УДК 531.36

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ КОРРЕЛИРОВАННЫХ БЕЛЫХ ШУМОВ

М. В. Левит

(Ленинград)

Для линейных систем с постоянными коэффициентами, подверженных воздействию коррелированных белых шумов, даются необходимые и достаточные условия экспоненциальной устойчивости в среднем квадратическом. Эти условия выражены в терминах передаточных функций. Приводятся примеры.

Вопросу устойчивости стохастических систем посвящены работы [1–9]. Экспоненциальная устойчивость в среднем квадратическом линейных систем с белым шумом детально рассматривалась в работах [1, 4, 6–9]. Критерий устойчивости, предложенный в [3, 4], требует вычисления определителей вплоть до порядка $\nu(\nu+1)/2$, где ν — порядок системы. В [9] для специального класса линейных систем установлен критерий, требующий знания лишь передаточной матрицы системы от шумов к выходам, причем учет в системах числа возмущающих шумов иногда дает возможность избежать трудоемких операций вычисления определителей высокого порядка.

В данной работе метод исследования работы [9] распространяется на более широкий класс линейных систем, находящихся под параметрическим воздействием зависимых шумов. Во многих случаях предлагаемый здесь критерий позволяет ограничиться вычислением определителей, порядок которых меньше как числа шумов, возмущающих систему, так и величины $\nu(\nu+1)/2$. Как и в [9], критерий применим к системам, заданным передаточной матрицей от шумов к выходам. Всюду ниже под устойчивостью системы с шумом подразумевается экспоненциальная устойчивость в среднем квадратическом.

1. Класс рассматриваемых систем. Будем считать, что всю совокупность шумов в системе можно разбить на n групп так, что шумы из разных групп не зависят друг от друга. Обозначим символом k_l число шумов в группе с номером l, символом $W_l^{\cdot}$ — вектор, составленный из k_l шумов этой группы, символом B_{ll} — $k_l \times k_l$-мерную корреляционную матрицу векторного шума $W_l^{\cdot}$

$$MW_l^{\cdot}(t)\,[W_l^{\cdot}(s)]' = B_{ll}\delta(t-s)$$

Штрих означает транспонирование матрицы.

Рассмотрим систему линейных дифференциальных уравнений Ито

$$x^{\cdot} = Px + \sum_{l=1}^{n} q_l \sigma_l' W_l^{\cdot}, \qquad \sigma_l = r_l' x \tag{1.1}$$

Здесь P, q_l, r_l — постоянные матрицы. Вектор переменных x имеет размерность ν, матрица P имеет размерность $\nu \times \nu$.

Будем рассматривать системы двух типов. К первому типу отнесем системы (1.1), в которых q_l представляют собой ν-мерные векторы, а r_l имеют размерность $\nu \times k_l$. В системах первого типа σ_l являются k_l-мерными столбцами, а $\sigma_l' W_l^{\cdot}$ — скалярными шумами. Ко второму типу отнесем системы (1.1), в которых q_l имеют размерность $\nu \times \times k_l$, а r_l являются k_l-мерными столбцами. В системах второго типа σ_l — скалярные величины, и штрих в первой формуле (1.1) можно опустить. Видно, что линейные системы, рассмотренные в [9], относятся как к первому, так и ко второму типу. Будем считать, что система (1.1) вполне управляема и наблюдаема.

Введем матрицы

$$\chi_{lm}(\lambda) = r_l'(P-\lambda I)^{-1} q_m, \qquad (l, m = 1, 2, \ldots, n) \tag{1.2}$$

где λ — комплексное число.

Как известно, система (1.1) может быть задана с точностью до преобразования вида $y = Sx$, $\det S \neq 0$ своей передаточной матрицей. Передаточная матрица системы (1.1) от входов $\varphi_m = \sigma_m' W_m^{\cdot}$ ($m = 1, 2, \ldots, n$) к выходам σ_l ($l = 1, 2, \ldots, n$) состоит из блоков χ_{lm} и имеет вид

$$\chi(\lambda) = \begin{Vmatrix} \chi_{11}(\lambda) \ldots \chi_{1n}(\lambda) \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ \chi_{n1}(\lambda) \ldots \chi_{nn}(\lambda) \end{Vmatrix} \tag{1.3}$$

Основные характеристики размерностей матриц ($k = k_1 + k_2 + \ldots + k_n$) для систем первого и второго типов приведены ниже

Тип системы	$W_l^{\cdot}$	q_l	r_l	σ_l	$\sigma_l W_l^{\cdot}$	$\chi_{lm}(\lambda)$	$\chi(\lambda)$
1	$k_l \times 1$	$\nu \times 1$	$\nu \times k_l$	$k_l \times 1$	скаляр	$k_l \times 1$	$k \times n$
2	$k_l \times 1$	$\nu \times k_l$	$\nu \times 1$	скаляр	$k_l \times 1$	$1 \times k_l$	$n \times k$

Представим матрицы $\chi_{lm}(\lambda)$ в виде

$$\chi_{lm}(\lambda) = \frac{\gamma_{lm}(\lambda)}{\Delta_{lm}(\lambda)} \tag{1.4}$$

где γ_{lm} (λ—матричный, а $\Delta_{lm}(\lambda)$—скалярный многочлен. Здесь степень матричного многочлена $\gamma_{lm}(\lambda)$ меньше степени скалярного многочлена $\Delta_{lm}(\lambda)$, старший коэффициент которого считаем равным единице.

2. **Условия устойчивости.** Рассмотрим систему первого типа.
Положим

$$\delta_{lm}(\lambda) = [\gamma_{lm}(-\lambda)]' B_{ll} \gamma_{lm}(\lambda) \tag{2.1}$$

Определим скалярный многочлен $\tau_{lm}(\lambda)$ из уравнения

$$\tau_{lm}(\lambda)\Delta_{lm}(-\lambda) + \tau_{lm}(-\lambda)\Delta_{lm}(\lambda) = \delta_{lm}(\lambda) \tag{2.2}$$

при условии, что степень $\tau_{lm}(\lambda)$ меньше степени многочлена $\Delta_{lm}(\lambda)$.

Сопоставим системе первого типа $n \times n$-мерную матрицу $R = \| \rho_{lm} \|$ формулами

$$\rho_{lm} = \lim_{|\lambda| \to \infty} \frac{\tau_{lm}(\lambda)}{\Delta_{lm}(\lambda)} \tag{2.3}$$

Системе второго типа сопоставим матрицу R соотношениями

$$\delta_{lm}(\lambda) = \gamma_{lm}(\lambda) B_{mm} [\gamma_{lm}(-\lambda)]' \tag{2.4}$$

и формулами (2. 2), (2. 3).

Теорема 1. Пусть система (1. 1) является системой первого или второго типа, а векторные шумы $W_1^{\cdot}, \ldots, W_n^{\cdot}$ независимы между собой. Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы ее передаточная матрица (1. 3) имела полюсы в открытой левой полуплоскости и собственные числа $n \times n$-мерной матрицы $R = \| \rho_{lm} \|$, определяемой формулами (2.1) — (2.3) или (2.2) — (2.4), были бы по модулю меньше единицы.

Доказательство теоремы 1 приводится по той же схеме, что и теоремы 1 работы [9]. При этом следует учитывать, что стохастическая производная квадратичной формы $V(x) = x'Hx$ в силу системы первого типа приводится к виду

$$LV = 2x'HPx + x' \left(\sum_{i=1}^{n} q_i' H q_i r_i B_{ii} r_i' \right) x$$

а для системы второго типа — к виду

$$LV = 2x'HPx + x' \left(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{sp}\, [q_i' H q_i B_{ii}]\, r_i r_i' \right) x$$

Символом sp обозначен след матрицы.

Замечание 1. Чтобы определить матрицу R, необходимо решить следующую задачу. Пусть даны

$$\Delta(\lambda) = \lambda^s + \Delta_1\lambda^{s-1} + \ldots + \Delta_s, \qquad \delta(\lambda) = \sum_{i=1}^{s} \delta_i \lambda^{2(s-i)}$$

где $\Delta(\lambda)$—многочлен Гурвица. Требуется вычислить величину

$$\rho = \lim_{|\lambda|\to\infty} \lambda \frac{\tau(\lambda)}{\Delta(\lambda)} \qquad (\tau(\lambda) = \tau_1\lambda^{s-1} + \ldots + \tau_s) \tag{2.5}$$

где многочлен $\tau(\lambda)$ определяется из уравнения

$$\tau(\lambda)\,\Delta(-\lambda) + \tau(-\lambda)\,\Delta(\lambda) = \delta(\lambda) \tag{2.6}$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых четных степенях λ в левой и правой частях (2.6), получим линейную алгебраическую систему относительно s неизвестных коэффициентов многочлена $2\tau(-\lambda) = \beta_1\lambda^{s-1} + \ldots + \beta_s$.

Так как $\Delta(\lambda)$—многочлен Гурвица, то определитель этой системы положителен, и, следовательно, уравнение (2.2) имеет единственное решение при любой правой части.

Величина ρ вычисляется по формуле

$$\rho = (-1)^{s-1}\beta_1 / 2 \tag{2.7}$$

Замечание 2. Можно показать, что, если в (2.6) $\Delta(\lambda)$ — многочлен Гурвица, а многочлен $\delta(\lambda)$ неотрицателен при $\lambda = i\omega$ $(-\infty < \omega < +\infty)$, то величина (2.3) будет неотрицательной. В силу этого R—матрица с неотрицательными элементами.

Замечание 3. Матрица R порядка $n \times n$ с неотрицательными элементами имеет собственные числа, по модулю меньшие единицы, в том и только том случае, когда все последовательные главные миноры матрицы $(I - R)$ положительны [10]. Пусть матрица R ненулевая. Обозначим μ_0—наименьший вещественный положительный корень уравнения

$$\det(I - \mu R) = 0 \tag{2.8}$$

Тогда спектр матрицы μR $(\mu > 0)$ лежит внутри единичного круга при всех $\mu < \mu_0$ и только при этих значениях μ.

Пример. Рассмотрим систему

$$\begin{gathered} y^{(2)} + (1 + \psi_1^{\cdot})\, y^{(1)} + (3 + \psi_2^{\cdot})\, y + (\psi_2^{\cdot} - 1)\, z = 0 \\ z^{(2)} + (1 + \zeta_1^{\cdot})\, y^{(1)} + (1 + \zeta_2^{\cdot})\, y = 0 \end{gathered} \tag{2.9}$$

Здесь $\psi_1^{\cdot}, \psi_2^{\cdot}, \zeta_1^{\cdot}, \zeta_2^{\cdot}$ — белые шумы. Предположим, что шумы $\psi_i^{\cdot}$ не коррелируют с шумами $\zeta_j^{\cdot}$. Обозначим

$$W_1^{\cdot} = \left\| \begin{matrix} \psi_1^{\cdot} \\ \psi_2^{\cdot} \end{matrix} \right\|, \qquad W_2^{\cdot} = \left\| \begin{matrix} \zeta_1^{\cdot} \\ \zeta_2^{\cdot} \end{matrix} \right\|$$

Предположим, что корреляционные матрицы шумов $W_1^{\cdot}$, $W_2^{\cdot}$ равны соответственно

$$B_{11} = \|b_{ij}\| = \left\| \begin{matrix} 0.36 & -0.18 \\ -0.18 & 0.09 \end{matrix} \right\|, \qquad B_{22} = \|c_{ij}\| = \left\| \begin{matrix} 0.12 & 0.13 \\ 0.13 & 0.18 \end{matrix} \right\|$$

Найдем передаточную матрицу от входов

$$\varphi_1 = \psi_1^{\cdot} y^{(1)} + \psi_2^{\cdot}(y + z), \qquad \varphi_2 = \zeta_1^{\cdot} y^{(1)} + \zeta_2^{\cdot} y$$

к выходам

$$\sigma_1 = \left\| \begin{matrix} y^{(1)} \\ y + z \end{matrix} \right\|, \qquad \sigma_2 = \left\| \begin{matrix} y^{(1)} \\ y \end{matrix} \right\|$$

Получим

$$\sigma_1 = -\frac{\gamma_{11}\varphi_1 + \gamma_{12}\varphi_2}{\Delta(\lambda)}, \qquad \sigma_2 = -\frac{\gamma_{21}\varphi_1 + \gamma_{22}\varphi_2}{\Delta(\lambda)},$$

$$\gamma_{11}(\lambda) = \left\| \begin{matrix} \lambda^3 \\ \lambda^2 - \lambda - 1 \end{matrix} \right\|, \quad \gamma_{12}(\lambda) = \left\| \begin{matrix} \lambda \\ \lambda^2 + \lambda + 4 \end{matrix} \right\|, \quad \gamma_{21}(\lambda) = \left\| \begin{matrix} \lambda^3 \\ \lambda^2 \end{matrix} \right\|, \quad \gamma_{22}(\lambda) = \left\| \begin{matrix} \lambda \\ 1 \end{matrix} \right\|$$

$$\Delta(\lambda) = \lambda^4 + \lambda^3 + 3\lambda^2 + \lambda + 1$$

Очевидно, $\Delta(\lambda)$ — многочлен Гурвица. Многочлены

$$\delta_{lm}(\lambda) = [\gamma_{lm}(-\lambda)]' B_{ll} \gamma_{lm}(\lambda) \qquad (l, m = 1, 2)$$

принимают вид

$$\begin{aligned}
\delta_{11}(\lambda) &= -b_{11}\lambda^6 + (2b_{12} + b_{22})\lambda^4 - 3b_{22}\lambda^2 + b_{22} \\
\delta_{12}(\lambda) &= b_{22}\lambda^4 + (-b_{11} - 2b_{12} + 7b_{22})\lambda^2 + 16b_{22} \\
\delta_{21}(\lambda) &= (-c_{11})\lambda^6 + c_{22}\lambda^4 \\
\delta_{22}(\lambda) &= (-c_{11})\lambda^2 + c_{22}
\end{aligned}$$

Определим величину (2.7). Получим

$$\rho = (\delta_4 - \delta_1) + (\delta_2 - \delta_3) / 2$$

Следовательно, элементы 2×2-мерной матрицы $R = \| \rho_{ij} \|$ — числа

$$\rho_{11} = b_{11} + b_{12} + 3b_{22} = 0.45, \quad \rho_{12} = b_{11} / 2 + b_{12} + 13\, b_{22} = 1.17$$
$$\rho_{21} = c_{11} + c_{22} / 2 = 0.21, \quad \rho_{22} = c_{11} / 2 + c_{22} = 0.24$$

Для 2×2-мерных матриц R наименьший вещественный корень (2.8) определяется формулой

$$\mu_0 = \begin{cases} (2 \det R)^{-1} [\operatorname{sp} R - \sqrt{(\operatorname{sp} R)^2 - 4 \det R}], & \det R \neq 0 \\ (\operatorname{sp} R)^{-1} & \det R = 0 \end{cases}$$

В рассматриваемом случае $\mu_0 \approx 1.17 > 1$. Таким образом, система (2.9) устойчива. Устойчивость сохранится, если интенсивности шумов возрастут менее чем в $\sqrt{\mu_0} \approx 1.08$ раз. В противном случае устойчивость системы исчезнет. (Предполагается, что при изменении интенсивности шумов коэффициенты корреляции остаются теми же).

3. Линейные дифференциальные уравнения порядка ν. Рассмотрим часто встречающийся случай, когда система первого типа описывается линейным дифференциальным уравнением порядка ν

$$y^{(\nu)} + (\Delta_1 + \eta_\nu^{\cdot})\, y^{(\nu-1)} + \ldots + (\Delta_\nu + \eta_1^{\cdot})\, y = 0 \tag{3.1}$$

Здесь шумы $\eta_i^{\cdot}$ составляют одну группу из ν шумов $W^{\cdot}$ с корреляционной матрицей B

$$MW^{\cdot}(t)\,[W^{\cdot}(s)]' = B\delta(t - s) \qquad (W^{\cdot} = \| \eta_i^{\cdot} \|_{i=1}^{\nu}, \qquad B = \| b_{ij} \|)$$

Рассмотрим многочлен

$$\delta(\lambda) = \sum_{i, j=1}^{\nu} (-1)^{i-1} b_{ij} \lambda^{i+j-2} \tag{3.2}$$

По теореме 1 заключаем следующее.

Теорема 2. Уравнение (3.1) устойчиво тогда и только тогда, когда $\Delta(\lambda) = \lambda^\nu + \Delta_1\lambda^{\nu-1} + \ldots + \Delta_\nu$ — многочлен Гурвица, а не отрицательное число ρ, определяемое формулами (2.5), (2.6), (3.2), меньше единицы.

Уравнение (3.1) рассматривалось в [3, 4, 7]. Критерий устойчивости (3.1), предложенный в [4, 7], эквивалентен теореме 2. Его теоретическое обоснование близко в идейном отношении к методу данной работы; отличие критериев заключается в способе вычисления некоторых характеристик уравнения (3.1). Как было замечено в [7], на устойчивость уравнения (3.1) оказывают влияние лишь те корреляционные коэффициенты b_{ij}, для которых число $i+j$ четно. Этот факт следует из того, кто в многочлене (3.2) ненулевыми являются лишь коэффициенты при четных степенях λ, а они представляют собой линейную комбинацию корреляционных коэффициентов с четной суммой индексов.

Для уравнений (3.1) второго и третьего порядков условия устойчивости можно найти в [4].

Приведем условия устойчивости дифференциальных уравнений (3.1) при $\nu = 4.5$, полученные при помощи теоремы 2. Предполагается, что тривиальное решение рассматриваемых уравнений при отсутствии шумов асимптотически устойчиво.

Для уравнения

$$y^{(4)} + (a + \eta_4^{\cdot})\, y^{(3)} + (b + \eta_3^{\cdot})\, y^{(2)} + (c + \eta_2^{\cdot})\, y^{(1)} + (d + \eta_1^{\cdot})\, y = 0$$

условие устойчивости

$$(ab - c)\, b_{11} + d\,[a\,(-2b_{13} + b_{22}) + c\,(-2b_{24} + b_{33}) + (bc - ad)\, b_{44}] < 2\, d\,(abc - c^2 - a^2 d)$$

для уравнения

$$y^{(5)} + (a + \eta_5^{\cdot})\, y^{(4)} + (b + \eta_4^{\cdot})\, y^{(3)} + (c + \eta_3^{\cdot})\, y^{(2)} + (d + \eta_2^{\cdot})\, y^{(1)} + (e + \eta_1^{\cdot}) y = 0$$

условие устойчивости

$$(cm - al)\, b_{11} + m\,(-2b_{13} + b_{22}) + l\,(2b_{15} - 2b_{24} + b_{33}) + k\,(-2b_{35} + b_{44})$$
$$+ (bk - dl)\, b_{55} < 2mk - l^2 \quad (k = cd - be,\ l = ad - e,\ m = ab - c)$$

4. Один результат применения теоремы 1. Рассмотрим линейную систему

$$x^{\cdot} = (P + \eta^{\cdot})\, x, \qquad \eta^{\cdot} = \| \eta_{ij}^{\cdot} \|_{i,\, j=1}^{\nu} \tag{4.1}$$

где $\eta^{\cdot}$ —матрица зависимых белых шумов $\eta_{ij}^{\cdot}$. Введем ν-мерные вектор-столбцы

$$W_l^{\cdot} = \| \eta_{lj}^{\cdot} \|_{j=1}^{\nu}, \qquad M W_l^{\cdot}(t)\, [W_l^{\cdot}(s)]' = B_{ll}\, \delta\,(t - s)$$
$$U_l^{\cdot} = \| \eta_{il}^{\cdot} \|_{i=1}^{\nu}, \qquad M U_l^{\cdot}(t)\, [U_l^{\cdot}(s)]' = C_{ll}\, \delta\,(t - s)$$

Систему (4.1) можно записать в виде

$$x^{\cdot} = Px + \sum_{m=1}^{\nu} e_m x' W_m^{\cdot} \tag{4.2}$$

или же в виде

$$x^{\cdot} = Px + \sum_{m=1}^{\nu} x' e_m U_m^{\cdot} \tag{4.3}$$

Здесь e_l — вектор размерности ν, у которого l-я компонента равна единице, остальные компоненты—нули.

Если в системе (4.2) шумы $W_1^{\cdot}, \ldots, W_\nu^{\cdot}$ независимы, то (4.2) — система первого типа, если же в системе (4.3) шумы $U_1^{\cdot}, \ldots, U_\nu^{\cdot}$ независимы, то (4.3) — система второго типа.

Введем матричный многочлен $D(\lambda) = (\lambda I - P)^{-1} \det(\lambda I - P)$. Определим $\nu \times \nu$-мерную матрицу R формулами (2.2) (2.3). При этом считаем, что в (2.2)

$$\delta_{lm}(\lambda) = e_m' [D(-\lambda)]' B_{ll} D(\lambda)\, e_m \tag{4.4}$$

если (4.2)-система первого типа, или

$$\delta_{lm}(\lambda) = e_l' D(\lambda)\, C_{mm}\, [D(-\lambda)]'\, e_l \tag{4.5}$$

если (4.3) — система второго типа.

Применяя теорему 1, получим следующее утверждение.

Следствие 1. Пусть в системе (4.1) P — матрица Гурвица, а в матрице шумов $\eta^{\cdot}$ либо строки ($W_l^{\cdot\prime}$), либо столбцы ($U_l^{\cdot}$) независимы между собой. Пусть матрица R определена формулами (2.2), (2.3), (4.4), если независимы строки, или формулами (2.2), (2.3), (4.5), если независимы столбцы. Система (4.1) устойчива тогда и только тогда, когда собственные числа R по модулю меньше единицы.

Поступила 5 II 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Кац И. Я., Красовский Н. Н. Об устойчивости систем со случайными параметрами. ПММ, 1960, т. 24, вып. 5.
2. Bertram J. E., Carachik P. E. Stability of circuits with randomly time-varying parameters. Proc. Internat. Sympos. on Circuits and inform theory. Los-Angelos, Calif. IRE. transactions. CT-6, 1959.
3. Гихман И. И. Об устойчивости решений стохастических дифференциальных уравнений. В сб.: Предельные теоремы и статистические выводы. Ташкент, «Фан», 1966.
4. Хасьминский Р. З. Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров. М., «Наука», 1969.
5. Кушнер Г. Дж. Стохастическая устойчивость и управление. М., «Мир», 1969.
6. Невельсон М. Б., Хасьминский Р. З. Об устойчивости стохастических систем. Проблемы передачи информации, 1968, т. 2, вып. 3.
7. Невельсон М. Б., Хасьминский. Р. З. Об устойчивости линейной системы при случайных возмущениях ее параметров. ПММ, 1966, т. 30, вып. 2.
8. Невельсон М. Б. Некоторые замечания относительно устойчивости линейной стохастической системы. ПММ, 1966, т. 30, вып. 6.
9. Левит М. В., Якубович В. А. Алгебраический критерий стохастической устойчивости линейных систем с параметрическим воздействием типа «белый шум». ПММ, 1971, т. 36, вып. 1.
10. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц, изд. 3-е, М., «Наука», 1967.

УДК 531.01

ОБ УРАВНЕНИИ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ И ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ФАЗОВОГО ДЕТЕКТОРА

Б. Н. Скрябин

(Горький)

Исследуется на цилиндрическом фазовом пространстве кусочно-линейная динамическая система второго порядка со скачками изображающей точки по линиям сшивания.

Рассмотрим уравнение

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + h[1 - bF'(\varphi)]\frac{d\varphi}{dt} + F(\varphi) = \gamma \qquad \begin{pmatrix} b > 0, \ h > 0 \\ 0 \leqslant \gamma < 1 \end{pmatrix}$$

$$F(\varphi + 2k\pi) \equiv F(\varphi) \quad (k = 0, \pm 1, \ldots), \quad F(\varphi) = \begin{cases} -1 & \text{при} \quad -\pi < \varphi < 0 \\ 1 & \text{при} \quad 0 < \varphi < \pi \end{cases}$$

Это уравнение описывает динамику системы фазовой автоподстройки частоты с интегрирующим фильтром [1,2] и прямоугольной характеристикой фазового детек-