

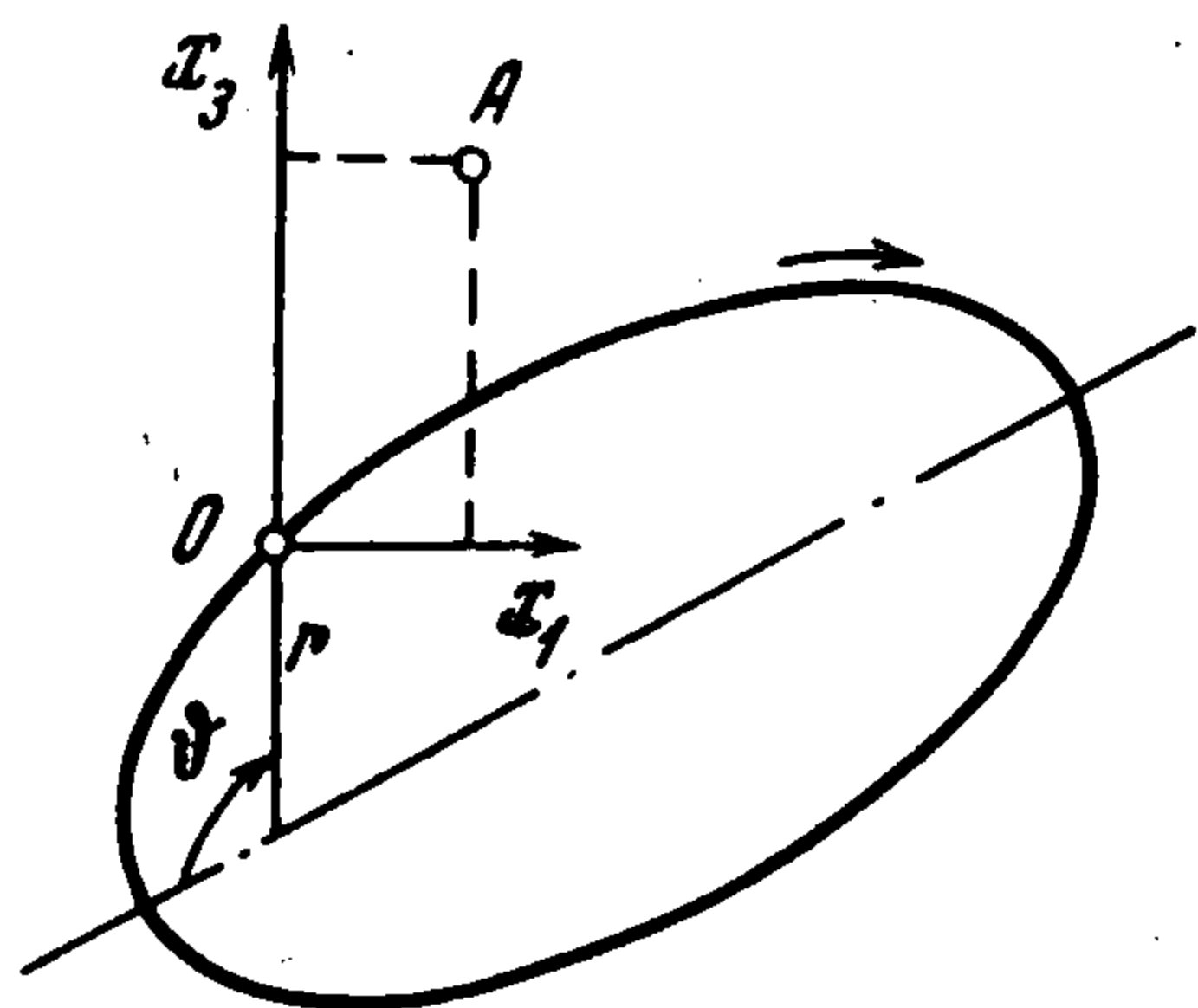
ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

Е. Е. Иванова

(Москва)

Для обобщения численных результатов исследования движения космических аппаратов в центральном поле тяготения осуществляется переход к безразмерной форме дифференциальных уравнений введением коэффициентов подобия для основных параметров движения. При помощи коэффициентов подобия решение задачи легко пересчитывается для любых геометрических размеров орбиты и характеристик поля тяготения при фиксированном значении эксцентриситета. Введенные коэффициенты подобия справедливы для рассмотрения как относительного, так и абсолютного движений космических аппаратов.

Относительное движение активного космического аппарата — перехватчика при его сближении с пассивным аппаратом — целью описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.



Фиг. 1

Аналитически исследовать эту систему в общем случае невозможно, поэтому приходится использовать численные методы. Решение зависит от формы орбиты цели (эксцентриситета e), ее линейных размеров (фокального параметра p), характеристик поля тяготения (гравитационной постоянной μ) и начальных условий (относительных координат и скорости перехватчика в момент начала маневра).

Продольное относительное движение перехватчика A в системе координат, связанной с целью O , для центрального поля тяготения (фиг. 1) описывается системой [1]

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{\mu p}{r^4} x_1 + 2 \frac{\mu e}{r^3} (\sin \vartheta) x_3 - 2 \frac{\sqrt{\mu p}}{r^2} x_1 - \mu \frac{x_1}{[x_1^2 + (r + x_3)^2]^{3/2}}$$

$$\frac{dx_3}{dt} = x_4 \quad \left(r = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta} \right) \quad (1)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{\mu}{r^2} - 2 \frac{\mu e}{r^3} (\sin \vartheta) x_1 + 2 \frac{\sqrt{\mu p}}{r^2} x_2 + \frac{\mu p}{r^4} x_3 - \mu \frac{r + x_3}{[x_1^2 + (r + x_3)^2]^{3/2}}$$

Здесь r — расстояние от цели до центра тяготения; x_1, x_3 — относительные координаты перехватчика; x_2, x_4 — составляющие относительной скорости перехватчика; t — время; ϑ — истинная аномалия цели, отсчитываемая от перицентра. Секторная скорость цели O постоянна, поэтому истинная аномалия вблизи перицентра меняется быстро, а в окрестности апоцентра — медленно. В результате переменные коэффициенты системы (1), зависящие от времени t , меняются неравномерно. Если в качестве аргумента в системе (1) принять истинную аномалию ϑ , переменные коэффициенты уравнений будут изменяться более равномерно, что позволит при заданной точности решения увеличить шаг интегрирования и сократить затраты машинного времени.

Переход к новому аргументу можно осуществить при помощи соотношения

$$dt/d\vartheta = K_t/\lambda^2 \quad (K_t = \sqrt{p^3/\mu}, \quad \lambda = 1 + e \cos \vartheta) \quad (2)$$

Тогда система (1) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{d\vartheta} &= \frac{K_l}{\lambda^2} x_2 \\ \frac{dx_2}{d\vartheta} &= \frac{1}{K_l} \left[\lambda^2 x_1 + 2e\lambda (\sin \vartheta) x_3 - \frac{p^3}{\lambda^2} \frac{x_1}{[x_1^2 + (p/\lambda + x_3)^2]^{3/2}} \right] - 2x_4 \\ \frac{dx_3}{d\vartheta} &= \frac{K_l}{\lambda^2} x_4 \\ \frac{dx_4}{d\vartheta} &= \frac{1}{K_l} \left[-2e\lambda (\sin \vartheta) x_1 + \lambda^2 x_3 - \frac{p^3}{\lambda^2} \frac{p/\lambda + x_3}{[x_1^2 + (p/\lambda + x_3)^2]^{3/2}} \right] + 2x_2 + \sqrt{\mu/p} \end{aligned} \quad (3)$$

В ряде работ, например [2, 3], для упрощения уравнений относительного движения предлагается переход к безразмерным величинам. Однако использование в качестве единицы линейных размеров изменяющегося в процессе движения расстояния от цели O до центра тяготения [2] или средней аномалии — в качестве аргумента [3] не позволяет получить обобщенного решения задачи сближения космических аппаратов.

Если за единицы линейных величин и скоростей принять соответственно

$$K_l = p, \quad K_v = \sqrt{\mu/p} \quad (4)$$

то система (3) в безразмерной форме примет вид

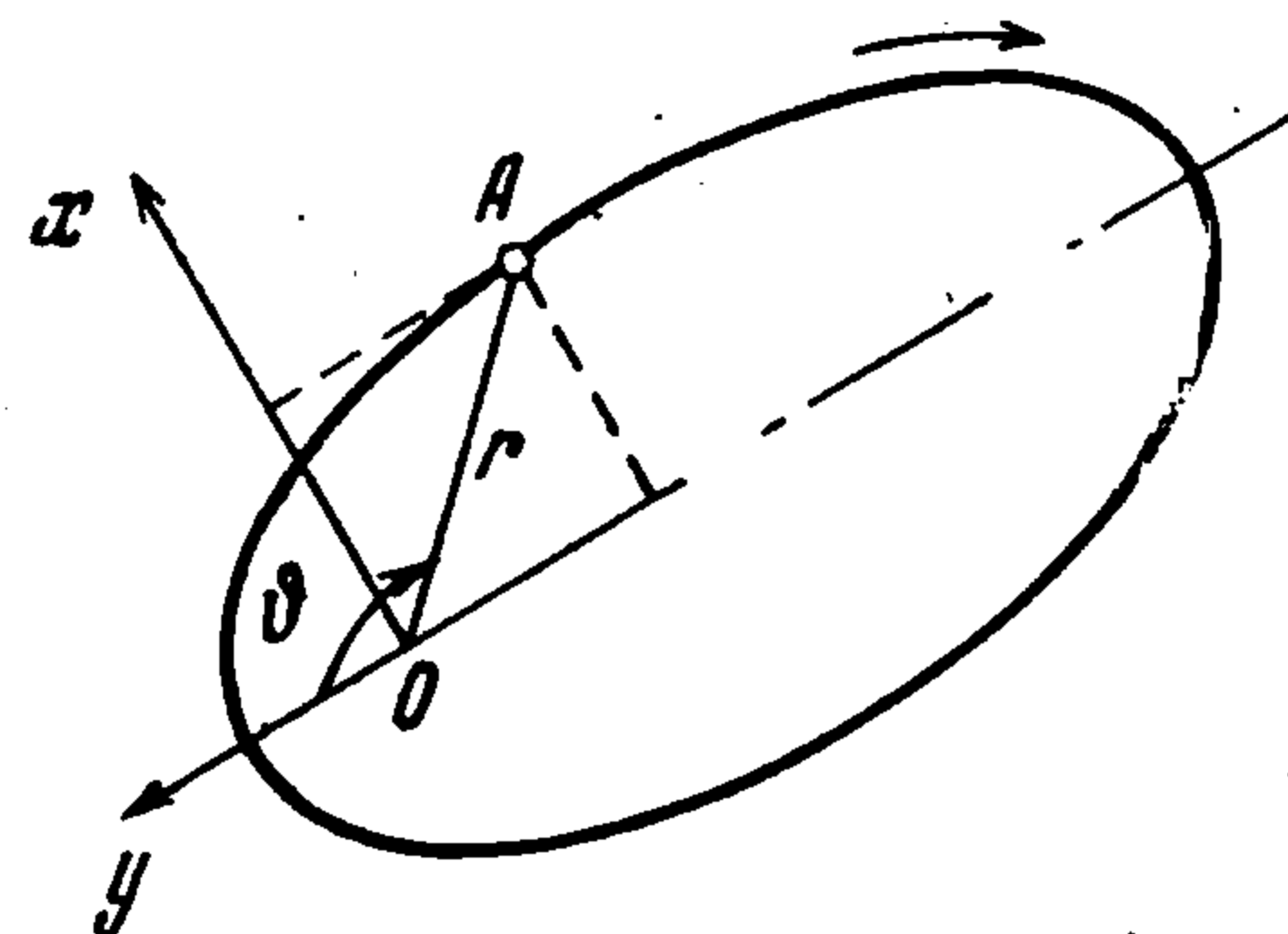
$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{d\vartheta} &= \frac{1}{\lambda^2} X_2 \quad \left(X_1 = \frac{x_1}{K_l}, \quad X_2 = \frac{x_2}{K_v} \right) \\ \frac{dX_2}{d\vartheta} &= \lambda^2 X_1 + 2e\lambda (\sin \vartheta) X_3 - \frac{X_1}{\lambda^2 [X_1^2 + (1/\lambda + X_3)^2]^{3/2}} - 2X_4 \\ \frac{dX_3}{d\vartheta} &= \frac{1}{\lambda^2} X_4 \quad \left(X_3 = \frac{x_3}{K_l}, \quad X_4 = \frac{x_4}{K_v} \right) \\ \frac{dX_4}{d\vartheta} &= 1 - 2e\lambda (\sin \vartheta) X_1 + \lambda^2 X_3 - \frac{1/\lambda + X_3}{\lambda^2 [X_1^2 + (1/\lambda + X_3)^2]^{3/2}} + 2X_2 \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь X_1, X_3 — безразмерные относительные координаты перехватчика, X_2, X_4 — составляющие его безразмерной относительной скорости.

Система (5) подобна системе (3), причем коэффициенты подобия [4] для относительных координат и скоростей определяются выражениями (4), а значения аргумента ϑ в сходственных точках подобных орбит (с одинаковым эксцентриситетом e) равны. Для системы (3) определяющими параметрами являются $\mu, p, e, \vartheta, x_{10}, x_{20}, x_{30}, x_{40}$, а для системы (5) — $e, \vartheta, X_{10}, X_{20}, X_{30}, X_{40}$ (индексом 0 — «ноль» обозначены начальные условия)

Правые части уравнений системы (5) содержат лишь один параметр — эксцентриситет e , определяющий форму орбиты цели. Если численное решение задачи известно в размерной форме, то оно может быть пересчитано для орбиты цели с тем же эксцентриситетом но иными геометрическими размерами и характеристиками поля тяготения через отношение коэффициентов подобия

$$x_1'' = \frac{K_l''}{K_l'} x_1', \quad x_2'' = \frac{K_v''}{K_v'} x_2', \quad x_3'' = \frac{K_l''}{K_l'} x_3', \quad x_4'' = \frac{K_v''}{K_v'} x_4' \quad (6)$$



Фиг. 2

Можно показать, что коэффициент подобия для ускорений

$$K_w = \mu / p^2 \quad (7)$$

Переход в найденных решениях систем (3) и (5) от истинной аномалии к времени осуществляется известными способами [5, 6]. Коэффициент подобия для времени K_t , значение которого приведено ранее в выражениях (2), можно получить, например, из отношения периодов обращения цели по орбите в размерной и безразмерной формах.

Коэффициенты подобия, полученные для относительного движения космического аппарата в задаче сближения, оказываются применимыми и при рассмотрении движения в абсолютной (планетоцентрической) системе координат (O — центр тяготения, A — космический аппарат). Действительно, абсолютные координаты (фиг. 2)

$$x = p \frac{\cos \vartheta}{1 + e \cos \vartheta}, \quad y = p \frac{\sin \vartheta}{1 + e \cos \vartheta} \quad (8)$$

и составляющие скорости аппарата

$$v_x = \sqrt{\mu/p} (1 + e \cos \vartheta), \quad v_y = \sqrt{\mu/p} \sin \vartheta \quad (9)$$

при помощи коэффициентов подобия (4) можно представить в безразмерной форме

$$X = \frac{\cos \vartheta}{1 + e \cos \vartheta}, \quad Y = \frac{\sin \vartheta}{1 + e \cos \vartheta} \quad (10)$$

$$V_x = 1 + e \cos \vartheta, \quad V_y = e \sin \vartheta \quad (11)$$

Указанные коэффициенты подобия позволяют получить безразмерные уравнения движения космического аппарата в абсолютной системе координат. Решение этих уравнений для орбит с фиксированным эксцентриситетом является общим в том смысле, что при помощи коэффициентов подобия оно распространяется на орбиты с любыми геометрическими размерами и значениями гравитационной постоянной.

Поступила 11 I 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Пономарев В. М. Теория управления движением космических аппаратов М., «Наука», 1965.
2. Ермилов Ю. А. О расчете импульсов для сближения спутников в центральном ньютоновском поле тяготения. Космические исследования, 1968, т. 6, вып. 6.
3. Антони, Сазакки. Проблема встречи на близких к круговым орбитах. Ракетн. техн. и космонавтика, 1965, т. 3. № 9.
4. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1967.
5. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М., «Наука», 1968.
6. Эрик К. Космический полет, т. I. М., Физматгиз, 1963.