

**ОДНОМЕРНЫЕ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ
С ПЕРЕМЕННЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ПОДВИЖНОСТИ.
СКАЧКИ ИСПАРЕНИЯ И КОНДЕНСАЦИИ**

В. В. Гогосов

(Москва)

Исследуются электрогидродинамические течения с переменным коэффициентом подвижности в случае малого параметра взаимодействия. Показано, что в потоке в области изменения коэффициента подвижности могут сильно изменяться плотность заряда и электрическое поле. Исследуется структура электрогидродинамических скачков конденсации и испарения, на которых коэффициент подвижности может терпеть разрыв. Показано, что в скачках испарения и конденсации, когда коэффициент подвижности в скачке изменяется, могут возникать поверхностные заряды; для определения интенсивности поверхностного заряда на разрыве и связанных с ним остальных определяющих параметров за фронтом разрыва недостаточно уравнений, вытекающих из законов сохранения на разрыве. Неопределенными при этом, как и в случае электрогидродинамических ударных волн [1], остаются интенсивность поверхностного заряда и связанная с ней нормальная к фронту разрыва составляющая электрического поля за разрывом. К уравнениям, вытекающим из законов сохранения, нужно добавлять условия, которые следуют из изучения структуры этих разрывов.

Показано, что имеется класс электрогидродинамических ударных волн, а также электрогидродинамических скачков конденсации и испарения, для существования структуры которых нормальная составляющая электрического поля перед волной должна удовлетворять определенному соотношению. Для определения электродинамических параметров за фронтом ударной волны нормальную составляющую поля за волной нужно задавать. Указываются пределы, в которых она может быть задана.

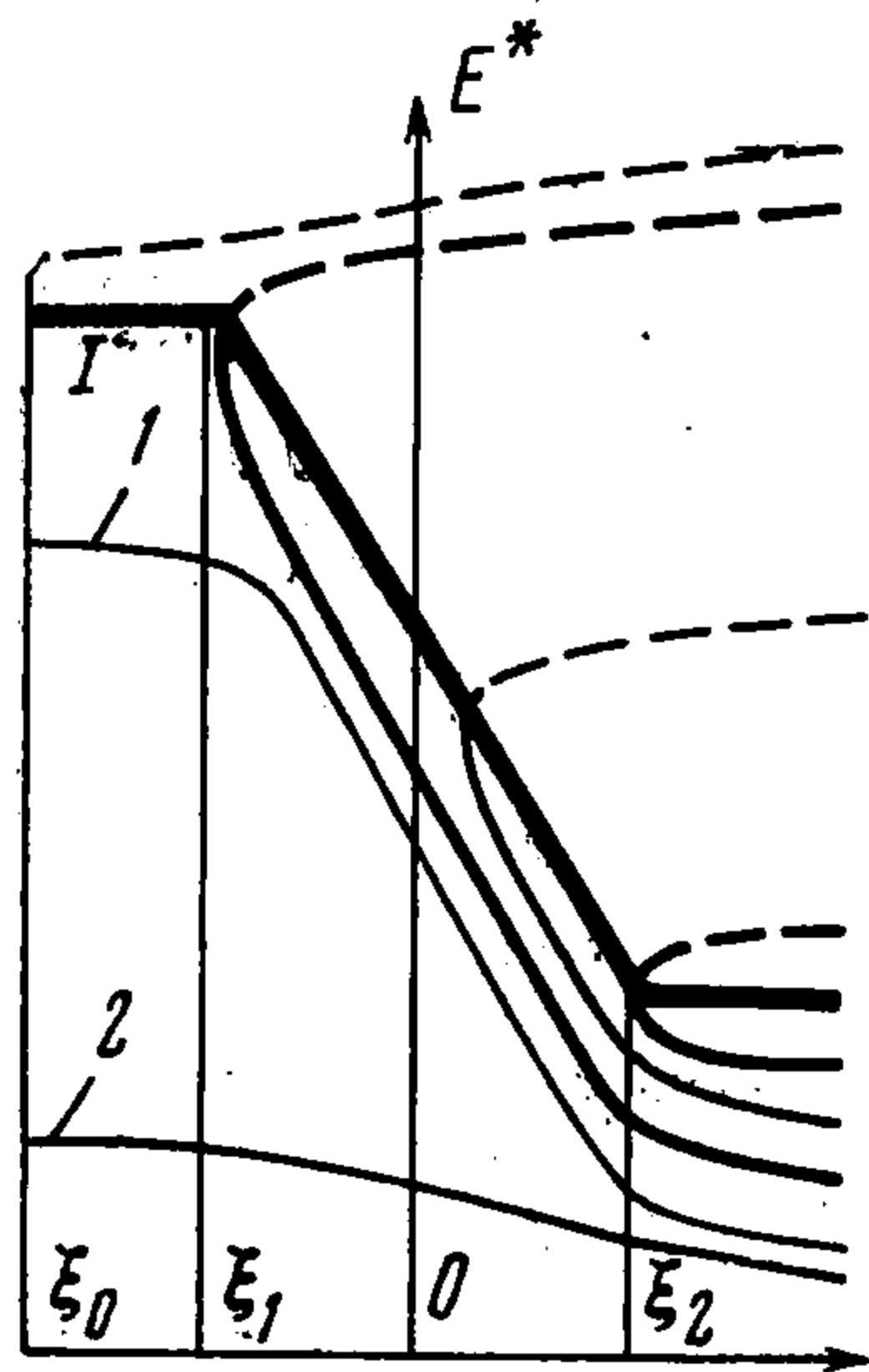
Коэффициент подвижности является сложной функцией термодинамических, электродинамических параметров и состава среды. Так, в смеси, состоящей из нейтралов и ионов, коэффициент подвижности зависит от давления нейтралов, а при сильных электрических полях — и от величины поля [2,3]. При течениях в каналах электрогидродинамических генераторов могут возникнуть скачки конденсации [4] и испарения. За скачком конденсации ионы налипают на капли, скорость которых близка к скорости газа, при этом коэффициент подвижности сильно убывает. И наоборот, при испарении капель в потоке коэффициент подвижности может возрастать.

1. Рассмотрим одномерные течения в электрогидродинамике с переменным коэффициентом подвижности. Предположим вначале, что параметр взаимодействия мал, тогда газодинамические параметры среды — скорость, плотность, температура и т. д. — заданные функции x . Уравнения, описывающие поведение электрического поля и плотности зарядов, при сделанных предположениях имеют вид

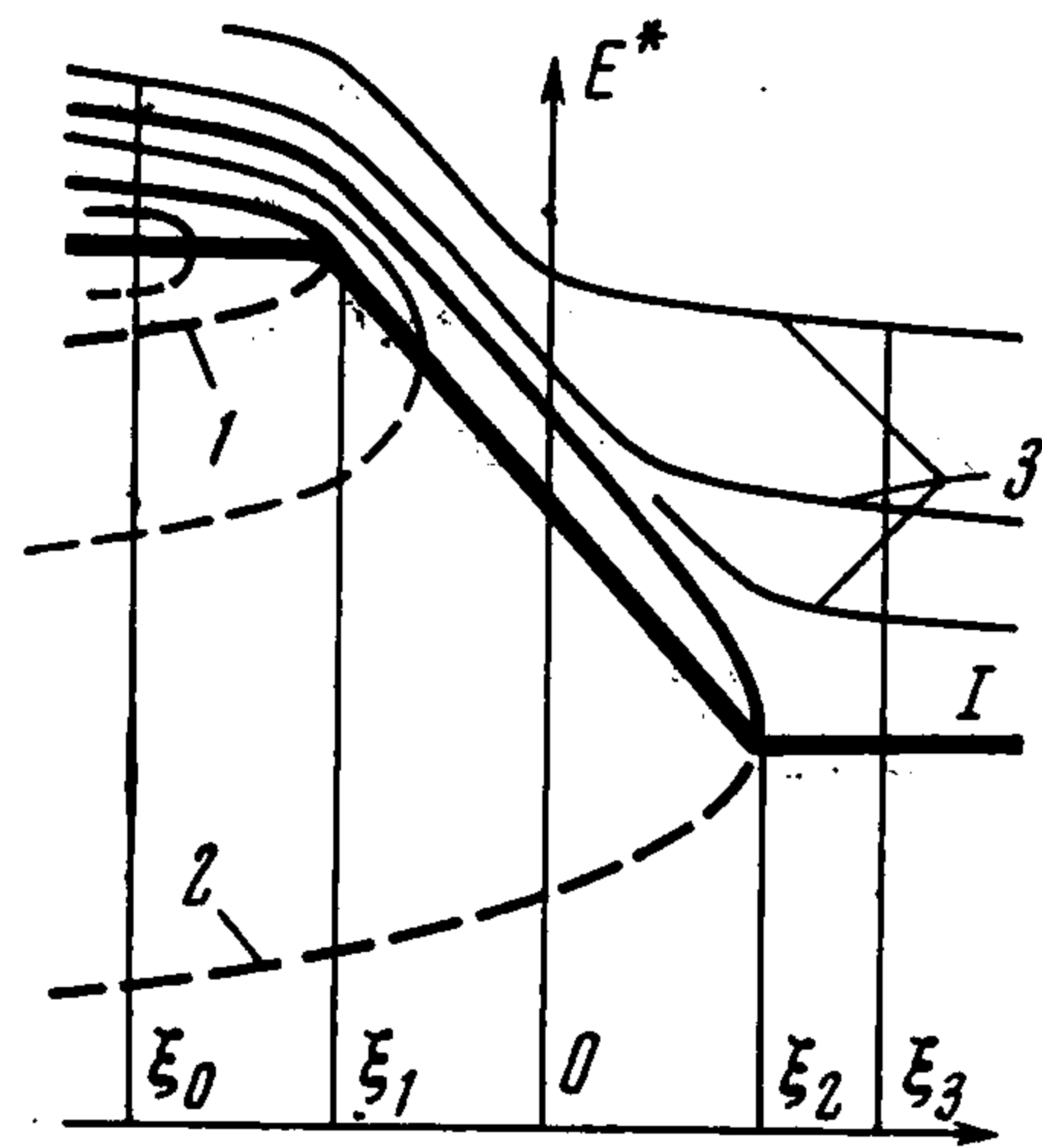
$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi j}{u + bE}, \quad j = q(u + bE), \quad j = \text{const} \quad (1.1)$$

Здесь $u(x) > 0$, $E(x)$, j — проекции скорости, электрического поля и плотности тока на ось x ; предполагается, что проекции перечисленных

величин на оси y и z равны нулю; $q(x) > 0$ — плотность заряда, $b(x) > 0$ — коэффициент подвижности, который считается заданной функцией x . В дальнейшем рассматриваются для определенности случаи, когда $b = b_1 = \text{const}$ при $x \leq x_1$, $b = b_2 = \text{const}$ при $x \geq x_2$, а в промежутке $x_1 < x < x_2$ коэффициент подвижности $b(x)$ либо монотонно возраста-



Фиг. 1



Фиг. 2

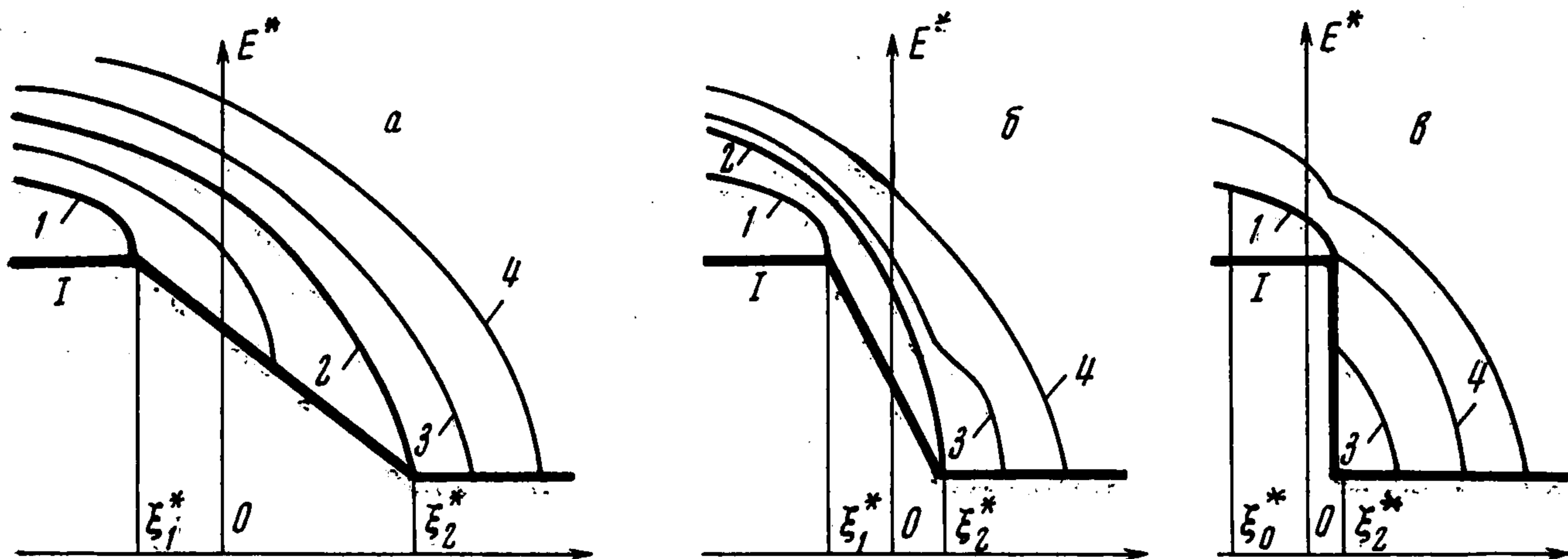
ет, либо монотонно убывает. Удобно записать уравнения (1.1) в безразмерной форме

$$\frac{dE^*}{d\xi} = \frac{\varepsilon}{b^*E^* + R_q u^*}, \quad j^* = q^*(b^*E^* + R_q u^*) \quad (1.2)$$

$$\xi = \frac{x}{l}, \quad l = |x_2 - x_1|, \quad E^* = \frac{E}{E_1}, \quad q^* = \frac{q}{q_1}, \quad b^* = \frac{b}{b_1}$$

$$u^* = \frac{u}{u_1}, \quad R_q = \frac{u_1}{b_1 E_1}, \quad j^* = \frac{j}{q_1 b_1 E_1}, \quad \varepsilon = \frac{4\pi l j}{b_1 E_1^2}$$

[Индексом единица обозначены значения параметров при $x = x_1$. Первое уравнение (1.2) можно записать в виде $dE^* / d\xi = Qq^*$, $Q = 4\pi l q_1 / E_1$. В рассматриваемом случае, когда $q_1 > 0$, производная $dE^* / d\xi < 0$ при $E_1 < 0$.



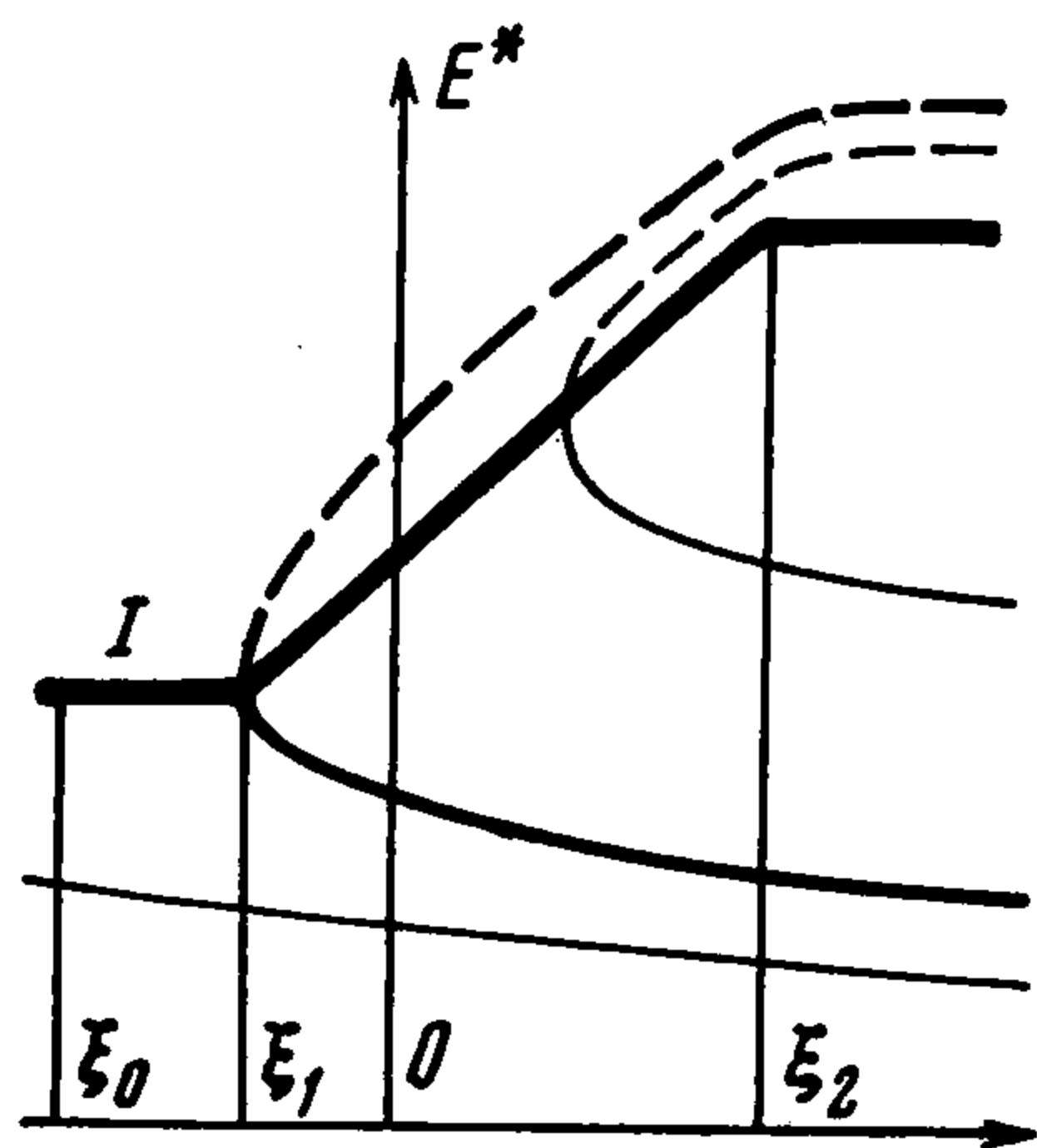
Фиг. 3

Рассмотрим вначале течение, когда электрическое поле при $\xi = \xi_1$ отрицательно: $E_1 < 0$; при этом $R_q < 0$. Пусть подвижность $b(x)$ растет от ξ_1 до ξ_2 . Качественное поведение интегральных кривых первого уравнения (1.2), при $j > 0$ представлено на фиг. 1, при $j < 0$ — на фиг. 2, 3.

Поведение интегральных кривых в случае, когда подвижность $b(x)$ убывает для $j > 0$, представлено на фиг. 4. Линия I на этих фигурах — изоклина, на которой производная $dE^*/d\xi$ обращается в бесконечность. Уравнение этой линии

$$E^* = -R_q u^*(\xi)/b^*(\xi) \quad (1.3)$$

Выше изоклины $E^* > -R_q u^*/b^*$. Интегральные кривые на фиг. 1, 2, 4 показаны для случая $|\varepsilon| \ll 1$. При этом производная $|dE^*/d\xi| \ll 1$ везде, за исключением окрестности линии I . Разумеется, поведение интегральных кривых не изменится при произвольных значениях $|\varepsilon|$, изменится лишь наклон кривых.



Фиг. 4

Предположим для определенности, что скорость постоянна, тогда $u^* = 1$. Случай, когда скорость — заданная функция ξ , будет рассмотрен ниже. Однако все формулы будут записаны в общем виде, чтобы ими можно было пользоваться, когда скорость переменна, поэтому величина u^* нигде не полагается равной единице.

Рассмотрим некоторые примеры течений, которым соответствуют интегральные кривые первого уравнения (1.2), построенные на фиг. 1. Коэффициент подвижности возрастает на отрезке $\xi_1 \xi_2$.

Тангенс угла наклона изоклины на этом отрезке — отрицательный; физический смысл имеют интегральные кривые, расположенные ниже изоклины I и показанные сплошными линиями. Пусть в некотором сечении потока $\xi = \xi_0 < \xi_1$ значение электрического поля $E^*(\xi_0)$ лежит на интегральной кривой (кривая I , фиг. 1), для которой выполняется неравенство

$$-\frac{R_q u^*(\xi_2)}{b^*(\xi_2)} < E^*(\xi_0) < -\frac{R_q u^*(\xi_1)}{b^*(\xi_1)} \quad (1.4)$$

С ростом ξ при движении вниз по потоку электрическое поле слабо (так как $|\varepsilon| \ll 1$, а $|b^* E^* + R_q u^*| \gg \varepsilon$) уменьшается в соответствии с первой формулой (1.2). Начиная с $\xi = \xi_1$, коэффициент подвижности b^* растет, а знаменатель $|b^* E^* + R_q u^*|$ падает; интегральные кривые приближаются к оси абсцисс. Когда сумма $|b^* E^* + R_q u^*|$, уменьшаясь, станет по модулю порядка ε (интегральные кривые достаточно близко подойдут к изоклине I), производная $|dE^*/d\xi|$ станет порядка единицы, а интегральные кривые пойдут вдоль изоклины вплоть до $\xi = \xi_2$. Далее коэффициент подвижности изменяться не будет, а E^* будет по-прежнему падать, поэтому сумма $b^* E^* + R_q u^*$ будет увеличиваться по абсолютной величине; наклон интегральных кривых уменьшается, а $|dE^*/d\xi|$ станет порядка ε . Увеличение наклона интегральной кривой вблизи изоклины означает резкое возрастание плотности заряда. Таким образом, при возрастании коэффициента подвижности в некоторой области $\xi_1 \xi_2$ внутри течения возможны случаи резкого роста плотности заряда во всей области $\xi_1 \xi_2$ или на части ее. При движении вниз по потоку за точку ξ_2 , где подвиж-

ность становится постоянной, плотность заряда снова падает до величины, равной по порядку величине плотности заряда в области $\xi < \xi_1$.

Физический смысл описанного явления состоит в следующем. В рассматриваемом случае электрическое поле отрицательно, скорость и плотность тока положительны; ионы переносятся вместе с нейтральными частицами из-за силы трения. Знак скобки в законе Ома (второе уравнения (1.1)) — положителен. С ростом подвижности член bE внутри скобки возрастает по абсолютной величине. При этом скобка $u + bE$ стремится к нулю. Плотность тока j постоянна, поэтому плотность заряда q возрастает, скорость движения ионов $v_i = j/q$ уменьшается, а производная $dE/dx = 4\pi q$ возрастает. С ростом ξ отрицательное электрическое поле E может стать положительным. Когда ε не мало, уменьшение величины скобки также увеличивает изменение электрического поля.

Если изменение подвижности происходит в узкой области, то эту область можно заменить разрывом. Поведение интегральных кривых, описанное выше, дает представление о структуре такого разрыва. Соотношения на разрыве следуют из уравнений (1.1)

$$E_2 - E_1 = 4\pi\sigma, \quad q_1(u_1 + b_1E_1) = q_2(u_2 + b_2E_2) \quad (1.5)$$

Здесь σ — поверхностный заряд. Разумеется, когда $u = \text{const}$, $u_1 = u_2$. Для определения трех неизвестных E_2 , q_2 и σ получаются только два соотношения. Величина поверхностного заряда, а значит, и интенсивность электрического поля за разрывом оказывается неопределенной. Недостающее соотношение следует из проведенного выше анализа структуры такого разрыва.

В самом деле, пусть ширина области изменения подвижности $l = |\xi_2 - \xi_1|$ уменьшается при неизменных b_1 и b_2 . Наклон интегральных кривых в этой области, а значит, и плотность заряда увеличиваются. При $l \rightarrow 0$, $\varepsilon \rightarrow 0$ интегральные кривые выходят из области $\xi_1 \xi_2$ с вертикальной касательной, плотность заряда за фронтом ударной волны стремится к бесконечности, что означает наличие в области $\xi_1 \xi_2$ поверхностного заряда. Качественно поведение интегральных кривых такое же, как и в структуре электрогидродинамической ударной волны с $b = \text{const}$, когда внутри структуры образуется поверхностный заряд [1].

В пределе за фронтом разрыва $q_2 = \infty$. Из второго и третьего соотношений (1.1) следует, что за фронтом разрыва

$$u_2 + b_2E_2 = 0, \quad \sigma = -\frac{u_2}{4\pi b_2} - \frac{E_1}{4\pi} \quad (1.6)$$

При удалении от поверхности разрыва q резко убывает.

Разрыв рассмотренного типа — простейшая модель электрогидродинамического скачка с учетом испарения. В самом деле, пусть в разрыв втекает газ, содержащий капли жидкости с налипшими на них ионами в электрическом поле. Коэффициент подвижности в такой смеси мал — капли движутся со скоростью, близкой к скорости газа. Пусть за фронтом ударной волны капли испаряются, тогда коэффициент подвижности воз-

растает. На фронте ударной волны изменяются скорость, температура и давление среды. Соотношения на разрыве в этом случае будут такими же, как в обычной электрогидродинамической ударной волне [1], только в уравнение энергии нужно добавить член, соответствующий поглощению тепла при испарении.

Запишем эти соотношения для произвольной величины параметра взаимодействия

$$\begin{aligned} uv^{-1} = m = \text{const}, \quad m \{u\} + \{p\} - \frac{1}{8\pi} \{E^2\} = 0 \\ \left\{ \frac{\gamma}{\gamma-1} pv \right\} + \frac{1}{2} \{u^2\} + \{w_0\} = 0 \\ \{E\} = 4\pi s, \quad \{q(u + bE)\} = 0 \quad \{a\} = a_2 - a_1 \end{aligned} \quad (1.7)$$

Здесь v — удельный объем, p — давление, $\gamma = c_p / c_v$, $w_{01} - w_{02}$ — теплота, поглощаемая при испарении и выделяющаяся при конденсации, отнесенная к единице массы. При написании уравнений предполагалось, что масса капель (а в скачках конденсации, где справедливы те же уравнения, масса конденсирующегося пара) мала по сравнению с количеством основного газа. Поэтому можно рассматривать газы 1 и 2 как идеальные, с одинаковыми теплоемкостями.

Если параметр взаимодействия мал, то последний член во втором уравнении (1.7) можно опустить, и система уравнений для определения газодинамических характеристик за разрывом отщепляется от системы, определяющей величины E_2 , q_2 и σ (последние два уравнения (1.7)). Для определения σ не хватает одного соотношения.

Величина электрического поля за фронтом разрыва и интенсивность поверхностного заряда определяются из уравнений (1.6). В самом деле, соотношения, из которых получены последние два уравнения (1.7), совпадают с соотношениями (1.1). Качественное поведение интегральных кривых фиг. 1, описываемое этими уравнениями, когда u — заданная убывающая функция x , будет то же, что и при $u = \text{const}$. Это связано с тем, что когда внутри разрыва скорость падает, как это происходит, например, в ударной волне, с увеличением подвижности скобка $u + bE$ будет стремиться к нулю еще быстрее, чем при $u = \text{const}$.

Разумеется, образование поверхностного заряда на скачке коэффициента подвижности, когда подвижность возрастает, происходит не всегда. Узнать, когда это произойдет, несложно, если известны параметры перед скачком и коэффициент подвижности за скачком. При малом параметре взаимодействия скорость u_2 за скачком определяется из обычных газодинамических соотношений. Если сумма $u_2 + b_2 E_1$ отрицательна, то внутри структуры такого скачка должен образовываться поверхностный заряд (иначе ток j поменял бы знак), интенсивность которого находится из второго соотношения (1.6). Полученное неравенство совпадает с одним из неравенств (1.4), другое неравенство (1.4) означает что $j > 0$.

Если внутри разрыва скорость возрастает, то наклон изоклины на отрезке $\xi_1 \xi_2$ может стать положительным. При этом картина интегральных кривых меняется. Характер течения будет такой же, как в скачках конденсации, рассмотренных ниже (см. п. 3, фиг. 4).

Пусть в некотором сечении потока $\xi = \xi_0$ электрическое поле лежит на интегральной кривой (кривая 2), для которой

$$E^*(\xi_0) < - \frac{R_q u^*(\xi_2)}{b(\xi_2)} \quad (1.8)$$

Тогда при возрастании ξ электрическое поле монотонно убывает; с ростом b^* наклон интегральных кривых увеличивается, но сумма $|b^*E^* + R_q u^*|$ остается много больше ε . Легко видеть, что в этом случае при $\varepsilon \rightarrow 0$ такие интегральные кривые нигде не имеют вертикальной касательной; следовательно, плотность заряда q конечна, а значит, на образующемся разрыве интенсивность поверхностного заряда равна нулю, а электрическое поле непрерывно

$$\sigma = 0, \quad E_1 = E_2 \quad (1.9)$$

Величина плотности заряда за фронтом разрыва q_2 находится из второй формулы (1.5). Формулы (1.9) справедливы и на разрывах, в которых u изменяется.

2. Обратимся к течениям, когда плотность тока $j < 0$, коэффициент подвижности b по-прежнему возрастает. Пусть $u = \text{const}$. Интегральные кривые, соответствующие этому случаю, изображены на фиг. 2. Физический смысл имеет лишь часть фигуры, лежащая выше изоклины, где сумма $b^*E^* + R_q u^* > 0$, $dE^* / d\xi < 0$. Интегральные кривые, пересекающие изоклину при $\xi = \xi_1$, $\xi = \xi_2$, назовем кривой 1 и 2 соответственно.

Если в некотором сечении $\xi = \xi_0 < \xi_1$ потока значение электрического поля лежит на интегральной кривой, проходящей между кривой 2 и изоклиной выше последней, то с ростом ξ поле E^* убывает, пока интегральная кривая не пересечет изоклину, далее интегральная кривая идет в сторону уменьшения ξ . Для рассматриваемых начальных значений поля структуры течения с возрастанием b вообще не существует или существует на части отрезка $\xi_1 \xi_2$.

Если в некотором сечении $\xi = \xi_0$ электрическое поле лежит на интегральной кривой, проходящей достаточно выше изоклины ($b^*E^* + R_q u^* \gg \varepsilon$), то, начиная с $\xi = \xi_1$, наклон кривой будет уменьшаться. При стремлении отрезка $\xi_1 \xi_2$ к нулю при неизменных b_1 и b_2 такие интегральные кривые описывают структуру течения со скачком коэффициента подвижности. Вертикальной касательной эти интегральные кривые нигде не имеют, следовательно, плотность заряда q конечна, а интенсивность поверхностного заряда $\sigma = 0$. В этом случае на разрыве электрическое поле непрерывно $E_1 = E_2$ (перед разрывом $b_1 E_1 + u_1 \neq 0$). Величина плотности заряда q вычисляется из второго уравнения (1.5).

Предположим, что в некотором сечении $\xi = \xi_3 > \xi_2$ задана величина электрического поля $E^*(\xi_3)$, так что выполняется неравенство

$$-\frac{R_q u^*(\xi_2)}{b^*(\xi_2)} < E^*(\xi_3) < -\frac{R_q u^*(\xi_1)}{b^*(\xi_1)} \quad (2.1)$$

При $u = \text{const}$ в этой и во всех формулах ниже положим $u^* = 1$. Рассмотрим поведение интегральных кривых, на которых может лежать выбранная величина поля $E^*(\xi_3)$, кривые 3, фиг. 2. С уменьшением ξ до $\xi = \xi_2$ наклон интегральных кривых мал, так как $|\varepsilon| \ll 1$. Начиная с $\xi = \xi_2$, коэффициент подвижности убывает, поэтому сумма $b^*E^* + R_q u^* > 0$ также убывает, а производная $|dE^* / d\xi|$ увеличивается. Интегральные кривые подходят к изоклине, вблизи которой они резко поворачивают и идут вдоль изоклины в ее ε -окрестности. Пересечь изоклину и отклониться от нее они не могут.

Начиная с точки $\xi = \xi_1$, подвижность перестает убывать, поле E^* еще возрастает, интегральная кривая поворачивает вместе с изоклиной и производная $|dE^* / d\xi|$ становится порядка $|\varepsilon|$.

Рассмотрим, какому разрыву соответствует течение, описываемое этими интегральными кривыми. Когда длина отрезка $\xi_1 \xi_2$ и ширина ε -окрестности при неизменных b_1 и b_2 стремятся к нулю, интегральные кривые приближаются к изоклине. В пределе интегральные кривые 1 и 3 для $\xi \leq \xi_2$ сливаются с изоклиной. На разрыве рассмотренного типа перед разрывом поле E_1 не может быть произвольно задано, должна существовать связь (получается из уравнения изоклины)

$$u_1 + b_1 E_1 = 0 \quad (2.2)$$

Электрическое поле за таким разрывом может принимать любые значения, удовлетворяющие неравенствам (2.1), и должно задаваться в пределах, определяемых этими неравенствами. Величина поверхностного заряда вычисляется по формуле

$$\sigma = \frac{E_2 + u_1 / b_1}{4\pi} \quad (2.3)$$

Поведение интегральных кривых в этом случае удобнее рассматривать в плоскости $E^* \xi^*$, где $\xi^* = x / L$, тогда $\varepsilon = 4\pi j L / b_1 E_1^2$. Здесь L — некоторая характерная длина, остающаяся постоянной, когда длина отрезка $\xi_1^* \xi_2^* \rightarrow 0$; пусть параметр $\varepsilon = \text{const}$ не мал. Интегральные кривые, лежащие выше изоклины, изображены на фиг. 3, а. С уменьшением $|\xi_2^* - \xi_1^*|$ при неизменных b_1, b_2 интегральные кривые деформируются, как показано на фиг. 3, б. Интегральная кривая 2 на отрезке $\xi_1^* \xi_2^*$ прижимается к изоклине, а при $\xi^* < \xi_1^*$ — к интегральной кривой 1. Часть интегральных кривых, лежащих правее кривой 2 (кривая 3) при $\xi^* \lesssim \xi_2^*$ также деформируются. В пределе при $|\xi_2^* - \xi_1^*| \rightarrow 0$ интегральные кривые 1 и 2, а также кривые, лежащие между ними сливаются с интегральной кривой 1 и с соответствующим куском изоклины (фиг. 3, в). Интегральную кривую, проходящую через точку $\xi^* = \xi_2^*$, $E^* = -R_q u^*(\xi_1^*) / b^*(\xi_1^*)$, назовем кривой 4. Интегральные кривые 3, лежащие левее кривой 4, при $|\xi_2^* - \xi_1^*| \rightarrow 0$ с уменьшением ξ приближаются к вертикальному куску изоклины, сливаются с ней и идут вдоль нее при $\xi^* = \xi_2^*$, а при $\xi^* < \xi_2^*$ идут вдоль интегральной кривой 1 (фиг. 3, в).

Приведем пример течения со скачком подвижности, который соответствует рассмотренному случаю поведения интегральных кривых. Пусть в некотором сечении потока $\xi^* = \xi_0^* < \xi_1^*$ величина электрического поля лежит на интегральной кривой 1 (фиг. 3, в). С ростом ξ^* поле E^* падает, плотность заряда q^* увеличивается. При $\xi^* = \xi_2^*$ коэффициент подвижности терпит разрыв; интегральная кривая входит в разрыв с бесконечной производной ($|dE^* / d\xi^*| \rightarrow \infty$ при $\xi^* \rightarrow \xi_2^*$). Это означает, что плотность заряда непосредственно перед скачком равна бесконечности. Далее интегральная кривая идет вдоль вертикального куска изоклины и может выйти на любую интегральную кривую 3. Задание величины электрического

поля E_2^* за фронтом разрыва определяет конкретную интегральную кривую 3, которая описывает изменение величины E^* за разрывом и величину σ (формула (2.3)).

Если скорость $u = u(x)$ убывает или возрастает на отрезке $\xi_1 \xi_2$ так что наклон изоклины отрицательный на всем отрезке, то все результаты п.2 остаются без изменения. Рассматриваемое течение описывает структуру скачка испарения (b растет) в электрогидродинамике с малым параметром взаимодействия. Если скорость u с увеличением ξ возрастает столь сильно, что наклон изоклины становится положительным, то картина поведения интегральных кривых меняется (см. п.4).

Отметим, что разрывы рассмотренного типа, когда поле впереди должно удовлетворять соотношению (2.2), а позади волны задается, имеют место и в электрогидродинамических ударных волнах с постоянным коэффициентом подвижности. В самом деле, когда скорость внутри структуры ударной волны падает (например, малый параметр взаимодействия), а $j < 0$, $E < 0$ интегральные кривые в плоскости $E^* \xi$ ведут себя точно так же, как в случае, рассмотренном выше.

Ударные волны, для существования структуры которых перед фронтом волны нужно задавать определенные условия, встречались в газовой динамике (скачки конденсации [5]) и в магнитной гидродинамике [6].

3. Рассмотрим случай, когда подвижность падает. Предположим, что $u = \text{const}$, а плотность тока $j > 0$; линия 1 качественно изображает поведение изоклины, на которой производная $dE^* / d\xi$ обращается в бесконечность (фиг. 4). Физический смысл имеет часть фиг. 4, лежащая ниже изоклины, где интегральные кривые нанесены сплошными линиями. Видно, что с уменьшением b^* интегральные кривые идут более полого по отношению к оси ξ .

При $j > 0$ ионы переносятся нейтралами за счет силы трения против силы электрического поля. Когда подвижность падает, сила трения возрастает, влияние сил электрического поля уменьшается, скобка $u + bE$ растет, а плотность заряда и вместе с ней производная dE / dx падают. В безразмерных переменных сумма $b^* E^* + R_q u^* < 0$ и по абсолютной величине возрастает с ростом ξ , производная $|dE^* / d\xi|$ уменьшается. Сказанное относится и к случаю, когда скорость u в зоне падения подвижности возрастает.

Когда зона $\xi_1 \xi_2$ мала, соответствующее течение может служить моделью течения, которое осуществляется в структуре скачка конденсации в электрогидродинамике. В самом деле, рассмотрим течение смеси нейтрального газа с ионами, содержащего находящийся в пересыщенном состоянии пар. Коэффициент подвижности такой смеси b_1 . В некоторой узкой зоне происходит конденсация пара, ионы налипают на капельки жидкости, скорость которых близка к скорости газа, коэффициент b сильно падает. Видно, что соотношения на скачке конденсации в электрогидродинамике те же, что и в скачке испарения (1.7); разность $w_{01} - w_{02}$ — количество тепла, выделяющегося при конденсации. Так же, как в случае ударных волн в электрогидродинамике [1] и в скачках испарения, рассмотренных в п. 1,2 система соотношений на разрыве не замкнута — не хватает уравнения для определения величины поверхностного заряда σ на фронте разрыва, а значит, и величины нормальной составляю-

щей электрического поля за разрывом. Недостающее соотношение для определения величины поверхностного заряда, можно найти из анализа структуры интегральных кривых в плоскости $E^* \xi$ с переменным $u(x)$.

В газовой динамике известно [5], что в дозвуковых скачках конденсации нормальная составляющая скорости газа за фронтом скачка больше нормальной составляющей скорости перед фронтом

$$u_2 > u_1, \rho_2 < \rho_1, u_1 < a_1, u_2 < a_2, p_2 < p_1$$

В сверхзвуковых скачках конденсации нормальная составляющая скорости газа перед фронтом больше скорости газа за фронтом

$$u_2 < u_1, \rho_2 > \rho_1, u_1 > a_1, u_2 > a_2, p_2 > p_1$$

Рассмотрим вначале случай, когда в электрогидродинамическом скачке конденсации скорость монотонно возрастает. Когда параметр взаимодействия мал, это соответствует дозвуковым скачкам конденсации в газовой динамике. При этом качественное поведение интегральных кривых то же, что и при $u = \text{const}$ (фиг. 4). Производная $|dE^* / d\xi|$ в области $\xi_1 \xi_2$ с ростом ξ уменьшается еще сильнее, чем в случае $u = \text{const}$. Когда $l \rightarrow 0$, зона изменения b уменьшается, интегральные кривые фиг. 4 нигде не имеют вертикальной касательной. Следовательно, плотность заряда q конечна, а значит, везде на дозвуковом скачке конденсации (скорость в скачке возрастает) при $j > 0$ интенсивность поверхностного заряда $\sigma = 0$, $E_1 = E_2$ — электрическое поле непрерывно. Плотность заряда q_2 определяется из второго уравнения (1.5).

Интегральные кривые фиг. 4 описывают также решение внутри структуры скачка испарения, когда $j > 0$; подвижность в скачке растет, но скорость растет быстрее, поэтому наклон изоклины такой, как изображено на фиг. 4 (см. п. 1).

Рассмотрим случай, когда в электрогидродинамическом скачке конденсации скорость в скачке монотонно падает. Если параметр взаимодействия мал, это соответствует сверхзвуковым скачкам конденсации в газовой динамике. При этом возможны два различных решения.

Пусть изоклина, описываемая уравнением (1.3), ведет себя так, как показано на фиг. 4: в области $\xi_1 \xi_2$ наклон изоклины (1.3) положительный. Тогда поведение интегральных кривых в плоскости $E^* \xi$ качественно совпадает со случаем, когда скорость в скачке возрастает (фиг. 4.).

Выше указывалось, что на скачке, структура которого описывается такими интегральными кривыми, возникновение поверхностного заряда невозможно $\sigma = 0$, $E_1 = E_2$. Пусть теперь наклон изоклины (1.3) отрицательный. Тогда изоклина в области $\xi_1 \xi_2$ ведет себя так, как указано на фиг. 1. В рассматриваемом случае $j > 0$, поэтому физический смысл имеют ветви интегральных кривых, расположенные ниже изоклины.

Качественная картина будет такая же, как в рассмотренном в п. 1 скачке с испарением (когда b возрастает, u убывает), а поведение интегральных кривых такое, как на фиг. 1. При таком поведении интегральных кривых (см. п. 1) на фронте скачка конденсации возможно образование поверхностного заряда, интенсивность которого описывается второй форму-

лой (1.6). Для вычисления величины электрического поля за фронтом скачка нужно пользоваться первой формулой (1.6). Система соотношений на скачке конденсации (1.7) будет замкнута.

4. Рассмотрим случай, когда коэффициент подвижности убывает, а $j < 0$. Пусть $u = \text{const}$. Физический смысл имеют кривые, лежащие выше изоклины, где $b^*E^* + R_q u^* > 0$. Пусть в некотором сечении $\xi = \xi_0 < \xi_1$ течения величина электрического поля E^* лежит выше изоклины между интегральными кривыми 1 и 2, пересекающими изоклину при $\xi = \xi_1$ и $\xi = \xi_2$ соответственно. Начиная с $\xi = \xi_1$, коэффициент подвижности b^* падает. Сумма $b^*E^* + R_q u^*$ убывает до нуля. Интегральные кривые пересекают изоклину между точками $\xi_1 \xi_2$ и идут далее в сторону уменьшения ξ . Структуры течения в этом случае в области уменьшения подвижности не существует. Физический смысл явления состоит в следующем. С уменьшением подвижности b — сила трения между ионами и нейтралами увеличивается, так что полю не удается перемещать ионы. Скорость ионов при этом уменьшается, а плотность заряда стремится к бесконечности. Пусть в некотором сечении $\xi = \xi_0$ течения величина электрического поля E^* лежит выше интегральной кривой 2. С уменьшением b наклон интегральных кривых в плоскости $E^* \xi$, а значит, и плотность заряда увеличивается. Однако пересечение с изоклиной происходит при $\xi > \xi_2$. Структура течения на отрезке $\xi_1 \xi_2$ существует. При стремлении отрезка $\xi_1 \xi_2$ к нулю интегральные кривые нигде не имеют вертикальной касательной, поэтому плотность поверхностного заряда на образующемся скачке равна нулю и нормальная составляющая электрического поля непрерывна. Плотность заряда q терпит скачок.

Пусть $u^* = u^*(\xi)$ — заданная функция. Предположим, что наклон изоклины на отрезке $\xi_1 \xi_2$ положителен. Такое течение соответствует либо дозвуковому скачку конденсации (u в скачке растет), либо сверхзвуковому скачку конденсации (u падает, но так, что тангенс остается положительным на отрезке $\xi_1 \xi_2$). Тогда либо не существует указанных скачков (нет структуры), либо они газодинамические $\sigma = 0$, $E_1 = E_2$; величина q_2 находится из второго уравнения (1.5). Интегральные кривые, соответствующие рассматриваемому случаю, описывают также структуру скачка испарения, когда $j < 0$, подвижность растет, но и скорость растет столь сильно, что тангенс угла наклона изоклины на отрезке $\xi_1 \xi_2$ положительный.

Пусть скорость в сверхзвуковом скачке конденсации падает столь сильно, что наклон изоклины на отрезке $\xi_1 \xi_2$ отрицателен. Поведение изоклины такое, как указано на фиг. 2. Физический смысл имеет верхняя часть фигуры, где $b^*E^* + R_q u^* > 0$. Течение в скачке происходит также, как в случае скачка испарения, когда $j < 0$, b растет, а скорость в скачке убывает. При этом возможны скачки конденсации, структура которых существует, только когда электрическое поле перед скачком удовлетворяет соотношению $u_1 + bE_1 = 0$. Электрическое поле за таким скачком нужно задавать, а пределы, в которых оно может быть задано, даются неравенствами (2.1) (см. п. 2). Возможны также скачки конденсации, на

которых поверхностного заряда не возникает $\sigma = 0$, $E_1 = E_2$ (обычный газодинамический скачок конденсации).

5. Рассмотрим течение, когда электрическое поле $E > 0$ (скорость $u > 0$). Из уравнений (1.1) видно, что в этом случае поверхностного заряда быть не может, скобка $u + bE \neq 0$, скачки конденсации и испарения чисто газодинамические; плотность заряда q_2 терпит разрыв, второе уравнение (1.5). Однако в областях изменения подвижности может быть сильное возрастание заряда. Пусть для определенности в области x_1x_2 подвижность падает от b_1 до нуля, $u = \text{const}$. В точке $x = x_2$ плотность тока $j = q_2u = q_1(u + b_1E_1)$. Если $b_1E_1 \gg u$ ($R_q \ll 1$), то $q_2/q_1 = R_q^{-1} \gg 1$. В области x_1x_2 происходит резкое возрастание заряда. Если $u = u(x)$ при $R_q \ll 1$ отношение

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{b_1E_1}{u_2} = \frac{1}{R_q} \frac{u_1}{u_2}$$

Последняя формула верна и на скачке конденсации. Если при этом скорость в скачке падает, плотность заряда возрастает еще сильнее, чем при $u = \text{const}$. Если же скорость в скачке конденсации возрастает, плотность заряда может как возрасть, так и убывать. Изменение электрического поля в области x_1x_2 пропорционально ширине области и может быть значительным. Однако в скачке конденсации и испарения, когда $x_2 - x_1 \rightarrow 0$, поле непрерывно.

В случае, когда подвижность возрастает от малой величины до некоторого значения b_2 , так что $u_2 \ll b_2E_2$, плотность заряда уменьшается, поэтому

$$\frac{q_2}{q_1} = R_q \frac{b_1}{b_2} \quad (b_1E_1 < b_2E_2)$$

Автор благодарит А. Г. Куликовского за обсуждение работы.

Поступила 1 IX 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Гогосов В. В., Полянский В. А. Разрывы в электрогидродинамике. ПММ, 1971, т. 35, вып. 5.
2. Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда. М., Госатомиздат, 1971.
3. Гогосов В. В., Полянский В. А., Семенова И. П., Якубенко А. Е. Уравнения электрогидродинамики и коэффициенты переноса в сильном электрическом поле. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 2.
4. Felici N. J. Physical background and performance of a supersonic electroaerodynamic high voltage generator. Proc. Internat. Sympos. on Electrohydrodynamics. March 39 — April 2, 1969.
5. Ландау Л. Д., Lifshits E. M. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
6. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Об ударных волнах, ионизирующих газ при наличии произвольно ориентированного магнитного поля. Проблемы гидродинамики и механики сплошной среды. М., «Наука», 1969.