

ЗАДАЧИ ОБ УПРУГОМ РАВНОВЕСИИ БЕСКОНЕЧНОГО КЛИНА С НЕСИММЕТРИЧНЫМ НАДРЕЗОМ В ВЕРШИНЕ, РАЗРЕШИМЫЕ В ЗАМКНУТОЙ ФОРМЕ

А. А. Храпков

(Ленинград)

Дано решение ряда задач об упругом равновесии бесконечного клина с несимметричным надрезом в вершине при помощи изложенного в [1] способа. Для различных однородных условий на боковых гранях клина решение получено в виде интегралов типа Коши.

В работах [2,3] поставлена и разрешена в замкнутой форме задача о представлении матриц 2×2 , заданных на кривой L в комплексной плоскости и принадлежащих некоторому классу, в виде произведения голоморфных слева и справа от L матриц 2×2 , граничные значения которых на L коммутируют между собой.

В работе [1] дано более простое и удобное для приложений решение указанной однородной задачи Гильберта. В этой работе показано также, что задача об упругом равновесии бесконечного клина с несимметричным надрезом в вершине и свободными от напряжений гранями сводится к неоднородной задаче Гильберта для двумерного кусочно-голоморфного вектора, причем в трех случаях матричный множитель принадлежит упомянутому выше классу.

1. Приведение задачи об упругом равновесии клина с надрезом к неоднородной задаче Гильберта. Пусть бесконечный треугольный клин занимает в плоскости с полярными координатами r, φ область $0 \leq \varphi \leq \theta$. На грани $\varphi = 0$ заданы значения напряжений $\sigma_\varphi, \tau_{r\varphi}$, а на грани $\varphi = \theta$ будем считать выполненными однородные условия одного из следующих типов:

$$\begin{aligned} (1) \quad \sigma_\varphi = \tau_{r\varphi} = 0, & \quad (3) \quad u_\varphi = \tau_{r\varphi} = 0 \\ (2) \quad u_r = u_\varphi = 0, & \quad (4) \quad u_r = \sigma_\varphi = 0 \end{aligned}$$

Введем в рассмотрение следующие двумерные векторы и их преобразования по Меллину:

$$\sigma(r) = \{\sigma_\varphi(r, 0); \tau_{r\varphi}(r, 0)\}, \quad \sigma^\circ(p) = \int_0^\infty r^p \sigma(r) dr \quad (1.1)$$

$$w(r) = \left\{ \frac{\partial u_\varphi}{\partial r}(r, 0); \frac{\partial u_r}{\partial r}(r, 0) \right\}, \quad w^\circ(p) = \int_1^\infty r^p w(r) dr \quad (1.2)$$

Для условий (1)–(4) получим соотношения между вектор-трансформантами ($j = 1-4$ соответственно)

$$\begin{aligned} {}_{1/4}Ew^\circ(p) &= [C + \Delta_j^{-1}G_j(p, \theta)] \sigma^\circ(p) & (1.3) \\ C &= \begin{vmatrix} 0 & -1/4(1-\nu) \\ 1/4(1-\nu) & 0 \end{vmatrix} & 2G_j(p, \theta) = \begin{vmatrix} a_j^+ & b_j^+ \\ b_j^- & a_j^- \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_1(p, \theta) &= p^2 \sin^2 \theta - \sin^2 p\theta \\ a_1^\pm &= \pm p \sin \theta \cos \theta + \sin p\theta \cos p\theta, \quad b_1^\pm = -p(1 \mp p) \sin^2 \theta \\ \Delta_2(p, \theta) &= p^2 \sin^2 \theta + \kappa \sin^2 p\theta - 1/4(\kappa + 1)^2 \\ a_2^\pm &= \pm p \sin \theta \cos \theta - \kappa \sin p\theta \cos p\theta \\ b_2^\pm &= -p(p \mp 1) \sin^2 \theta - 1/4(\kappa^2 - 1) \\ \Delta_3(p, \theta) &= p \sin 2\theta + \sin 2p\theta \\ a_3^\pm &= \pm \cos 2\theta - \cos 2p\theta, \quad b_3^\pm = (-1 \pm p) \sin 2\theta \\ \Delta_4(p, \theta) &= p \sin 2\theta - \sin 2p\theta \\ a_4^\pm &= \pm \cos 2\theta + \cos 2p\theta, \quad b_4^\pm = (-1 \pm p) \sin 2\theta \end{aligned}$$

Здесь E и ν — модуль упругости и коэффициент Пуассона, κ — коэффициент в формулах Колосова — Мусхелишвили, в выражениях для a_j^\pm и b_j^\pm берутся только верхние или нижние знаки.

Пусть теперь на линии $\varphi = 0$ клина $-\theta_2 \leq \varphi \leq \theta_1$ имеется надрез $(0,1)$, к границам которого приложены равные и противоположно направленные напряжения. Сохраняя прежние обозначения $\sigma(r)$ и $\sigma^\circ(p)$ для оригинала и трансформанты двумерного вектора напряжений (1.1) на линии надреза $\varphi = 0$, введем еще двумерный вектор взаимных смещений берегов $v(r)$ и его производную $u(r)$ формулами

$$v(r) = \{u_\varphi(r, +0) - u_\varphi(r, -0), u_r(r, +0) - u_r(r, -0)\} \quad (1.4)$$

$$u(r) = v'(r) = w(r, +0) - w(r, -0) \quad (1.5)$$

Соответствующие трансформанты Меллина имеют вид

$$v^\circ(p) = \int_0^\infty r^p v(r) dr = \int_0^1 r^p v(r) dr \quad (1.6)$$

$$u^\circ(p) = \int_0^\infty r^p u(r) dr = \int_0^1 r^p u(r) dr \quad (1.7)$$

Если на грани $\varphi = \theta_1$ выполнено j -е, а на грани $\varphi = -\theta_2$ — k -е из условий (1)–(4), получим в силу (1.3) и (1.5)

$$1/4 E u^\circ(p) = G_{jk}(p; \theta_1, \theta_2) \sigma^\circ(p) \quad (1.8)$$

$$G_{jk}(p; \theta_1, \theta_2) = \Delta_j^{-1}(p, \theta_1) G_j(p, \theta_1) - \Delta_k^{-1}(p, -\theta_2) G_k(p, -\theta_2) \quad (1.9)$$

Векторную трансформанту Меллина $\sigma^\circ(p)$ представим в виде

$$\sigma^\circ(p) = \sigma^{\circ+}(p) + \sigma^{\circ-}(p), \quad \sigma^{\circ+}(p) = \int_0^1 r^p \sigma(r) dr, \quad \sigma^{\circ-}(p) = \int_1^\infty r^p \sigma(r) dr \quad (1.10)$$

Здесь $\sigma^{\circ+}(p)$ голоморфна в полуплоскости $\text{Re} p > -1/4$, $\sigma^{\circ-}(p)$ — в полуплоскости $\text{Re} p < 0$, причем $\sigma^{\circ+}(p)$ задана. В силу (1.7) трансформанта $u^\circ(p)$ голоморфна в полуплоскости $\text{Re} p > -1/4$. Таким образом, выражение вида

$$\varphi(p) = \begin{cases} 1/4 E u^\circ(p), & \text{Re} p > \delta_0 \\ \sigma^{\circ-}(p), & [\text{Re} p < \delta_0 \end{cases} \quad (1.11)$$

есть двумерный кусочно-голоморфный вектор с линией скачков $\text{Re } p = \delta_0$, где δ_0 — произвольное вещественное число из интервала $(-1/4, 0)$.

В силу (1.8) на контуре L , определенном уравнением $\text{Re } p = \delta_0$, выполняется соотношение

$$\varphi^+(t) = G_{jk}(t; \theta_1, \theta_2) \varphi^-(t) + \psi(t), \quad \psi(t) = G_{jk}(t; \theta_1, \theta_2) \sigma^{\theta^+}(t) \quad (1.12)$$

Здесь через $\varphi^\pm(t)$ обозначены предельные значения кусочно-голоморфного вектора $\varphi(p)$ на L слева и справа соответственно.

Поскольку $\psi(t)$ — известный вектор, соотношение (1.12) представляет неоднородную задачу Гильберта, которая решается в замкнутой форме, если известно решение соответствующей однородной задачи

$$X^+(t)[X^-(t)]^{-1} = G_{jk}(t; \theta_1, \theta_2) \quad (1.13)$$

где $X(p)$ — кусочно-голоморфная матрица с линией скачков L .

2. Схемы работы клина, в которых матрицы коммутируют между собой. Как известно [1-3], решение задачи (1.13) в одном случае удовлетворяет дополнительному условию

$$X^+(t)[X^-(t)]^{-1} = [X^-(t)]^{-1}X^+(t)$$

и допускает решение в виде интегралов типа Коши.

Для того чтобы рассматриваемый случай имел место, необходимо выполнение следующего условия [1]:

$$\begin{aligned} \text{dev } G_{jk}(t; \theta_1, \theta_2) &= c(t; \theta_1, \theta_2) Q_{jk}(t; \theta_1, \theta_2) \\ \text{dev } G_{jk}(t; \theta_1, \theta_2) &= G_{jk}(t; \theta_1, \theta_2) - b(t; \theta_1, \theta_2) I \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь $b(t; \theta_1, \theta_2)$ — полуслед матрицы $G_{jk}(t; \theta_1, \theta_2)$, I — единичная матрица 1×2 , $c(t; \theta_1, \theta_2)$ — произвольный коэффициент, $Q_{jk}(t; \theta_1, \theta_2)$ — граничное значение на L матрицы 2×2 вида

$$Q_{jk}(p; \theta_1, \theta_2) = \begin{vmatrix} l(p) & m^+(p) \\ m^-(p) & -l(p) \end{vmatrix} \quad (2.2)$$

причем $l(p)$, $m^+(p)$, $m^-(p)$ — полиномы относительно p .

Если число нулей нечетной кратности полинома $(l^2 + m^+m^-)(p)$, взятых каждый по одному разу, не превосходит двух, то условие (2.1) является также и достаточным; в противном случае требуется дополнительный анализ [1].

Непосредственно из (1.9) имеем

$$\text{dev } G_{jk}(p; \theta_1, \theta_2) = q_j(p, \theta_1) Q_j(p, \theta_1) - q_k(p, -\theta_2) Q_k(p, -\theta_2) \quad (2.3)$$

$$2Q_j(p, \theta) = \begin{vmatrix} l_j & m_j^+ \\ m_j^- & -l_j \end{vmatrix}$$

$$q_1(p, \theta) = \Delta_1^{-1}(p, \theta) p \sin \theta, \quad l_1 = \cos \theta, \quad m_1^\pm = (-1 \pm p) \sin \theta \quad (2.4)$$

$$q_2(p, \theta) = \Delta_2^{-1}(p, \theta), \quad l_2 = p \sin \theta \cos \theta, \quad m_2^\pm = p (\pm 1 - p) \sin^2 \theta - \frac{1}{4}(\kappa^2 - 1) \quad (2.5)$$

$$q_3(p, \theta) = \Delta_3^{-1}(p, \theta), \quad l_3 = \cos 2\theta, \quad m_3^\pm = (\pm p - 1) \sin 2\theta \quad (2.6)$$

$$q_4(p, \theta) = \Delta_4^{-1}(p, \theta), \quad l_4 = \cos 2\theta, \quad m_4^\pm = (\pm p - 1) \sin 2\theta \quad (2.7)$$

Здесь в формулах для m_j берутся только верхние или нижние знаки. Матрицы $\theta_j(p, \theta_1)$ и $Q_k(p, -\theta_2)$ в правой части (2.3) имеют полиномиальные элементы, причем все эти элементы одновременно не обращаются в нуль тождественно относительно p ни при каких значениях параметров θ_1, θ_2 .

Если выполнено тождество

$$q_k(p, -\theta_2) \equiv 0 \tag{2.8}$$

то, положив

$$c(t; \theta_1, \theta_2) = q_j(t; \theta_1, \theta_2), \quad Q_{jk}(p; \theta_1, \theta_2) = Q_j(p, \theta_1) \tag{2.9}$$

получим из (2.3) равенства (2.1), (2.2)

Аналогично предыдущему, если выполнено тождество

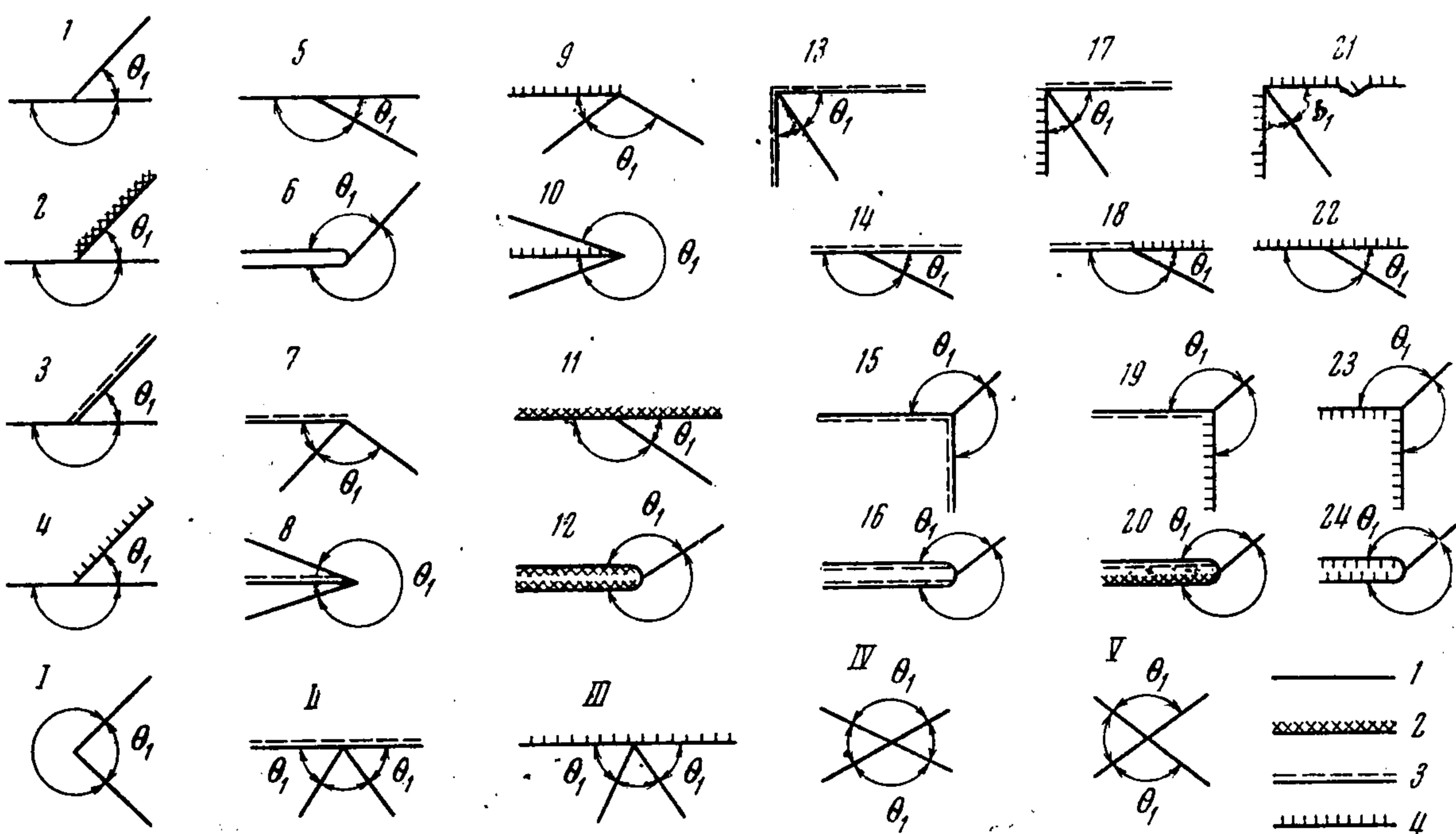
$$Q_k(p, -\theta_2) = Q_j(p, \theta_1) \cdot h(p; \theta_1, \theta_2) \tag{2.10}$$

где $h(p; \theta_1, \theta_2)$ — произвольный скалярный множитель, то, положив

$$c(t; \theta_1, \theta_2) = q_j(t, \theta_1) - h(t; \theta_1, \theta_2) q_k(t, -\theta_2), \quad Q_{jk}(p; \theta_1, \theta_2) = Q_j(p, \theta_1) \tag{2.11}$$

снова получим из равенства (2.3) равенства (2.1), (2.2).

Из формул (2.4) — (2.7) непосредственно вытекает, что условие (2.8) выполнено лишь в случае $k = 1, \theta_2 = \pi$, т. е. в случае надреза на про-



Фиг. 1

должении свободной от напряжений стороны объемлющего полуплоскость клина при произвольных граничных условиях на противоположной его стороне (фигура, схемы 1—4; в правой нижней части фигуры даны обозначения (I)—(V) граничных условий, указанных в начале п. 1).

Исследуем теперь, в каких случаях выполняется тождество (2.10). Всюду в дальнейшем $h = h(p; \theta_1, \theta_2)$.

Положим вначале $j = 1$, освободив сторону $\varphi = \theta_1$ от напряжений

$$\theta_1 + \theta_2 = \pi, h = -1; \quad \theta_1 + \theta_2 = 2\pi, h = 1 \quad \text{при } k = 1 \tag{2.12}$$

Отсюда следует, что тождество (2.10) выполнено для надреза у границы полуплоскости и для полубесконечного надреза с изломом (схемы 5,6). Эти схемы, так же как и случай $j = k = 1$, $\theta_2 = \pi$ (схема 1), рассмотрены в [4]. Отметим, что поскольку диагональные элементы матриц $Q_1(p, \theta_1)$ и $Q_1(p, -\theta_2)$ — постоянные величины, множитель h также не может зависеть от p . Приравнявая элементы первых строк матриц $Q_1(p, -\theta_2)$ и $hQ_1(p, \theta_1)$, легко убедиться, что $h = \pm 1$, и этот результат справедлив для всех рассмотренных ниже схем.

Если $k = 2$, тождество (2.10) не выполняется ни при каких значениях углов θ_1 и θ_2 .

Если $k = 3$ (схемы 7,8) или $k = 4$ (схемы 9,10), имеем

$$\theta_1 + 2\theta_2 = \pi, h = -1; \quad \theta_1 + 2\theta_2 = 2\pi, h = 1 \quad (2.13)$$

Положив теперь $j = 2$, жестко зацемяв сторону $\varphi = \theta_1$, имеем

$$\text{а) } \theta_1 + \theta_2 = \pi, h = 1; \quad \text{б) } \theta_1 + \theta_2 = 2\pi, h = 1 \text{ при } k=2 \quad (2.14)$$

Условие (2.14а) (схема 11) соответствует надрезу у жестко зацемяленной границы полуплоскости.

Условие (2.14б) (схема 12) определяет произвольно ориентированный надрез у конца бесконечно жесткой впаянной пластинки.

Если $k = 1, 3, 4$, тождество (2.10) не выполняется ни при каких значениях углов θ_1 и θ_2 .

Предполагая соприкасание с абсолютно жестким гладким профилем на стороне $\varphi = \theta_1$ ($j = 3$), получим соотношения между углами θ_1 и θ_2 , обеспечивающие выполнение тождества (2.10) и отличные от рассмотренных ранее, имеем

$$\text{а) } \theta_1 + \theta_2 = \frac{1}{2}\pi, h = -1; \quad \text{б) } \theta_1 + \theta_2 = \pi, h = 1 \quad (2.15)$$

$$\text{в) } \theta_1 + \theta_2 = \frac{3}{2}\pi, h = -1; \quad \text{г) } \theta_1 + \theta_2 = 2\pi, h = 1 \text{ при } k=3$$

В первом случае (схема 13) имеем надрез в прямоугольном клине, сжатом двумя жесткими штампами без трения, во втором (схема 14) — надрез у границы полуплоскости при наличии жесткого штампа без трения, в третьем (схема 15) — надрез у острия лишенного трения прямоугольного жесткого штампа, в четвертом (схема 16) — надрез у конца бесконечно тонкого и абсолютно жесткого гладкого «ножа». Во всех случаях предполагается, что размеры штампа или ножа значительно превышают длину надреза.

Если $k = 4$, то снова имеют место соотношения (2.15а — г), и соответствующие схемы 17-20 характерны тем, что на одной из сторон клина реализуется контакт с жестким гладким профилем, а на другой — контакт с телом, лишенным жесткости на изгиб и обладающим бесконечной жесткостью на растяжение.

Наконец, полагая $j = k = 4$, получим еще раз соотношения (2.15а — г). Соответствующие схемы 21-24 отличаются тем, что на обеих сторонах клина реализуются условия соприкасания с телом, лишенным изгибной жесткости и обладающим бесконечной жесткостью на растяжение.

Таковы основные схемы, где при однородных граничных условиях (1) — (4) на сторонах клина выполняются равенства (2.1), (2.2).

Перечислим несколько производных схем.

Напряженное состояние тела с парой сходящихся надрезов одинаковой длины (схема 1) может быть получено сложением напряженных состояний для схем 14 и 22.

Напряженное состояние полуплоскости с парой симметрично расположенных надрезов и граничными условиями (3), (4) на поверхности (схемы II—III) может быть получено суперпозицией схем 13, 17, 21.

К синтезу схем 13, 17, 21 сводится также задача о напряженном состоянии тела с парой надрезов одинаковой длины, взаимно делящих друг друга пополам (схема IV).

Наконец, к синтезу схем 7, 9 сводится задача о напряженном состоянии объемлющего полуплоскость клина со свободными от усилий гранями клина и парой надрезов одинаковой длины на продолжении граней (схема V).

Отметим еще, что каждой из рассмотренных выше основных и производных схем может быть сопоставлена схема работы тела с надрезами, инвертированными относительно начала координат, т. е. полубесконечными (одним или несколькими). Матричное уравнение (1.13) и процедура его решения для исходной и сопоставленной ей схем совершенно идентичны между собой.

3. Общее решение задачи для основных схем. Обозначая через $\lambda_{1,2}(p)$ характеристические функции (собственные числа) матрицы $G_{jk}(p; \theta_1, \theta_2)$, введем в рассмотрение следующие параметры данной матрицы:

$$\begin{aligned} \Delta(p) &= \lambda_1(p) \lambda_2(p); \quad \varepsilon(p) = \frac{1}{2} \ln [\lambda_1(p) \lambda_2^{-1}(p)] \\ B(p) &= [f(p)]^{-1/2} Q_{jk}(p; \theta_1, \theta_2), \quad j(p) = [l(p)]^2 + m^+(p) m^-(p) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь $\Delta(p)$, $\varepsilon(p)$ и $B(p)$ — определитель, показатель и коммутанта матрицы $G_{jk}(p; \theta_1, \theta_2)$ [1].

Поскольку полином $f(p)$ не имеет кратных корней, решение задачи 1.13) дается следующими формулами [1]:

$$\begin{aligned} \Lambda(p) X(p) &= I \operatorname{ch} [(f^{1/2} \beta)(p)] + B(p) \operatorname{sh} [(f^{1/2} \beta)(p)] \\ \Lambda(p) &= (p-a)^{\kappa_\Delta} \exp \left[-\frac{1}{4\pi i} \int_L \frac{\ln \Delta(t)}{t-p} dt \right] \\ \beta(p) &= f^{-1/2}(a) \kappa_\varepsilon \ln(p-a) - \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{f^{-1/2}(t) \varepsilon(t)}{t-p} dt \\ \kappa_\Delta &= (4\pi i)^{-1} [\ln \lambda_1 \lambda_2]_L, \quad \kappa_\varepsilon = (4\pi i)^{-1} [\ln \lambda_1 \lambda_2^{-1}]_L \end{aligned} \quad (3.2)$$

где a — произвольная точка на L .

Непосредственно проверяется, что функции $\ln \Delta(t)$ и $\varepsilon(t)$ удовлетворяют условию Гельдера в окрестности бесконечно удаленной точки, включая самую точку. Поскольку $\kappa_\varepsilon = 0$, дополнительный анализ, о котором упоминалось выше, заключается в проверке выполнения соотношений [1]

$$\int_L t^{\alpha-1} [f(t)]^{-1/2} \varepsilon(t) dt = 0 \quad (\alpha = 1, \dots, \gamma) \quad (3.3)$$

Здесь γ — наибольшее из целых чисел, таких, что величина $2\gamma + 1$ не превосходит степени полинома $f(p)$.

Во всех рассмотренных схемах, кроме схем 2, 11, 12, степень полинома $f(p)$ равна двум, и выполнение соотношений вида (3.8) не требуется. Для схем 2, 11, 12 соответствующая степень равна четырем, и требуется выполнение единственного соотношения

$$\int_L [f(t)]^{-1/2} \varepsilon(t) dt = 0 \quad (3.4)$$

Подынтегральное выражение в (3.4) не имеет особенностей в полосе $-1/4 < \operatorname{Re} p \leq 0$, где расположен контур L , и стремится к нулю с бесконечным возрастанием модуля p в данной полосе. На мнимой оси равенство (3.4) проверяется непосредственно, и, следовательно, оно справедливо для любого контура L в указанной полосе.

Устремляя величину δ_0 к нулю аналогично тому, как это сделано в [1], получим следующие формулы для всех схем, кроме 2, 11, 12:

$$\Lambda(p) \exp \left[-\frac{p}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\ln |\Delta(i\tau)|}{\tau^2 + p^2} d\tau \right] = \begin{cases} p^{1/2}, & -1/2\pi \leq \arg p \leq 1/2\pi, \operatorname{Re} p > 0 \\ -ip^{1/2}, & 1/2\pi \leq \arg p \leq 3/2\pi, \operatorname{Re} p < 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\beta(p) = \frac{p}{\pi} \int_0^\infty \frac{f^{-1/2}(i\tau) \varepsilon(i\tau)}{\tau^2 + p^2} d\tau \quad (3.6)$$

Для схем 2, 11, 12, вместо формулы (3.6), получим

$$\beta(p) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{f^{-1/2}(i\tau) \varepsilon(i\tau)}{\tau^2 + p^2} d\tau \quad (3.7)$$

Из (3.2), (3.5) — (3.7) имеем [1]

$$\operatorname{Re} p > 0, \quad X(p) = pX^{(*)-1}(p) \quad (3.8)$$

где верхний значок (*) обозначает транспонирование матрицы.

Из (3.2) и (3.5) — (3.7) вытекают следующие асимптотические зависимости, справедливые при больших p :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} p > 0, & \quad X(p) \sim p^{1/2} Q \\ \operatorname{Re} p < 0, & \quad X(p) \sim -ip^{1/2} Q; \quad Q = \begin{vmatrix} \cos q & \sin q \\ -\sin q & \cos q \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Здесь величина q для всех схем, кроме 2, 11, 12, дается формулой

$$q = \frac{\sin \theta_1}{\pi} \int_0^\infty f^{-1/2}(i\tau) \varepsilon(i\tau) d\tau \quad (3.10)$$

а для схем 2, 11, 12 — формулой

$$q = \frac{\sin^2 \theta_1}{\pi} \int_0^\infty i\tau f^{-1/2}(i\tau) \varepsilon(i\tau) d\tau \quad (3.11)$$

Непосредственно проверяется во всех случаях, что величина q — вещественная.

Решение неоднородной задачи Гильберта (1.12) дается формулой [2]

$$\varphi(p) = -\frac{X(p)}{2\pi i} \int_L \frac{[X^-(t)]^{-1} \sigma^{o+}(t) dt}{t-p} \quad (3.12)$$

Ввиду полной идентичности формул (3.8), (3.9) и (3.12) соответствующим формулам, полученным в [1] при рассмотрении схем 1, 5, 6, приведем основные зависимости для вектора интенсивности напряжений и вектора дислокаций, вывод которых дан в [1].

Называя вектором интенсивности напряжений n -двумерный вектор с компонентами из коэффициентов интенсивности нормальных и касательных напряжений, получим

$$n = \int_0^1 N(r_0) \sigma(r_0) dr_0, \quad -\sqrt{\pi} N(r_0) = Q M(r_0) \quad (3.13)$$

$$M(r_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_L r_0^t [X^+(t)]^{-1} G_{jk}(t; \theta_1, \theta_2) dt \quad (3.14)$$

Здесь $N(r_0)$ и $M(r_0)$ — матрицы 2×2 , первая из которых представляет собой матричную функцию Грина для вектора интенсивности напряжений.

Двумерный вектор дислокаций $v(r)$, компоненты которого — нормальные и касательные расхождения берегов надреза, дается формулой

$$v(r) = \int_0^1 V(r, r_0) \sigma(r_0) dr_0, \quad V(r, r_0) = V^{(*)}(r_0, r) \quad (3.15)$$

Здесь $V(r, r_0)$ — матрица 2×2 , представляющая собой матричную функцию Грина взаимных смещений берегов надреза и определяемая из соотношения

$$\frac{1}{4} EV(r, r_0) = -\int_1^{\theta} \xi^{-1} N^{(*)}(r\xi) N(r_0\xi) d\xi = -\int_1^{\theta} \xi^{-1} M^{(*)}(r\xi) M(r_0\xi) d\xi \quad (3.16)$$

В каждой из основных схем для вычисления матричной функции $M(r_0)$ могут быть получены простые приближенные формулы вполне аналогично тому, как это сделано в [1] применительно к схемам 1, 5, 6,

Поступила 17 II 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Храпков А. А. Некоторые случаи упругого равновесия бесконечного клина с несимметричным надрезом в вершине под действием сосредоточенных сил. ПММ, 1971, т. 35, вып. 4.
2. Гахов Ф. Д. Краевая задача Римана для систем n -пар функций. Успехи матем. наук, 1952, т. 7, вып. 4.
3. Чеботарев Г. Н. К решению в замкнутой форме краевой задачи Римана для систем n -пар функций. Уч. зап. Казанск. ун-та, 1956, т. 116, кн. 4, стр. 31—58.