

**ПЛОСКИЕ АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА,
НАГРЕВАЕМОГО ИЗЛУЧЕНИЕМ, ПРИ НАЛИЧИИ
СИЛЬНОГО ПЕРЕИЗЛУЧЕНИЯ**

В. И. Бергельсон, И. В. Немчинов

(Москва)

Рассматривается плоская задача о взаимодействии мощного потока излучения, падающего извне, с поверхностью тела. Считается, что длина пробега внешнего излучения порядка толщины слоя паров нагретого вещества, а переизлучение носит объемный характер. В предположении большой интенсивности собственного излучения уравнение энергии допускает существенные упрощения и представляет собой в некоторых случаях простое алгебраическое соотношение между параметрами. Найдены автомодельные решения и получены для них численные результаты.

1. Пусть на поверхность твердого тела падает мощный поток монохроматического излучения оптического диапазона. Вещество испаряется и слой паров разогревается до высокой температуры. Если она значительно выше температуры фазового перехода T_v , а удельная внутренняя энергия e существенно выше удельной теплоты испарения Q_v , то можно положить $T_v = Q_v = 0$. Из-за разлета слоя паров на поверхность твердого тела действует реактивная сила и в нем возникает достаточно высокое давление p_1 (в данной постановке — неизвестный параметр). Скорости u разлета горячего слоя гораздо больше скоростей u_1 движения плотного и холодного вещества под действием реактивной силы (от зоны энерговыделения по направлению потока излучения). Плотность ρ в горячем слое резко понижается по сравнению с плотностью твердого тела ρ_1 , т. е. удельный объем $v \gg v_1$.

В результате возможна следующая постановка задачи: излучение падает на газ, первоначально бесконечно плотный, абсолютно холодный и неподвижный, т. е. $v_1 = e_1 = u_1 = 0$. Такая постановка уже использовалась при решении задач о действии мощных потоков монохроматического излучения [1-3] с учетом лишь излучения источника.

В данной работе учитывается эффект переизлучения из слоя высоко-разогретых паров. Предполагается, что тепловые потери за счет собственного излучения носят чисто объемный характер, что очевидно для случая полностью ионизованного газа [4, 5]. Выражения для удельной интенсивности объемного высвечивания и массового коэффициента поглощения излучения используются в следующем виде:

$$f = f^\circ(e) \rho^{\beta_1}, \quad \kappa_0 = \kappa^\circ(e) \rho^{\beta_2} \quad (1.1)$$

Здесь β_1, β_2 — постоянные, $f^\circ(e), \kappa^\circ(e)$ — заданные функции e . Заметим, что в области полной ионизации

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta \quad (1.2)$$

причем $\beta = 1$.

Для неполностью ионизованного газа, особенно в области многократной ионизации, возможна аппроксимация функций f и κ_0 в виде (1.1), причем β_1 и β_2 близки друг к другу. Для упрощения последующего анализа предполагается, что условие (1.2) выполняется всегда.

Переизлучение играет двойную роль: часть потока энергии, испущенной горячим слоем паров, уходит от тела, другая часть направлена к его поверхности (в данной постановке — в холодные и плотные слои газа перед «горячей областью»). Поглощение этой энергии вызывает разогрев и движение слоев перед зоной интенсивного переизлучения.

В данной работе будем интересоваться параметрами в горячей области, считая, что можно пренебречь движением и разогревом паров в зоне перед ней.

2. Система уравнений движения, неразрывности, энергии, переноса падающего излучения и состояния для одномерного плоского движения газа, нагреваемого излучением с учетом объемного испускания излучения сплошного спектра такова:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial m} &= 0, & \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial m} &= 0 \\ \frac{\partial e}{\partial t} + p \frac{\partial v}{\partial t} &= -f - \frac{\partial q}{\partial m}, & \frac{\partial q}{\partial m} &= -\kappa_0 q, & e &= \frac{pv}{\gamma - 1} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь m — массовая лагранжева координата, отсчитываемая от границы газа с вакуумом, t — время, q — плотность потока падающего монохроматического излучения, γ — эффективный показатель адиабаты.

Значения f, κ_0 даются формулами (1.1).

В соответствии с постановкой задачи, изложенной в п. 1, начальные и граничные условия запишутся в виде

$$u(m, 0) = v(m, 0) = e(m, 0) = 0 \quad (2.2)$$

$$q(0, t) = q_0(t), \quad p(0, t) = 0 \quad (2.3)$$

Основной предпосылкой дальнейшего анализа является предположение, что в случае существенного переизлучения в уравнении энергии можно пренебречь изменением внутренней энергии и работы, производимой при расширении газа, т. е. пренебречь левой частью уравнения по сравнению с каждым из двух членов правой части (ниже будет показана обоснованность сделанного предположения).

В результате в системе (2.1) вместо уравнения энергии используется (с учетом уравнения переноса) некоторая связь между q и e

$$f = \kappa_0 q \quad \text{или} \quad q = \frac{f^\circ(e)}{\kappa^\circ(e)} \equiv \varphi(e) \quad (2.4)$$

3. Выделим случай, когда газ нагревается потоком монохроматического излучения постоянной плотности $q_0(t) \equiv q_0 = \text{const}$. Тогда из соотно-

шения (2.4) следует, что значение внутренней энергии e_0 на границе газа с вакуумом также будет постоянным; это значение примем в качестве характерного в задаче. Обратим внимание на то обстоятельство, что в данном случае $\varphi(e)$ — произвольная функция e , которая может быть задана, например, в табличном виде (на $\varphi(e)$ накладывается лишь требование монотонности в рассматриваемом в каждом конкретном варианте задачи диапазоне изменения характерных параметров). Эффективный показатель адиабаты γ в данном случае также можно считать заданной функцией e , но для упрощения выкладок будем в дальнейшем полагать $\gamma = \text{const}$.

Введем автомодельные переменные по формулам

$$\begin{aligned} p(m, t) &= (\gamma - 1)^{1-s/2} e_0^{1-s/2} A^{-s} t^{-s} P(\mu) \\ v(m, t) &= (\gamma - 1)^{s/2} e_0^{s/2} A^s t^s V(\mu) \\ u(m, t) &= (\gamma - 1)^{1/2} e_0^{1/2} U(\mu) \\ e(m, t) &= e_0 E(\mu), \quad q(m, t) = q_0 Q(\mu) \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$m = (\gamma - 1)^{\beta s/2} e_0^{\beta s/2} A^{-s} t^{\beta s} \mu, \quad s = 1 / (\beta + 1), \quad A = \kappa^\circ(e_0)$$

Для полностью ионизованного газа $\beta = 1$. Тогда из (3.1) получим следующие законы изменения во времени давления, плотности и характерной величины нагретой массы:

$$p \sim t^{-1/2}, \quad \rho \sim t^{-1/2}, \quad m \sim t^{1/2}$$

Характерные величины внутренней энергии e (и температуры T), а также скорости разлета u не изменяются со временем. Сопоставим эти зависимости с решением аналогичной задачи без учета переизлучения [1, 2], в которой имеем

$$p \sim t^{-1/2}, \quad \rho \sim t^{-3/2}, \quad m \sim t^{3/2}, \quad e \sim t^{1/2}, \quad u \sim t^{1/2}$$

В момент начала существенного влияния переизлучения ($t = t_r$) характерные параметры, определяемые по [1, 2] и рассматриваемому автомодельному решению, близки.

Сопоставляя между собой полученные временные зависимости, убеждаемся в том, что характерные значения скорости разлета близки и в течение очень длительного времени после начала интенсивного переизлучения ($t \gg t_r$). Довольно слабо различаются между собой температуры и плотности. Давления существенно различаются (скажем, на порядок) лишь при временах значительно (на два порядка) превосходящих момент начала интенсивного переизлучения. В то же время практически вся подведенная энергия начинает излучаться обратно. В самом деле, за время, на два порядка превосходящее t_r , кинетическая энергия и внутренняя энергия единицы массы остаются неизменными, а масса увеличивается на порядок, т. е. полная энергия составляет примерно $1/10$ от подведенной энергии. Величина импульса, созданного в результате разлета слоя паров, также увеличивается на порядок в соответствии с увеличением массы. Таким образом, несмотря на интенсивное переизлучение, разлетающиеся пары по-прежнему оказывают, хотя и несколько более слабое, механическое воздействие на более глубокие слои вещества. (Напомним, что здесь не учитываются эффекты, связанные с движением перед «горячей зоной», вызванным поглощением излученной энергии.)

Введем обозначения

$$F = \frac{f^\circ}{f^\circ(e_0)}, \quad K = \frac{\kappa^\circ}{A}, \quad \Phi = \frac{\varphi}{\varphi(e_0)}$$

В итоге из системы (2.1) получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{\beta+1} \mu U' &= P' \\ \frac{P}{\mu} P' \left[\frac{1}{E} - \frac{\mu^2}{P^2} \left(\frac{\beta}{\beta+1} \right)^2 \right] &= \frac{\beta}{(\beta+1)^2} - \left(\frac{\beta}{\beta+1} \right)^2 \frac{\mu}{E} E' \\ \frac{d}{dE} \{ \ln [\Phi(E)] \} E' &= -K(E) E^{-\beta} P^\beta \\ E &= PV, \quad Q = \Phi(E) = F(E)/K(E) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Здесь штрихом обозначено дифференцирование по μ .

Начальные и граничные условия (2.2), (2.3) перейдут при этом в следующую систему краевых условий:

$$\begin{aligned} P &= 0, \quad E = 1 \quad \text{при} \quad \mu = 0 \\ V = E = U &= 0 \quad \text{при} \quad \mu = \mu_1 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Система (3.2), (3.3) для любой наперед заданной зависимости $F(E)$, $K(E)$ может быть численно проинтегрирована.

4. Пусть величина плотности падающего потока излучения изменяется со временем по степенному закону

$$q_0(t) = q^\circ t^n, \quad n \geq 0 \quad (4.1)$$

а функции $f^\circ(e)$ и $\kappa^\circ(e)$ в (1.1) — степенные функции своего аргумента

$$f^\circ(e) = k_f e^\delta, \quad \kappa^\circ(e) = k_x e^{-\alpha} \quad (4.2)$$

Здесь q° , k_x , k_f — размерные постоянные. Тогда $\varphi(e)$ в (2.4) — также степенная функция e , и из (2.4) следует выражение для характерной величины e_0 как степенной функции t

$$e_0 = k_e t^{n/\omega}, \quad \omega = \delta + \alpha, \quad k_e = (q^\circ k_x / k_f)^{1/\omega} \quad (4.3)$$

Для полностью ионизованного газа $\alpha = 3/2$, $\delta = 1/2$, $\omega = 2$, $k_x \sim \varepsilon_0^{-2}$, $k_e \sim \varepsilon_0^{-1}$, ε_0 — энергия квантов монохроматического излучения.

Введем автомодельные переменные по формулам

$$\begin{aligned} p(m, t) &= (\gamma - 1)^{1-s/2} k_x^{-s} k_e^{s(\beta+\alpha+1/2)} t^g P(\mu) \\ v(m, t) &= (\gamma - 1)^{s/2} k_x^s k_e^{s(1/2-\alpha)} t^d V(\mu) \\ u(m, t) &= (\gamma - 1)^{1/2} k_e^{1/2} t^{1/2+n/\omega} U(\mu) \\ e(m, t) &= k_e t^{n/\omega} E(\mu), \quad q(m, t) = q^\circ t^n Q(\mu) \\ m &= (\gamma - 1)^{\beta s/2} k_x^{-s} k_e^{s(\alpha+\beta/2)} t^c \mu \\ s &= 1/(\beta + 1), \quad g = s \left[-1 + \frac{n}{\omega} (\beta + \alpha + 1/2) \right] \\ d &= s \left[1 + \frac{n}{\omega} (1/2 - \alpha) \right], \quad c = s \left[\beta + \frac{n}{\omega} (\alpha + \beta/2) \right] \end{aligned} \quad (4.4)$$

Придем к следующей автомодельной системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{n}{2\omega} U - c\mu U' + P' &= 0 \\ \frac{P}{\mu} P' \left(\frac{1}{E} - \frac{\mu^2}{P^2} c^2 \right) &= cd + \frac{c^2}{\omega} \mu E^{-(\alpha+\beta)} P^\beta - \frac{n}{2\omega} \frac{P}{\mu} \frac{U}{E} \\ E' &= -\frac{1}{\omega} E^{1-\alpha-\beta} P^\beta, \quad E = PV, \quad Q = E^\omega \end{aligned} \quad (4.5)$$

Краевые условия не изменятся по сравнению с (3.3).

Видно, что искомое решение соответствует волне нагрева, распространяющейся по фону с нулевыми значениями U , V , E и создающей перед собой, подобно поршню, область повышенного давления $P = P_1$ вплоть до $\mu = \infty$, где и находится фронт ударной волны, переводящей газ из состояния $U = V = P = 0$ в состояние $U = V = 0$, $P = P_1 = \text{const}$.

Можно показать, что предположение (2.4) асимптотически выполняется.

Действительно, для каждого фиксированного значения μ члены de/dt , $p dv/dt$ изменяются со временем пропорционально $t^{n/\omega-1}$, а члены f , $\partial q/\partial t$ — пропорционально t^{n-c} , и по достижении достаточно большого значения t первые будут малы по сравнению со вторыми при условии

$$n/\omega [(\beta + 1)(1 - \omega) + \alpha + \beta/2] < 1 \quad (4.6)$$

Для $n = 0$ (постоянный поток) неравенство (4.6) выполняется при любых значениях величин α , β , ω .

В частном случае полностью ионизованного газа выражение в квадратных скобках (4.6) обращается в нуль, так что в этом случае неравенство (4.6) выполняется для любых значений n .

Не рассматривая другие возможные комбинации параметров α , β , ω в силу их многовариантности, подчеркнем, что для каждого заданного набора значений α , β , ω условие выполнения неравенства (4.6) отбирает допустимые значения n .

При выводе неравенства (4.6) предполагалось, что коэффициенты пропорциональности в рассматриваемых степенных зависимостях (безразмерные функции автомодельной переменной μ) — величины порядка единицы. Очевидно, что непосредственно в точке $\mu = 0$ (граница с вакуумом) предположение (2.4) не выполняется, так как при этом $f = \kappa_0 = 0$.

Точки $\mu = 0$ и $\mu = \mu_1$ — особые точки системы (4.5). В правой окрестности точки $\mu = 0$ имеют место следующие законы изменения функций (с точностью до величин более высокого порядка малости):

$$P = \left(\frac{\beta}{\beta + 1} \right)^{1/2} \mu, \quad U = \left(\frac{\beta + 1}{\beta} \right)^{1/2} \ln \mu + U_0 \quad (n = 0) \quad (4.7)$$

$$P = D\mu (-\ln(C_2\mu))^{1/2}, \quad U = -\frac{2\omega}{n} D (-\ln(C_2\mu)) \quad (n > 0) \quad (4.8)$$

$$D = \left[\frac{n}{\omega} \left(2 + \frac{n}{2\omega} \right) \right]^{1/2}$$

Здесь U_0 — произвольная постоянная, $C_2 > 0$ — произвольная постоянная. При этом E может быть подсчитана по формуле

$$E = \left(1 - \frac{\alpha + \beta}{\omega} \int_0^\mu P^\beta d\mu \right)^{1/(\alpha+\beta)} \quad (4.9)$$

Отметим, что, подобно случаю изотермического разлета, скорость истечения газа в вакуум бесконечна.

В левой окрестности $\mu = \mu_1$ имеем

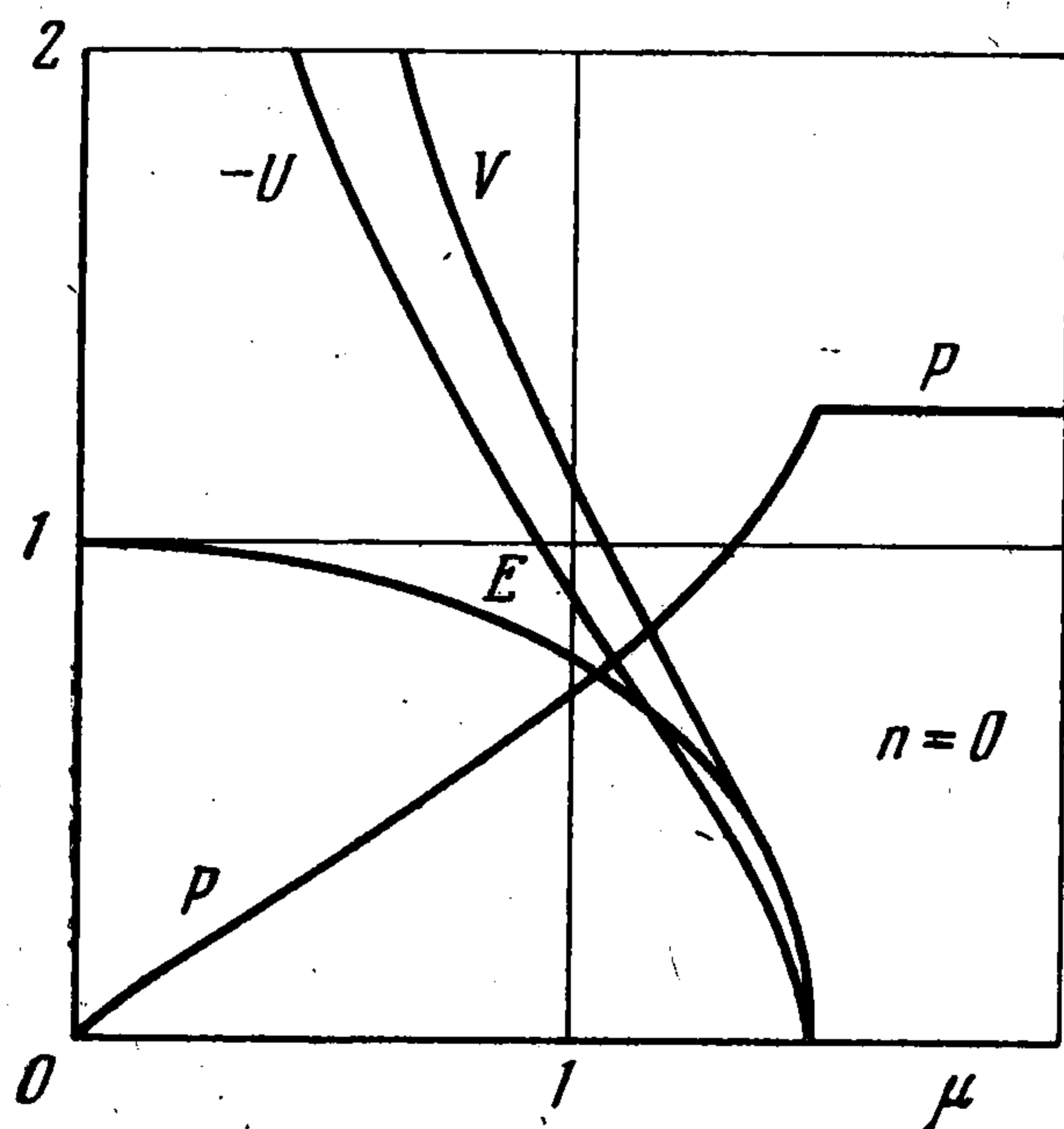
$$E = \frac{\alpha + \beta}{\omega} P_1^\beta (\mu_1 - \mu)^{1/(\alpha + \beta)} \quad (4.10)$$

$$P = (P_1^2 - 2c^2\mu_1^2 E)^{1/2}, \quad U = \frac{P - P_1}{c\mu}$$

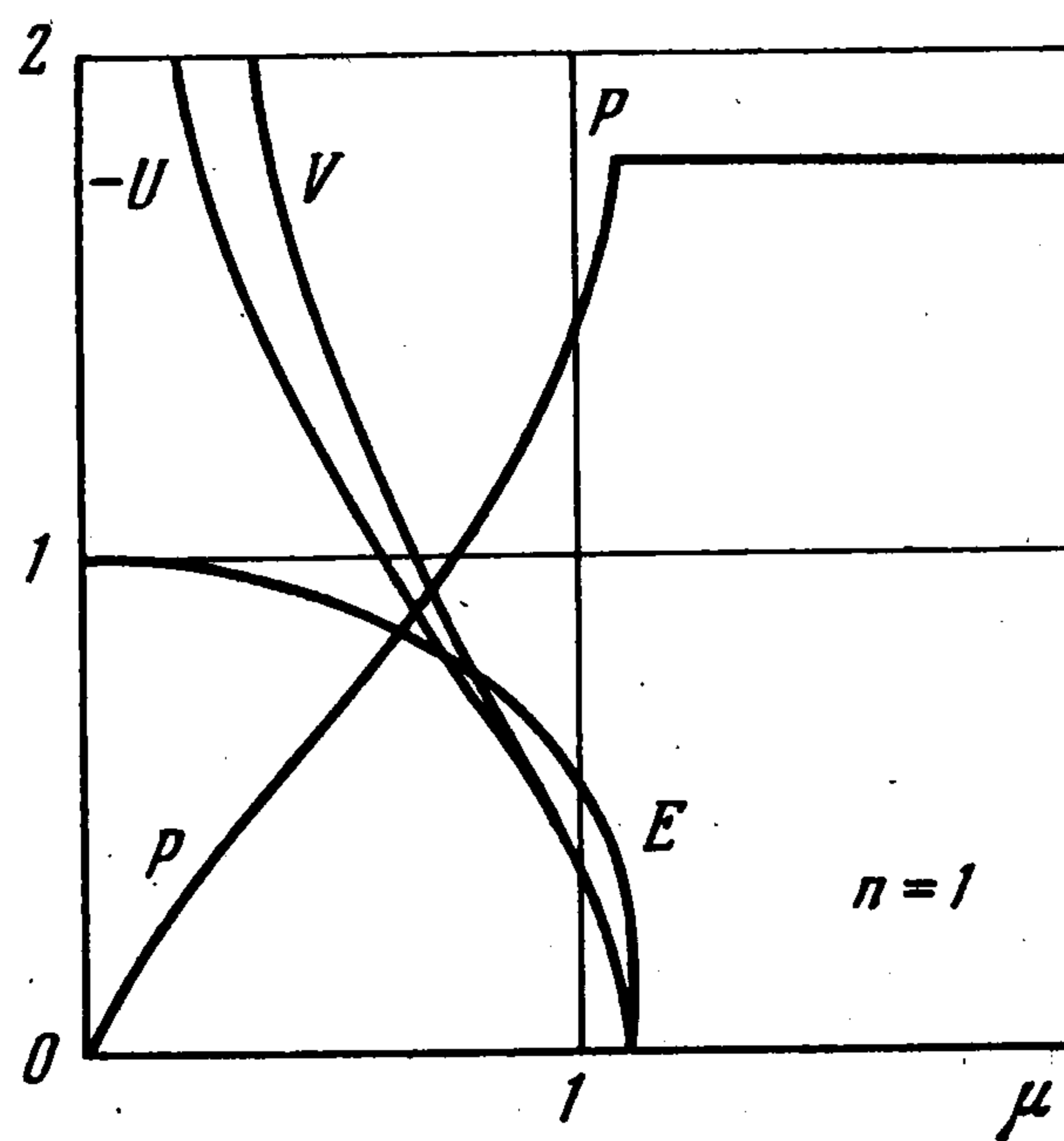
Разложения автомодельных переменных в окрестности особой точки $\mu = 0$ дают

$$\frac{\partial e}{\partial t} + P \frac{\partial v}{\partial t} = C_1 t^{n/\omega - 1}$$

Здесь C_1 — постоянная; величины f и $\partial q / \partial t$ представляются, в свою очередь, в виде константы, умноженной на $P^\beta(\mu) t^{n-c}$, причем $P(\mu)$ возрастает с μ со скоростью, не меньшей линейной.



Фиг. 1



Фиг. 2

Из сравнений предыдущих выражений видно, что размеры окрестности точки $\mu = 0$, в которой предположение о малости $\partial e / \partial t + P \partial v / \partial t$ не выполняется, убывают со временем; таким образом, для любого сколь угодно малого значения $\mu \neq 0$ всегда найдется такой момент времени t , начиная с которого условие (2.4) будет выполнено.

Аналогичные рассуждения применимы и к доказательству выполнения условия (2.4) в окрестности точки $\mu = \mu_1$ — фронта волны нагрева.

Интегрирование системы (4.5) производится численно от $\mu = 0$ до $\mu = \mu_1$, с использованием в окрестности $\mu = 0$ разложения (4.7) для $n = 0$ или (4.8) для $n > 0$ и отбором свободного параметра U_0 (или C_2 соответственно) так, чтобы при $E = 0$ удовлетворить условию $U = 0$.

Заметим, что система (4.5) может быть численно проинтегрирована также и с выходом из особой точки $\mu = \mu_1$ по соответствующим разложениям (4.10) и отбором свободного параметра P_1 таким образом, чтобы при $\mu = 0$ удовлетворить условию $P = 0$. Выполнения второго необходимого условия $E = 1$ при $\mu = 0$ легко добиться, использовав свойство инвари-

антности системы (4.5) относительно линейного изменения масштабов

$$P = C_P \bar{P}, \quad U = C_U \bar{U}, \quad \mu = C_\mu \bar{\mu}, \quad E = C_E \bar{E} \quad (4.11)$$

$$C_U = C_E^{1/2}, \quad C_\mu = C_E^{s(\alpha+\beta/2)}, \quad C_P = C_E^{1+s(\alpha+1/2)}, \quad C_E = E(0)$$

$$s = 1 / (\beta + 1)$$

Пересчет по формулам (4.11) дает решение системы в случае численного интегрирования от $\mu = \mu_1$ до $\mu = 0$.

На фиг. 1, 2 приведены распределения безразмерных величин E , P , U , V по автомодельной координате μ для случая полностью ионизованного газа.

Фиг. 1 соответствует расчету для потока излучения постоянной плотности ($n = 0$), фиг. 2 — для линейного нарастающего потока ($n = 1$).

Фронт волны нагрева расположен в точках с координатой $\mu_1 = 1.48$ и $\mu_1 = 1.08$ соответственно; значения безразмерного давления на фронте $P_1 = 1.33$ и $P_1 = 1.79$ соответственно (константы $U_0 = -0.934$, $C_2 = 32.4$). Отметим, что резкий фронт волны нагрева (с бесконечными производными) существует лишь при условии $\alpha + \beta > 1$. При $\alpha + \beta \leq 1$ фронт будет нерезким.

Поступила 7 I 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев Ю. В., Кроль В. М., Крохин О. Н., Немчинов И. В. Газодинамические процессы при нагревании вещества излучением лазера. ПММ, 1966, т. 30, вып. 6.
2. Кроль В. М. Плоские автомодельные движения теплопроводного газа, нагреваемого излучением. ПМТФ, 1968, № 4.
3. Немчинов И. В. Стационарный режим движения нагреваемых излучением паров вещества при наличии бокового растекания. ПММ, 1967, т. 31, вып. 2.
4. Басов Н. Г., Крохин О. Н. Условия разогрева плазмы излучением оптического квантового генератора. ЖЭТФ, 1964, т. 46, вып. 1.
5. Dawson J. M. On the production of plasma by giant pulse lasers. Phys. Fluids, 1964, vol. 7, No. 7, pp. 981—987.