Прикладная математика и механика. Том 36, 1972

УДК 62-50

ОБ ОДНОЙ ОЦЕНКЕ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ СБЛИЖЕНИЯ

А. Г. Пашков

(Москва)

Рассматривается игровая задача о сближении конфликтно-управляемой фазовой точки с заданным целевым множеством M. Дается оценка сверху достижимого результата при управлении по принципу обратной связи в нерегулярных случаях. Построения основаны на идеях работ [1, 2].

1. Рассмотрим управляемую систему, описываемую дифференциальным уравнением

$$x^{\cdot} = A(t)\,x + B(t)\,u - C(t)\,v \tag{1.1}$$

Здесь x — n-мерный фазовый вектор системы; $A(t)$ $B(t)$ и $C(t)$ — непрерывные матрицы, u, v, r-мерные векторы управляющих сил, подчиненные первому и второму игрокам соответственно. Реализации $u[t]$, $v[t]$ управлений u и v стеснены условиями

$$u[t] \in P, \qquad v[t] \in Q \tag{1.2}$$

где P и Q — ограниченные, замкнутые и выпуклые множества. Рассмотрим конфликтную задачу о сближении точки $x[t]$ с заданным замкнутым и выпуклым множеством M: первый игрок имеет целью сближение, второй препятствует сближению. Задача рассматривается на фиксированном отрезке времени $[t_0, \vartheta]$.

В качестве платы выбрана величина

$$\gamma = \rho(x[\vartheta], M) \tag{1.3}$$

где символом $\rho(x, M)$ обозначено расстояние от точки x до множества M. Будем придерживаться приведенных в статье [1] определений классов стратегий игроков и соответствующих движений.

Интегрируемые функции $u(t)$ и $v(t)$, удовлетворяющие условиям $u(t) \in P$ и $v(t) \in Q$, при почти всех $t \geqslant t_0$ будем именовать допустимыми программными управлениями. Скажем, что при данном $x[t_0] = x_0$ стратегия первого игрока $U(t, x)$ гарантирует сближение точки $x[t]$ с множеством M в момент ϑ на расстояние γ_0, если движения $x[t]$, порожденные этой стратегией, удовлетворяют условию

$$\max_{x[\vartheta]} \rho(x[\vartheta], M) = \gamma_0(U) \tag{1.4}$$

где максимум вычисляется по всем точкам $x[\vartheta] = x[\vartheta; t_0, x_0, U]$, в которые стратегия U приводит систему (1.1) в момент ϑ.

2. Ниже обсуждается решение задачи сближения, предлагается модификация метода экстремального прицеливания, дается оценка величины $\gamma_0 (U_e)$, отвечающей построенной в данной работе стратегии сближения U_e.

Введем некоторые обозначения и определения. Обозначим символом $W(t, \vartheta, \varepsilon)$ совокупность всех точек x, для которых множество M_ε поглощается программно процессом (1.1), (1.2) из позиции $\{t, x\}$ в момент ϑ [1]. Символом M_ε здесь обозначается замкнутая ε-окрестность множества M. Из условий (1.2) следует, что области достижимости $X(t_*, x_*, t^*, v(\cdot))$ при всех $\{t_*, x_*\}$, t^*, $v(t)$ $(t_* \leqslant t \leqslant t^*)$ выпуклы и замкнуты [3]. Напомним, что область достижимости $X(t_*, x_*, t^*, v(\cdot))$ есть совокупность точек $x = x(t^*)$, достигаемых в момент $t = t^*$ движениями $x(t)$ $(t_* \leqslant t \leqslant t^*)$, порожденными данным управлением $v = v(t)$ и всевозможными допустимыми управлениями $u = u(t)$ $(t_* \leqslant t \leqslant t^*)$.

Пусть $x^* \in W(t^*, \vartheta, \varepsilon^*)$. Найдем пары управлений $\{u^*(t), v^*(t)\}$, которые решают задачу

$$\rho(x^*[\vartheta], M_{\varepsilon^*}) = \max_{v(t)} \min_{u(t)} \rho(x[\vartheta], M_{\varepsilon^*}) \tag{2.1}$$

где $x^*[t]$ $(t^* \leqslant t < \vartheta,\ x[t^*] = x^*)$ — движения, порожденные управлениями $\{u^*(t), v^*(t)\}$, максимин вычисляются по всем интегрируемым функциям $u(t) \in P$, $v(t) \in Q$ $(t^* \leqslant t < \vartheta)$. Известно [3], что решение задачи (2.1) при сделанных выше предположениях существует. Обозначим через $V(t, t^*, x^*, \varepsilon^*)$ множество функций $v^*(t)$ $(t^* \leqslant t < \vartheta)$, на которых достигается решение задачи (2.1). В частности, это множество может состоять из единственной функции $v^*(t)$.

Пусть выбрана некоторая позиция $\{t_*, x_*\}$, где $x_* = x(t_*) \in W(t_*, \vartheta, \varepsilon_*)$. Зафиксируем далее $t^* > t_*$, где $t^* - t_* = \Delta > 0$ — достаточно малое число. Возьмем некоторую допустимую функцию $v = v_1(t)$ $(t_* \leqslant t \leqslant t^*)$.

Построим область достижимости X_1, где $X_1 = X(t_*, x_*, t^*, v_1(t))$. Рассмотрим следующее отображение множества X_1 в себя. Зафиксируем начальную позицию $\{t^*, x^*\}$, где $x^* \in X_1$. Из решения задачи (2.1) найдется некоторое множество допустимых функций $V(t, t^*, x^*, \varepsilon^*)$ $(t^* \leqslant t < \vartheta)$, доставляющих максимум выражению (2.1) и отвечающих выбранной начальной позиции $\{t^*, x^*\}$. Определим теперь функцию $v = v(t)$ на отрезке $t^* \leqslant t < \vartheta$ следующим образом. Пусть $v = v_1(t)$ при $t_* \leqslant t < t^*$. На полуинтервале $t^* \leqslant t < \vartheta$ функцию v определим равенством $v = v_1^*$, где $v_1^* \in V(t, t^*, x^*, \varepsilon^*)$. Так как $x_* \in W(t_*, \vartheta, \varepsilon_*)$, то для выбранной выше функции $v(t)$ $(t_* \leqslant t < \vartheta)$ найдется некоторое множество допустимых функций $\{u(t)\}$ $(t_* \leqslant t < \vartheta)$ такое, что пара управлений $\{v(t), u(t)\}$, где $u(t) \in \{u(t)\}$, приведет движение $x(t)$ $(x(t_*) = x_*)$ на множество M_{ε_*} в момент $t = \vartheta$, т. е. $x(\vartheta) \in M_{\varepsilon_*}$. Рассматривая затем все функции $v_i(t)$, которые при $t_* \leqslant t < t^*$ задаются равенством $v_i = v_1(t)$, а при $t^* \leqslant t < \vartheta$ каждая из функций $v_i(t)$ равна некоторой функции $v_i^*(t)$, где $v_i^*(t) \in V(t, t^*, x^*, \varepsilon^*)$ $(t^* \leqslant t < \vartheta)$ можно установить отображение

$$\{x(t^*)\} = F(x^*) \tag{2.2}$$

Множество $F(x^*)$ зависит по построению от выбора точки $x^* \in X_1$, т. е. построено отображение $F(x^*)$. Очевидно, $F(x^*) \in X_1$.

3. Докажем следующее вспомогательное утверждение.

Лемма 3.1. Какова бы ни была позиция $\{t_*, x_*\}$ $(x^* \in W(t_*, \vartheta, \varepsilon_*)$ и допустимая функция $v(t)$ $(t_* \leqslant t < t^*)$, отображение $F(x^*)$ будет полунепрерывным сверху по включению относительно изменения x^*. (Здесь $x^* \in X(t_*, x_*, t^*, v(t))$.)

Доказательство. Предположим противное. Тогда можно указать последовательность точек $x_{(i)} \in X_1$ $(i = 1, 2\ldots)$, сходящуюся к точке x_0^*, и можно выбрать последовательность $x_{(i)} \in F(x_{(i)})$, удовлетворяющую условию $x^{(i)} \notin F_\varepsilon(x_0^*)$ $(i = 1, 2\ldots)(\varepsilon > 0)$. Согласно построению отображения множества X_1 в себя, точкам $x_{(i)} \in X_1$ отвечает последовательность функций $v^{(i)}(t)$ $(t^* \leqslant t < \vartheta)$, где $v^{(i)}(t) \in V(t, t^*, x_{(i)}, \varepsilon^*)$. Из этой последовательности можно выбрать слабо сходящуюся подпоследовательность. Используя тот факт, что по условию множество Q выпукло, замкнуто и ограничено, можно проверить, что слабый предел этой подпоследовательности — функция $v^\infty(t)$ $(t^* \leqslant t < \vartheta)$ удовлетворяет при почти всех $t^* \leqslant t < \vartheta$ включению $v^\infty(t) \in Q$ и будет решением задачи 2.1 для точки x_0^* [1]. Следовательно, функция $v^\infty(t)$ будет удовлетворять включению $v^\infty(t) \in V(t, t^*, x_0^*, \varepsilon^*)$.

Теперь рассмотрим последовательность непрерывных функций $x^{(i)}(t)$ $(t_* \leqslant t < \vartheta;$ $i = 1, 2\ldots)$, образованную следующим образом. Функции $x^{(i)}(t)$ являются движениями системы (1.1), (1.2), удовлетворяющими одному и тому же начальному условию $x^{(i)}(t_*) = x_*$, где $x_* \in W(t_*, \vartheta, \varepsilon_*)$, а также условию $x^{(i)}(t^*) = x^{(i)}$, где $x^{(i)} \in X_1$. Каждое из движений $x^{(i)}(t)$ порождается следующими парами управлений. Управление $v^{(i)}(t)$ на полуинтервале $t_* \leqslant t < t^*$ равно $v_1(t)$, т. е. $v^{(i)}(t) = v_1(t)$ при $t_* \leqslant t < t^*$. На полуинтервале $t^* \leqslant t < \vartheta$ функции $v^{(i)}(t)$ удовлетворяют включению $v^{(i)}(t) \in V(t, t^*, x_{(i)}, \varepsilon^*)$, т. е. при $t^* \leqslant t < \vartheta$ функции $v^{(i)}(t)$ — это те самые функции, которые решают задачу (2.1) при начальном условии $x_{(i)}(t^*) \in X_1$. Допустимые функции $u^{(i)}(t)$ $t_* \leqslant t < \vartheta$ выбираются таким образом, чтобы порожденные парой управлений $\{u^{(i)}(t), v^{(i)}(t)\}$ движения $x^{(i)}(t)$, выходящие из точки $x(t_*) = x_* \in W(t_*, \vartheta, \varepsilon_*)$, удовлетворяли условиям

$$x^{(i)}(t^*) = x^{(i)}, \quad x^{(i)}(\vartheta) \in M_{\varepsilon_*}$$

Из определенной таким образом последовательности непрерывных функций $x^{(i)}(t)$ можно выделить подпоследовательность, которая сойдется равномерно к некоторой функции $x^\circ(t)$ $(t_* \leqslant t < \vartheta)$, удовлетворяющей условию $x^\circ(\vartheta) \in M_{\varepsilon_*}$ и порожденной некоторой парой управлений $\{u(t), v(t)\}$ $(t_* \leqslant t < \vartheta)$, где $v(t) = v^\infty(t)$ $(t^* \leqslant t < \vartheta)$.

Из построения отображения множества X_1 в себя будет следовать

$$x^\circ(t^*) = x_0^{**} \in F(x_0^*)$$

Но это противоречит сделанному предположению, что и доказывает лемму.

Очевидно, из полунепрерывности отображения $F(x)$ будет следовать полунепрерывность отображения $\mathrm{co}^* F(x)$, где $\mathrm{co}^* F$ означает выпуклую оболочку множества F. Но в таком случае, учитывая то, что множества $X(t, t_*, x_*, v(t))$ выпуклы и замкнуты, согласно теореме [4], найдется точка $x^\circ \in X$, которая удовлетворяет включению $x^\circ \in \mathrm{co}^* F(x^\circ)$.

4. Опишем теперь некоторые построения, которые позволяют определить функции $\varepsilon(t)$ таким образом, чтобы соответствующие множества $W(t, \vartheta, \varepsilon(t))$ обладали свойствами, аналогичными свойству сильной u-

стабильности из работ [1,2]. Пусть x° — неподвижная точка построенного выше отображения $\mathrm{co}^* F(x)$, где $x \in X(t_*, x_*, t^*, v)$. Обозначим через $r(t_*, t^*, v(t))$ $(t_* \leqslant t \leqslant t^*)$ расстояние от точки x° до замкнутого множества $F(x^\circ)$. Определим величину $r^\circ(t_*, t^*)$ из выражения

$$r^\circ(t_*, t^*) = \sup_{v(t)} r(t_*, t^*, v(t)) \qquad (4.1)$$
$$t_* \leqslant t \leqslant t^*, \qquad v(t) \in Q$$

Возьмем некоторое произвольное допустимое управление $v_*(t) \in Q$ $(t_* \leqslant t \leqslant t^*)$. Рассмотрим $X_* = X(t_*, x_*, t^*, v_*(t))$, $(x_* \in W(t_*, \vartheta, \varepsilon_*)$. Пусть x_*^0 — неподвижная точка отображения множества X_* в себя, а x^{**} — та точка множества $F(x_*^0)$, которая отстоит от точки x_*^0 на расстояние $r(t_*, t^*, v^*(t))$.

Докажем следующее вспомогательное утверждение.

Для любой функции $v(t)$ $(t_* \leqslant t \leqslant t^*)$ найдется функция $u(t)$ $(t_* \leqslant \leqslant t \leqslant t^*)$, такая, что пара управлений $\{u(t), v(t)\}$ переведет систему (1.1) из точки $x_* \in W(t_*, \vartheta, \varepsilon_*)$ в точку $x_*^0 \in W(t^*, \vartheta, \varepsilon')$, где $\varepsilon' = \varepsilon_* + r^\circ(t_*, t^*) e^{\lambda(\vartheta - t^*)}$.

Доказательство. Обратимся вновь к описанному выше отображению множества X_* в себя. Зафиксируем начальную позицию $\{t^*, x_*^\circ\}$ $(x_*^\circ \in \in X_*)$. Разрешая задачу (2.1) для этой начальной позиции, получим некоторое множество допустимых функций $V(t, t^*, x_*^0, \varepsilon_0^*)$ $(t^* \leqslant t < \vartheta)$.

Определим функцию $v^*(t)$ $(t_* \leqslant t < \vartheta)$ следующим образом. Пусть $v^*(t) = v_*(t)$ при $t_* \leqslant t < t^*$, а при $t^* < t < \vartheta$ функцию $v^*(t)$ определим равенством $v^*(t) = v^{**}(t)$, где $v^{**}(t) \in V(t, t^*, x_*^0, \varepsilon_0^*)$. Из построения отображения множества X_* в себя следует, что для управления $v^*(t)$ $(t_* \leqslant t < \vartheta)$ можно найти такое допустимое управление $u'(t)$ $(t_* \leqslant t < < \vartheta)$, что движение $x'(t)$ $(x'(t_*) = x_*$, $t_* \leqslant t < \vartheta$, причем $x_* \in W(t_*, \vartheta, \varepsilon_*))$, порожденное парой управлений $\{u'(t), v^*(t)\}$ $(t_* \leqslant t < \vartheta)$, будет удовлетворять условиям

$$x'(t^*) = x^{**}, \qquad x'(\vartheta) \in M_{\varepsilon_*} \qquad (4.2)$$

Теперь из точки x_*° $(x_*^\circ \in X_*)$ выпустим движение $x_*^\circ(t)$, порожденное парой управлений $\{u'(t), v^*(t)\}$ $(t^* \leqslant t < \vartheta)$. Здесь $\{u'(t), v^*(t)\}$ — та самая пара управлений, которая порождала движение $x'(t)$ $(t_* \leqslant t < \vartheta)$, удовлетворяющее условиям (4.2). Обозначим расстояние между полученными выше точками $x_*^\circ(\vartheta)$ и $x'(\vartheta)$ через $\varepsilon''(t^*) - \varepsilon_*$.

Используя лемму Грануола [5], имеем оценку

$$\varepsilon''(t^*) - \varepsilon_* \leqslant r(t_*, t^*, v_*(t)) e^{\lambda(\vartheta - t^*)} \qquad (4.3)$$

Здесь значение λ находится согласно лемме Грануола.

Отметим следующее. Выпустим из точки x_*° движение $x^{\circ\prime}(t)$ $(t^* \leqslant t < \vartheta)$, порожденное некоторой парой управлений $\{u_*^\circ(t), v_*^\circ(t)\}$ $(t^* \leqslant t < \vartheta)$, разрешающей задачу (2.1) при начальном условии $x_*^\circ = x^{\circ\prime}(t^*)$. Из того факта, что пара управлений $\{u'(t), v^*(t)\}$ $(t^* \leqslant t < \vartheta)$, вообще говоря, не есть та пара управлений, которая разрешает задачу (2.1) при начальном условии $x_*^\circ = x^{\circ\prime}(t^*)$, следует, что расстояние от точки $x_*^\circ(\vartheta)$ до точки $x'(\vartheta)$ $(x'(\vartheta) \in M_{\varepsilon_*})$ не меньше расстояния от точки $x^{\circ\prime}(\vartheta)$ до M_{ε_*}.

Из (4.1) и (4.3) следует, что для любой допустимой функции $v(t)$ $(t_* \leqslant t < t^*)$ справедлива оценка

$$\varepsilon''(t^*) \leqslant \varepsilon_* + r(t_*, t^*, v(t))\, e^{\lambda(\vartheta - t^*)} \leqslant \varepsilon_* + r^\circ(t_*, t^*)\, e^{\lambda(\vartheta - t^*)} = \varepsilon' \qquad (4.4)$$

Так как $x_*^0 \in X_*$, то для функции $v_*(t)$ $(t_* \leqslant t < t^*)$ найдется некоторая допустимая функция $u_*(t)$ $(t_* \leqslant t < t^*)$, такая, что пара управлений $\{u_*(t), v_*(t)\}$ переведет систему (1.1) из положения $x(t_*) = x_*$ в точку $x(t^*) = x_*^0$.

Таким образом, выполняется включение $x_*^0 \in W(t^*, \vartheta, \varepsilon')$. Вспомогательное утверждение доказано.

Рассмотрим выражение $r^\circ(t, t + \Delta)\, e^{\lambda(\vartheta - (t + \Delta))}$, где $\Delta > 0$ — достаточно малое число.

Выберем некоторую суммируемую функцию $\varphi(t)$, удовлетворяющую условию

$$\varphi(t) \geqslant \overline{\lim_{\Delta \to 0}}\, \frac{r^\circ(t, t + \Delta)}{\Delta} \qquad (4.5)$$

Из (4.5) следует неравенство

$$r^\circ(t, \ t + \Delta) \leqslant \varphi(t)\, \Delta + 0(\Delta)$$

Отсюда можно вывести следующее неравенство

$$r^\circ(t, t + \Delta)\, e^{\lambda(\vartheta - (t + \Delta))} \leqslant \varphi(t)\, e^{\lambda(\vartheta - t)} \Delta + o(\Delta) \qquad (4.6)$$

Полагая $\varepsilon' = \varepsilon(t + \Delta)$, $\varepsilon_* = \varepsilon(t)$, $t_* = t$, $t^* = t + \Delta$, из выражения (4.4) и (4.6) получим

$$\varepsilon(t + \Delta) \leqslant \varepsilon(t) + \varphi(t)\, e^{\lambda(\vartheta - t)} \Delta + 0(\Delta)$$

Отсюда имеем

$$d^+\varepsilon / dt \leqslant \varphi(t)\, e^{\lambda(\vartheta - t)}$$

Здесь знак плюс означает верхнее правой производное число функции $\varepsilon(t)$.

В таком случае выполняется неравенство

$$\varepsilon(t + \Delta) \leqslant \varepsilon(t) + \int_t^{t + \Delta} \varphi(\tau)\, e^{\lambda(\vartheta - \tau)}\, d\tau \qquad (4.7)$$

Очевидно, выполняется и неравенство

$$\int_t^{t + \Delta} \varphi(\tau)\, e^{\lambda(\vartheta - \tau)}\, d\tau \geqslant e^{\lambda(\vartheta - (t + \Delta))} r^\circ(t, t + \Delta) \qquad (4.8)$$

Учитывая (4.8) и вспомогательное утверждение, можно сформулировать следующее утверждение.

Лемма 4.1. Каковы бы ни были значения t_* из полуинтервала $[t_0, \vartheta)$, точка x_* из множества $W(t_*, \vartheta, \varepsilon(t_*))$ и число Δ из полуинтервала $(0, \min\{\Delta_0, \vartheta - t_*\})$ (Δ_0 — достаточно малая положительная постоянная), для любой допустимой функции $v(t)$ $(t_* \leqslant t \leqslant t_* + \Delta)$ можно подобрать допустимую функцию $u(t)$ $(t_* \leqslant t \leqslant t_* + \Delta)$, такую, что пара управлений $\{u(t), v(t)\}$ переведет систему (1.1) из положения $x(t_*) = x_*$ в состояние

$$x(t_* + \Delta) = x(t^*) \in W(t^*, \vartheta, \varepsilon(t^*))$$
$$\varepsilon(t^*) = \varepsilon_* + \int_t^{t+\Delta} \varphi(\tau) e^{\lambda(\vartheta-\tau)} d\tau$$

5. Дальнейшие рассуждения проводим аналогично [1].

Построим экстремальную аппроксимационную стратегию $U^{(e)}$, базирующуюся на системах множеств $W(t, \vartheta, \varepsilon(t))$, удовлетворяющих лемме 4.1.

Множества $U_\Delta^{(e)}(t, x)$, отвечающие стратегии $U^{(e)}$, сконструируем следующим образом. Если точка x содержится во множестве $W(t, \vartheta, \varepsilon(t))$, то полагаем

$$U_\Delta^{(e)}(t, x) = P \tag{5.1}$$

Если же точка x не содержится во множестве $W(t, \vartheta, \varepsilon(t))$, то поступаем следующим образом.

Выделим во множестве $W(t, \vartheta, \varepsilon(t))$ совокупность Q^* всех точек q^*, ближайших к точке x. Символом S обозначим множество всех единичных векторов s, направленных из точки x на точки q^* из Q^*. Теперь в качестве $U_\Delta^{(e)}(t, x)$ выберем множество всех векторов $u = u^e$ из P, которые удовлетворяют условию

$$s'B(t)u^e = \max\nolimits_u s'B(t)u \qquad (u \in P) \tag{5.2}$$

по крайней мере при одном s из S (штрих означает транспонирование).

Из определения свойства, аналогичного свойству сильной u-стабильности множеств $W(t, \vartheta, \varepsilon(t))$, сформулированного в лемме 4.1, выполняется равенство

$$W(\vartheta, \vartheta, \varepsilon(\vartheta)) = M_{\varepsilon(\vartheta)}$$
$$\varepsilon(\vartheta) = \varepsilon(t_0) + \int_{t_0}^{\vartheta} \varphi(\tau) e^{\lambda(\vartheta-\tau)} d\tau \tag{5.3}$$

В таком случае, согласно лемме 3.1 статьи [1], экстремальная стратегия $U^{(e)}$ приводит движение $x(t)$ из положения $x(t_0) = x_0 \in W(t_0, \vartheta, \varepsilon_0)$ в некоторую точку $x(\vartheta)$, для которой справедливо включение

$$x(\vartheta) \in M_{\varepsilon(\vartheta)}$$

где $\varepsilon(\vartheta)$ определяется из выражения (5.3).

Пусть $\varepsilon(t_0) = 0$. Из лемм 3.1, 4.1 и рассуждений п. 5 следует теорема.

Теорема 5.1. Пусть $x_0 \in W(t_0, \vartheta, \varepsilon(t_0))$. Тогда экстремальная стратегия $U^{(e)}$, базирующаяся на множествах $W(t, \vartheta, \varepsilon(t))$, гарантирует сближение точки $x(t)$ с множеством M в момент ϑ на расстояние γ_0, где

$$\gamma_0 = \int_{t_0}^{\vartheta} \varphi(\tau) e^{\lambda(\vartheta-\tau)} d\tau \tag{5.4}$$

Следствие. Если $\varphi(t) \equiv 0$, то из (5.4) следует, что $\gamma_0 \equiv 0$. Следовательно, в этом случае стратегия $U^{(e)}$ гарантирует приведение точки $x(t)$ на множество M в момент ϑ.

Примечание. Если бы множества $F(x)$ оказались выпуклыми, то из рассуждений, изложенных выше, следовало бы тождество $\varphi(t) \equiv 0$, а тогда, согласно следствию из теоремы 5.1, стратегия $U^{(e)}$ приводила бы движение $x(t)$ на множество M в момент ϑ. С другой стороны, из выпуклости множеств $F(x)$ следовало бы, что имеет место регулярный случай игры сближения, рассмотренный в работе [1]. Построенная в указанной работе стратегия гарантирует сближение точки $x(t)$ с множеством M в момент ϑ. Следовательно, нерегулярность рассматриваемой задачи и зависящий от нее рост функции $\gamma_0(t)$ связаны с невыпуклостью множеств $F(x)$.

Заметим, что приведенные рассуждения можно перенести на нелинейный случай, модифицируя момент поглощения в соответствии с [6].

Автор благодарит Н. Н. Красовского за постановку задачи и ценные советы и А. И. Субботина за внимание к работе и ценные замечания.

Поступила 5 VII 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н. Н. К теории дифференциальных игр. ПММ, 1970, т. 34, вып. 2.
2. Красовский Н. Н. К задаче о преследовании. Докл. АН СССР, 1970, т. 191, № 2.
3. Красовский Н. Н. Теория управления движением. М., «Наука», 1968.
4. Kakutani S. A generalization of Brouwer's fixed point theorem. Duke Math. J., 1941, vol. 8, No. 3, p. 457—599.
5. Сансоне Дж. Обыкновенные дифференциальные уравнения, т. I, М., Изд-во иностр. лит., 1953.
6. Красовский Н. Н. Минимаксное поглощение в игре сближения. ПММ, 1971, т. 35, вып. 6.