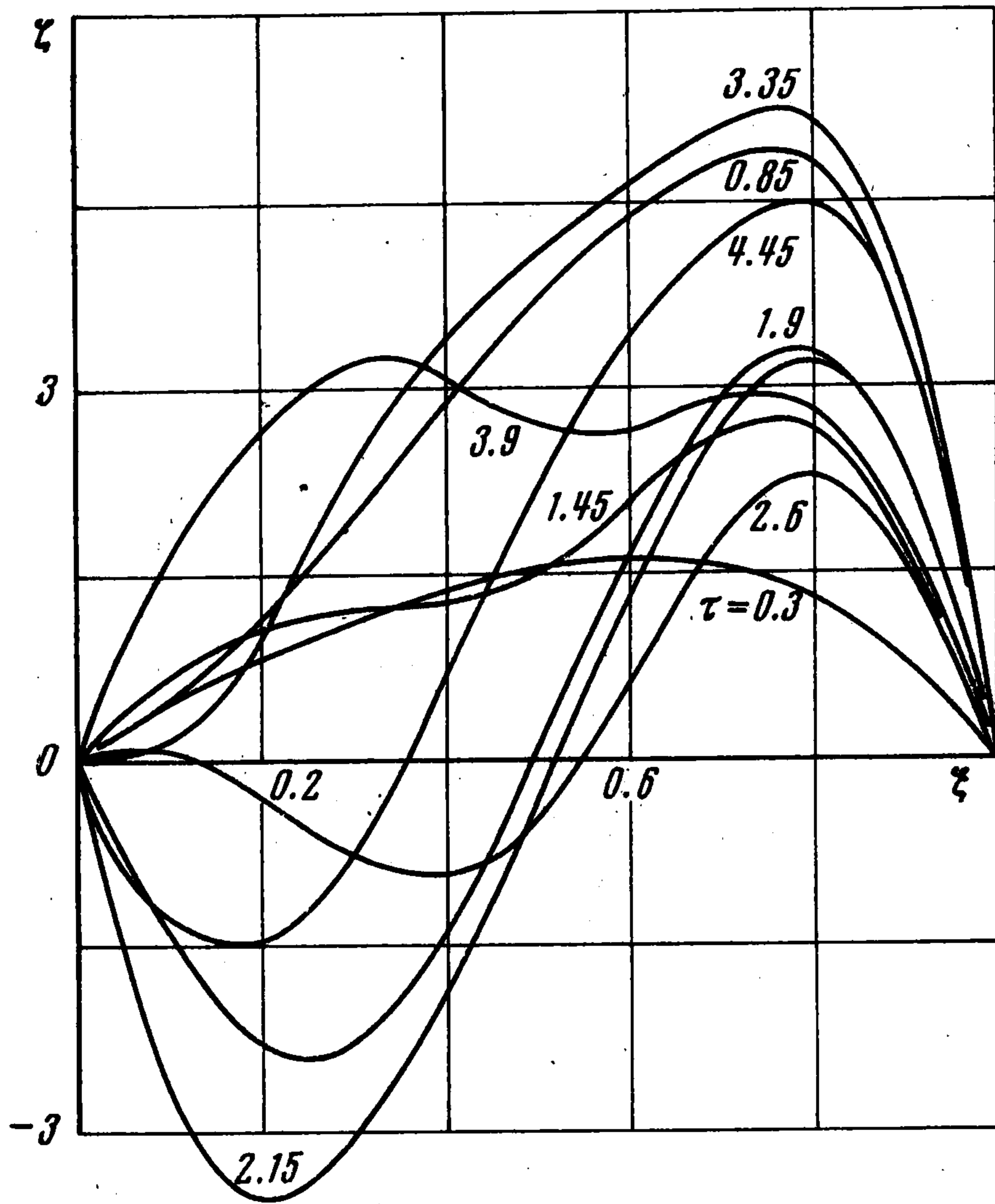


Фиг. 2

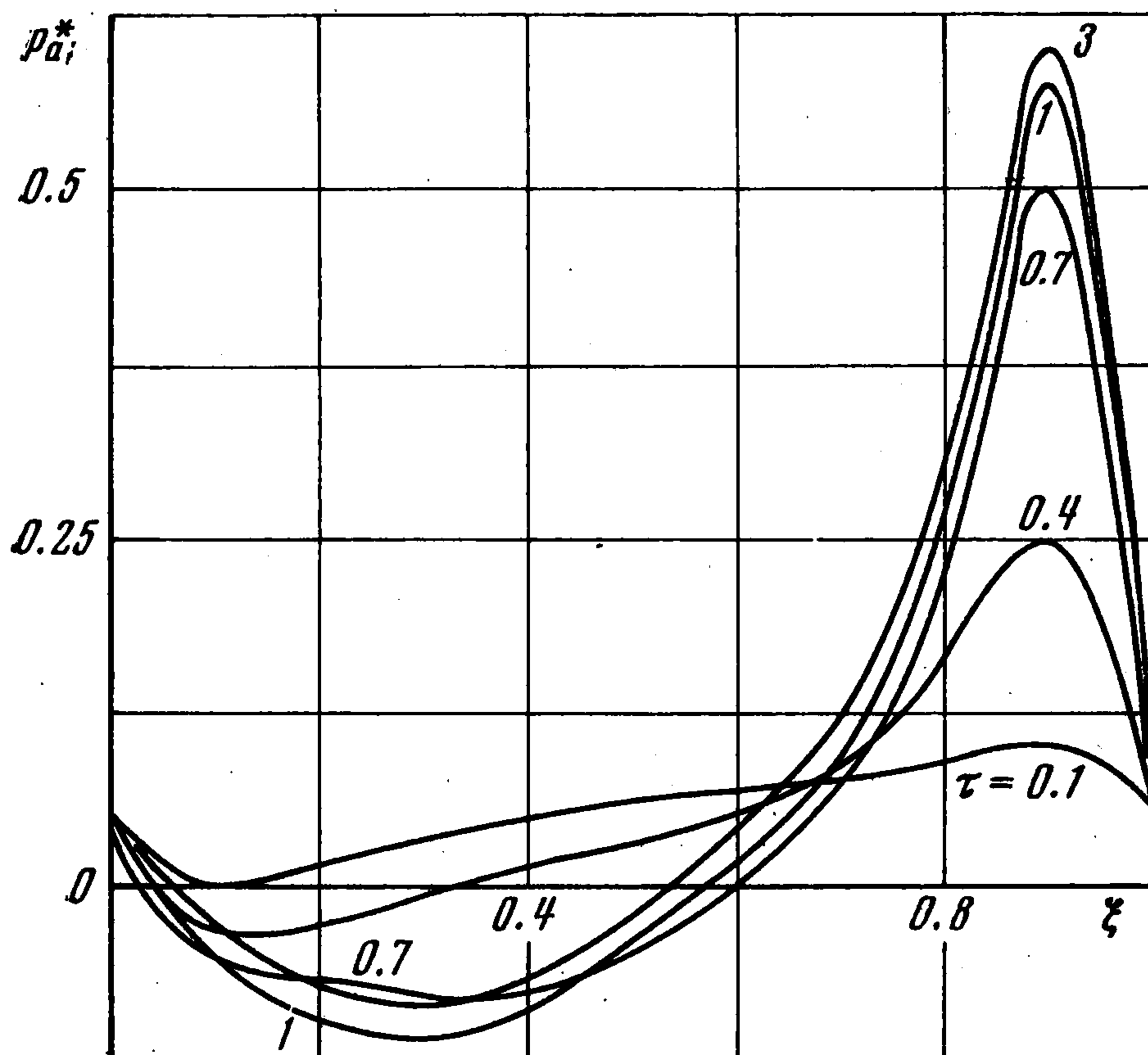
ляются из решения уравнений (7), (8). Параметр $\Delta\beta_i/2$ характеризует положение элементарной ячейки на панели вдоль стороны b (фиг. 2).

Отметим, что сигнал от ячейки, принадлежащей к области интегрирования, может прийти в исследуемую точку поверхности панели в момент времени τ либо передним фронтом волны ($\tau_1 > 0$), либо задним ($\tau_2 > 0$) или одновременно от двух фронтов.

Уравнения (7) и (8) были проинтегрированы в конечных разностях с шагом по координате $h_\xi = 0.1$ и по времени $h_\tau = 0.005$ при начальных условиях $\zeta - \zeta_0 = \zeta_\tau = 0$ совместно с (12), (10) и (9) для $h_{\xi_1} = 0.0125$ и $h_{\tau_0} = 0.025$ на ЭВС; при этом производные от функций ζ и ψ по координате ξ и по времени τ в узле (i, j) заменяются центрально-разностными операторами. В качестве примера была взята дюралюминиевая панель с параметрами $\lambda_1 = 200$, $\lambda_2 = 0,25$, $n_0 = 1$, $\lambda = 1$, $\zeta_0 = 1 \cdot \sin \pi \xi$, $\varepsilon = 0,25 \cdot 10^{-3}$ кг·сек/см⁴.

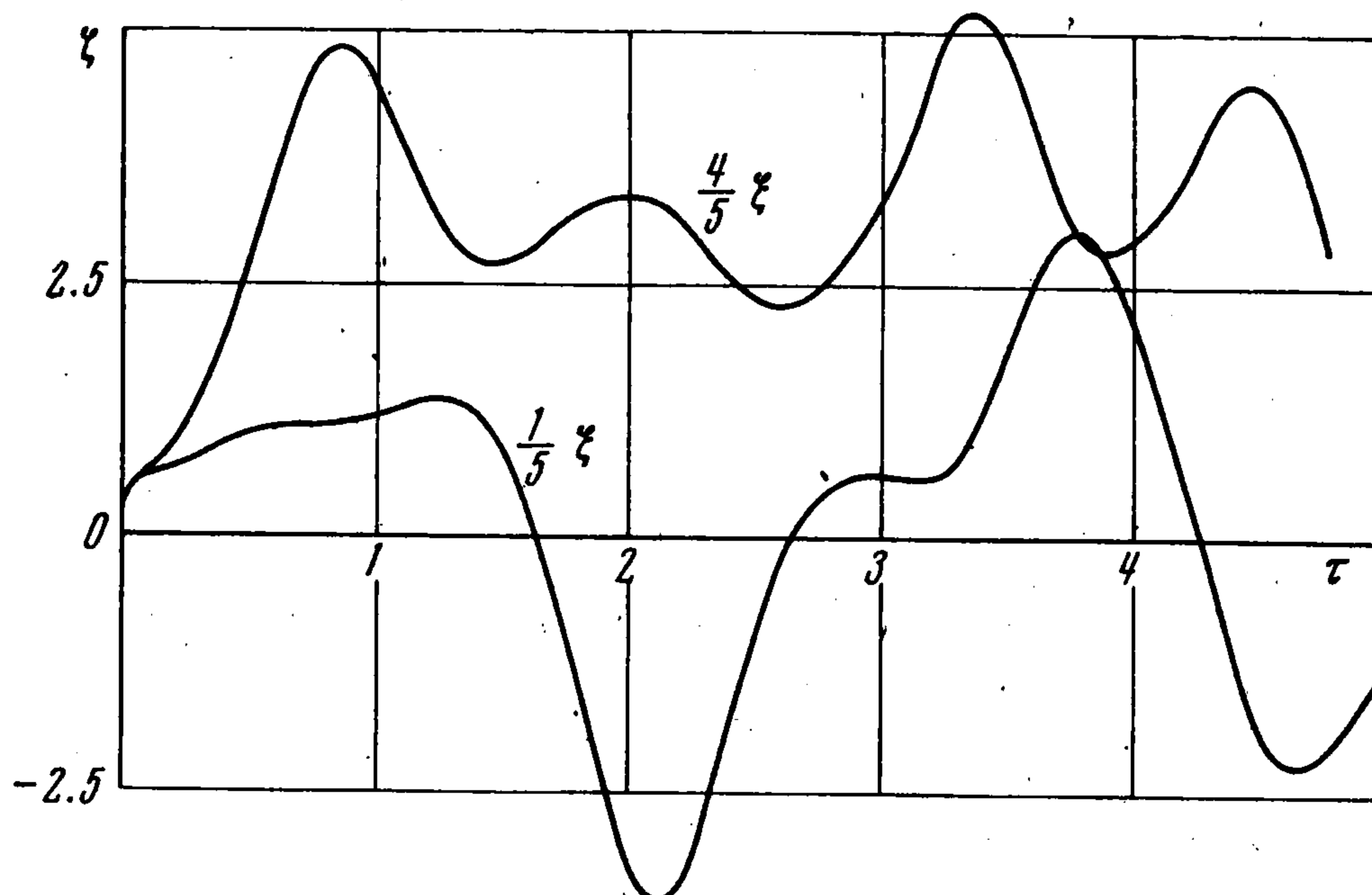


Фиг. 3

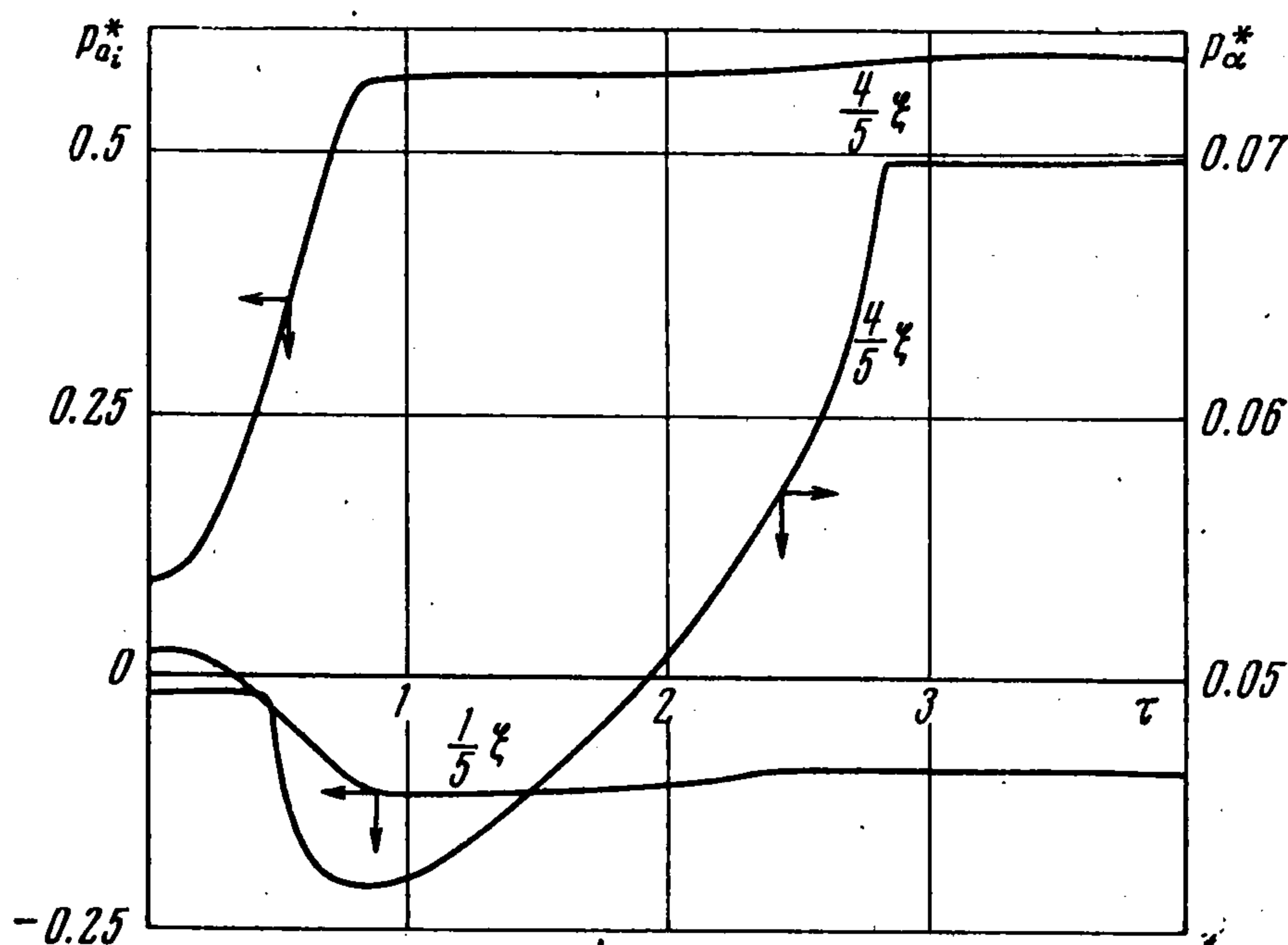


Фиг. 4

Процесс вычислений начинается с определения $p_{a_i}^* = p_{a_i}^*$ для $\tau = 0$. Затем, считая $p_{a_i}^* = \text{const}$, повторяем процедуру определения ζ_i^j и ψ_i^j по (7) и (8) до тех пор, пока суммарное значение h_τ не станет равным h_{τ_a} . После этого по найденным значениям ζ_i^j для j -го слоя и ζ_i^0 для нулевого слоя определяем значение параметра $(\zeta_{i,\xi}^j + \zeta_{i,\tau}^j)$ в точках, расположенных вдоль линии $y = b/2$, и храним его на каждом шаге h_{τ_a} .



Фиг. 5



Фиг. 6

Далее по (9) с учетом (12), (10) находим $p_{a_i}^*$ в этих же точках. Затем снова определяем функции ζ_i^j и ψ_i^j с новым значением $p_{a_i}^*$ для следующего слоя и т. д. Критерий окончания переходного процесса — выход упругой системы на режим установившихся колебаний (фиг. 5). Кроме того, об окончании этого процесса можно судить по переходным функциям $p_{a_i}^*(\tau)$, см. фиг. 6.

Численные данные представлены на фиг. 3 и фиг. 4 в виде кривых $\zeta(\xi, \tau)$ и $p_a^*(\xi, \tau)$; $p^* = 3$. Из анализа фиг. 3 следует, что для процесса деформирования панели при переходном режиме характерна непрерывная перестройка формы срединной поверхности со смещением максимальной амплитуды прогиба к задней кромке по отношению к набегающему потоку. Это подтверждается эпюрой распределения параметра $p_a^*(\xi, \tau)$

(фиг. 4). На фиг. 5 нанесена серия кривых для точек панели, расположенных на расстоянии $1/5$ и $4/5$ длины от передней кромки. Видно, что реакция пластинки на возмущения в потоке сопровождается бурным нарастанием прогиба сначала для точек вблизи задней кромки, а затем, с некоторым запаздыванием, для точек у передней кромки. В дальнейшем этот процесс несколько затухает при установившихся колебаниях. Переходные функции $p_{\alpha_i}^*(\tau)$ и $p_{\alpha_i}^*(\tau)$ для тех же точек панели, к которым относятся кривые $\zeta_i(\tau)$ фиг. 5, помещены на фиг. 6. Для графиков $p_{\alpha_i}^*(\tau)$ фиг. 6 показатель-но различие темпа нарастания давления во времени.

В заключение отметим, что данная методика позволяет построить не только картину деформирования срединной поверхности панели и распределения давления во времени, но и найти величину опасных напряжений в конструкции при переходном режиме и установившихся колебаниях.

Поступила 28 VII 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем, М., «Наука», 1967.
2. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. Крыло в нестационарном потоке, М., «Наука», 1971.