Прикладная математика и механика. Том 34, 1970

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ВСТРЕЧИ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ

Н. Н. Красовский

(Свердловск)

В статье рассматривается дифференциальная игра наведения конфликтно управляемого движения на заданное множество. Устанавливаются достаточные условия успешного завершения игры. Они получаются в результате перенесения на случай смешивающихся управлений тех условий, которые были указаны раньше для систем с аддитивно разделенными управлениями. Работа продолжает исследования [1–14].

§ 1. Постановка задачи. Рассмотрим систему, описываемую уравнением

$$dx/dt = f(t, x, u, v) \tag{1.1}$$

где x — n-мерный фазовый вектор системы; u, v — r-мерные векторы управления, подчиненные первому и второму игрокам соответственно и стесненные условиями

$$u \in P, \qquad v \in Q \tag{1.2}$$

причем P и Q суть ограниченные замкнутые множества; вектор-функция $f(t, x, u, v)$ непрерывна по всем аргументам и удовлетворяет условиям Липшица по переменной x. Заданы исходная позиция $\{t_0, x_0\}$ и замкнутое множество M в пространстве $\{x\}$, составляющее цель. Стратегии U и V первого и второго игроков определяются системами множеств $\{\mu(du)\}_{\{t, x\}}$ и $\{\nu(dv)\}_{\{t, x\}}$. Эти множества складываются из регулярных нормированных мер $\mu(du)$ и $\nu(dv)$ на P и Q соответственно. Каждой возможной позиции $\{t, x\}$ ставится в соответствие множество $\{\mu(du)\}_{\{t, x\}}$, задающее U, и множество $\{\nu(dv)\}_{\{t, x\}}$, задающее V. Движением $x[t] = x[t, t_0, x_0; U, V]$ системы (1.1), порожденным на отрезке $[t_0, \vartheta]$ стратегиями U, V из исходной позиции $\{t_0, x_0\}$, назовем всякую функцию $x[t]$ $(t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta)$, которая является равномерным пределом при $\Delta \to 0$ для подпоследовательностей непрерывных ломаных Эйлера $x_\Delta[t]$, удовлетворяющих уравнению

$$\dot{x}_\Delta = \int\limits_P \int\limits_Q f(t, x_\Delta[t], u, v)\, \mu(du)_{\{\tau_i, x_\Delta[\tau_i]\}} \nu(dv)_{\{\tau_i, x_\Delta[\tau_i]\}} \tag{1.3}$$

$$(\tau_i \leqslant t < \tau_{i+1}, \ \ \tau_{i-1} - \tau_i \leqslant \Delta, \ \ \tau_0 = t_0, \ \ x_\Delta[t_0] = x_0)$$

где $\mu(du)_{\{\tau, x\}}$, $\nu(dv)_{\{\tau, x\}}$ суть какие-то (произвольные) элементы из множеств $\{\mu(du)\}_{\{\tau, x\}}$, $\{\nu(dv)\}_{\{\tau, x\}}$.

Скажем, что стратегия U° гарантирует встречу объекта (1.1) с целью M к моменту ϑ, если всякое движение $x[t] = x[t, t_0, x_0; U^\circ, V]$ пересекается с M по крайней мере один раз при $t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta$, какова бы ни была стратегия V. Задача состоит в определении условий, при которых существует стратегия U°, и в построении этой стратегии.

Из результатов статьи [14] вытекает, что для всякой позиции $\{t_0, x_0\}$ имеет место альтернатива: либо существует стратегия U°, которая гарантирует встречу к заданному моменту ϑ, либо, напротив, существует стратегия V°, которая гарантирует уклонение всякого движения $x[t] = x[t, t_0, x_0; U, V^\circ]$ от M при всех $t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta$.

Для осуществления первой возможности данного утверждения необходимо и достаточно, чтобы точка x_0 содержалась в некотором множестве позиционного поглощения $W(t_0, \vartheta)$.

В статье [14] указаны два способа описания этого множества: (1*) — описание, основанное на понятии позиционного поглощения цели M, (2*) — описание, основанное на попятной конструкции, которая в момент ϑ отталкивается от M и развивается в сторону убывания времени τ до момента $t_0 < \vartheta$. Оба эти описания, вообще говоря, не эффективны.

Ниже формулируются достаточные условия, при выполнении которых множества $W(t_0, \vartheta)$ можно заменить множествами программного поглощения $W_n(t_0, \vartheta)$, исходное описание которых является более грубым. При этом на случай уравнения (1.1) переносятся те конструкции, которые были описаны раньше для систем с разделенными управлениями u и v (см., например, [11, 12]).

§ 2. Множества программного поглощения. Стратегии $U = U_n$ и $V = V_n$ назовем программными управлениями, если множества $\{\mu\}_{\{t,x\}}$ и $\{\nu\}_{\{t,x\}}$ их задающие, зависят только от t, т. е. являются множествами $\{\mu(du)\}_t$ и $\{\nu(dv)\}_t$. Скажем, что из позиции $\{t_*, x_*\}$ процесс (1.1) программно поглощает цель M в момент $\vartheta \geqslant t_*$, если каково бы ни было программное управление V_n к нему найдется программное управление U_n такое, что по крайней мере одно движение $x[t] = x[t, t_0, x_0; U_n, V_n]$ будет удовлетворять условию

$$x[\vartheta] \in M \tag{2.1}$$

(При этом можно ограничиться лишь такими программными управлениями V_n, которые задаются кусочно-неизменными по времени мерами $\nu(dv)_t$.)

Множеством $W_n(t_*, \vartheta)$ программного поглощения (в момент $\vartheta \geqslant t_*$) назовем совокупность всех тех точек $x = x_*$, для которых процесс (1.1) из позиции $\{t_*, x_*\}$, программно поглощает цель M в момент ϑ.

Можно проверить, что множества $W_n(t, \vartheta)$ при всех $t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta$ замкнуты. Кроме того, $W_n(\vartheta, \vartheta) = M$. Для нас важно, чтобы множества $W_n(t, \vartheta)$ обладали следующим свойством сильной стабильности (см. [12-14]): каковы бы ни были значение $t_* \in [t_0, \vartheta]$, точка $x_* \in W_n(t_*, \vartheta)$, число $\Delta \in (0, \vartheta - t_*]$ и программное управление V_n, найдется программное управление U_n такое, что по крайней мере одно движение $x[t] = x[t, t_*, x_*; U_n, V_n]$ будет удовлетворять условию

$$x[t_* + \Delta] \in W_n(t_* + \Delta, \vartheta) \tag{2.2}$$

В самом деле, согласно [14], при выполнении данного условия экстремальная стратегия $U^{(e)}$, которая определяется множествами $\{\mu^{(e)}(du)\}_{\{t,x\}}$ найденными из условия максимума

$$\min_\nu \left[\iint\limits_{PQ} s'f(t, x, u, v)\,\mu^{(e)}(du)\,\nu(dv)\right] = \max_\mu \min_\nu \left[\iint\limits_{PQ} s'f(t,x, u, v)\mu(du)\nu(dv)\right] \tag{2.3}$$

гарантирует для всякого движения $x[t] = x[t, t_0, x_0; U^{(e)}, V]$ при x_0 из $W_n(t_0, \vartheta)$ вложение $x[t]$ в $W_n(t, \vartheta)$ при всех $t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta$, а стало быть, и нужное нам вложение (2.1). Здесь вектор $s = x^* - x$, где x^* — точка из $W_n(t, \vartheta)$, ближайшая к точке x; штрих означает транспонирование.

Примечание 2.1. Достаточно, чтобы условие, которое определяет свойство сильной стабильности, выполнялось лишь для всех достаточно малых $\Delta > 0$ $(\Delta \leqslant \vartheta - t_*)$ и для программных управлений V_n, задаваемых единственной мерой $\nu(dv)$, неизменной на полуинтервале $t_* \leqslant t < t_* + \Delta$.

Итак, следует указать достаточные условия, при выполнении которых множества $W_n(t, \vartheta)$ $(t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta)$ будут сильно стабильными. Эти условия конструируются следующим образом. Обозначим символом $X(t_*, x_*, t^*, V_n)$ $(t^* = t_* + \Delta)$ множество, складывающееся из всех точек $x = x[t^*, t_*, x_*; V_n, U_n]$, получающихся при всевозможных выборах программных управлений U_n $(t_* < t^*)$.

Условие 1°. Какова бы ни была позиция $\{t_*, x_*\}$ $(t_* < \vartheta)$, достаточно малое число $\Delta > 0$ и программное управление $V_n{}^\circ$, заданное неизменной (по времени $t_* \leqslant t < t^* = t_* + \Delta$) мерой $\nu(dv)$, множество $X(t_*, x_*, t^*, V_n{}^\circ)$ является множеством выпуклым.

Пусть позиция $\{t^*, x^*\}$ такова, что точка x^* не содержится во множестве $W_n(t^*, \vartheta)$ $(t^* \leqslant \vartheta)$. Тогда найдется программное управление $V_n{}^*$ $(t^* \leqslant t \leqslant \vartheta)$ такое, что выполнится условие

$$\rho(x[\vartheta, t^*, x^*; U_n, V_n{}^*], M) > \varepsilon(x^*) > 0 \tag{2.4}$$

каким бы ни было программное управление U_n. Здесь символ $\rho(x, M)$ означает расстояние от точки x до множества M. Пусть далее точка $x_* \in W_n(t_*, \vartheta)$ и выбрано некоторое программное управление $V_n{}^\circ$, заданное на полуинтервале $t_* \leqslant t < t^*$ неизменной (по времени t) мерой $\nu(dv)$. В паре с каким-то программным управлением U_n $(t_* \leqslant t < t^*)$ выбранное программное управление $V_n{}^\circ$ породит некоторое движение $x[t] = x[t, t_*, x_*; U_n, V_n{}^\circ]$. Если точка $x^* = x[t^*]$ не попадает в $W_n(t^*, \vartheta)$, то продолжим управление $V_n{}^\circ$ на весь полуинтервал $[t_*, \vartheta)$ за счет управления $V_n{}^*$, которое удовлетворяет условию (2.4).

Полученное так управление V_n обозначим символом $V_n{}^{\circ *}$. Но точка x_* содержится во множестве $W_n(t_*, \vartheta)$, поэтому к программному управлению $V_n{}^{\circ *}$ для всякого $\varepsilon > 0$ можно подобрать программное управление $U_n{}^*$ $(t_* \leqslant t < \vartheta)$ такое, что по крайней мере одно движение $x[t] = x[t, t_*, x_*; U_n{}^*, V_n{}^{\circ *}]$ удовлетворит условию $x[\vartheta] \in M_\varepsilon$, где M_ε — ε—окрестность множества M. Пересечение выбранного как-то множества таких движений с гиперплоскостью $t = t^*$ обозначим символом Y_ε $(t_*, x_*; t^*, x^*; V_n^\circ)$. Пусть Y_ε^* есть замыкание множества Y_ε. Пересечение всех Y_ε^* при $\varepsilon > 0$ обозначим символом $Y^*(t_*, x_*; t^*, x^*; V_n^\circ)$.

Условие 2°. При всех достаточно малых значениях $\Delta = t^* - t_* > 0$ непустые множества Y^* $(t_*, x_*; t^*, x^*; V_n^\circ)$ выпуклы и полунепрерывны сверху относительно включения по изменению x^* в области вне W_n (t^*, ϑ).

Справедливо следующее утверждение.

Лемма 2.1. Если выполнены условия 1° и 2°, то множества W_n (t, ϑ) $(t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta)$ суть множества сильно стабильные.

В самом деле, если предположить, что лемма неверна, то найдется позиция $\{t_*, x_*\}$, малое число $\Delta > 0$ и программное управление V_n° $(t_* \leqslant t < t^* = t_* + \Delta)$ такие, что замкнутые множества $W_n(t^*, \vartheta)$ и $X(t^*, x_*, t_*; V_n^\circ)$ не будут пересекаться. Стало быть, согласно предыдущему, тогда можно построить отображение $x^* \to Y^*(t_*, x_*; t^*, x^*; V_n^\circ)$ точек x^* из X на замкнутые выпуклые подмножества Y^* из X.

Очевидно, точка x^* не может содержаться в отвечающем ей множестве Y^*, ибо это означало бы, что программное управление V_n^* и какое-то программное управление U_n^* $(t^* \leqslant t < \vartheta)$ порождают из этой точки движение $x[t]$, подходящее сколь угодно близко к множеству M в момент ϑ. Но это невозможно по выбору V_n^* из условия (2.4). В то же время по теореме о неподвижной точке [15] построенное нами отображение $x^* \to Y^*$ обязательно определяет по крайней мере одну точку x°, которая удовлетворяет условию $x^\circ \in Y^*(t_*, x_*; t^*, x^\circ; V_n^\circ)$. Полученное противоречие доказывает лемму.

Следствием результатов из статьи [14] и леммы 2.1 является следующее утверждение.

Теорема 2.1. Если выполнены условия 1° и 2° и точка x_0 содержится в W_n (t_0, ϑ), то экстремальная стратегия $U^{(e)}$, определенная условием (2.3), гарантирует встречу объекта (1.1) с целью M к моменту ϑ.

Примечание 2.2. При работе с программными управлениями U_n и V_n можно избежать явного использования предельных переходов от ломаных Эйлера (1.3) к движениям x $[t]$, если ограничить класс программных управлений U_n и V_n соответствующими регуляризующими условиями (см., например, [16]) и определить движения $x[t]$ сразу как решения соответствующих предельных обобщенных дифференциальных уравнений. Однако при определении движения $x[t]$ непосредственно предельным переходом от ломаных Эйлера (1.3) получается возможность игнорировать ограничения на характер зависимости $\mu(du)_t$, $\nu(dv)_t$ от t.

§ 3. Собственно линейный объект. В общем случае нелинейного уравнения (1.1) эффективное описание множеств W_n (t, ϑ) и эффективная проверка условий сильной стабильности их затруднительны. Задача существенно упрощается, если правая часть уравнения (1.1) не зависит явно от фазового вектора x, т. е. в случае, когда уравнение движения имеет вид

$$dx/dt = f\ (t,\ u,\ v) \tag{3.1}$$

К этому случаю сводится и такой случай собственно линейного объекта (1.1), когда уравнение движения линейно по z, т. е.

$$dz/dt = A\ (t)z + f\ (t,\ u,\ v) \tag{3.2}$$

В самом деле, для сведения уравнения (3.2) к уравнению (3.1) достаточно выполнить неособую линейную замену переменных $z = Z(t, \vartheta)x$, где $Z(t, \vartheta)$ — фундаментальная матрица решений однородного уравнения $\dot{z} = A(t)z$.

Итак, рассмотрим нашу задачу в случае, когда уравнение движения имеет вид (3.1), причем функция $f(t, u, v)$ непрерывна по всем аргументам. Сделаем еще одно упрощающее предположение. Именно будем полагать множество M выпуклым и органиченным. Последнее из этих условий не является, впрочем, очень существенным, ибо при данной исходной позиции $\{t_0, x_0\}$ к конечному моменту времени ϑ для движений (3.1), (3.2) все равно достижима лишь ограниченная часть M, которую и можно выбрать в качестве новой цели, если первоначально заданное множество M неограниченно.

В рассматриваемом случае множество программного поглощения $W_n(t, \vartheta)$ описывается следующим образом. Наряду с уравнением (3.1) рассмотрим вспомогательное уравнение

$$dx/d\tau = f(\tau, u, v) - p\delta(\tau - \vartheta) \tag{3.3}$$

где символ $\delta(\tau)$ означает дельта-функцию, p — n-мерный вектор, стесненный условием $p \in M$. Пусть выбрано какое-нибудь программное управление V_n, которое задается мерой $\nu(dv)_\tau$ $(t \leqslant \tau < \vartheta)$. (Можно ограничиться лишь такими программными управлениями V_n, которые задаются кусочно-непрерывными по времени τ мерами (см. выше стр. 778 и ср. также с примечанием 2.1.)) Из определения множества $W_n(t, \vartheta)$ следует, что точка $x = x_*$ будет принадлежать этому множеству тогда и только тогда, когда для всякого V_n найдется программное управление U_n, заданное какой-то мерой $\mu(du)_\tau$ $(t \leqslant \tau < \vartheta)$, и вектор p такие, что порожденное ими движение $x(\tau) = x(\tau, t, x_*; U_n, V_n, p)$ удовлетворит условию $x(\vartheta) = 0$. При этом движением $x(\tau)$ системы (3.3) снова называем равномерный предел непрерывных при $\tau < \vartheta$ ломаных Эйлера вида (1.3), но составленных теперь для уравнения (3.3) с учетом концевого скачка $x(\vartheta) - x(\vartheta - 0) = -p$.

Множество всех точек $q = x(\vartheta)$, которые породятся движениями $x(\tau) = x(\tau, t, x_*, U_n, V_n, p)$ при фиксированном управлении V_n и при всевозможных допустимых управлениях U_n и $p \in M$, назовем областью достижимости по u для движения $x(\tau)$ (3.3) из позиции $\{t, x_*\}$ к моменту ϑ. Будем обозначать такую область достижимости символом $G(t, x_*, \vartheta; V_n)$. Она является ограниченным, выпуклым и замкнутым множеством.

Согласно предыдущему, чтобы точка x_* содержалась во множестве $W_n(t, \vartheta)$, необходимо и достаточно, чтобы область $G(t, x_*, \vartheta; V_n)$ при всяком выборе программного управления V_n содержала точку $q = 0$. Теперь для описания $W_n(t, \vartheta)$ следует повторить те же рассуждения, что и в случае уравнения (3.1) линейного по u и v (см., например, [12, 17]), причем следует лишь заменить обыкновенные управления $u(\tau)$ и $v(\tau)$ на представляющие их здесь меры $\mu(du)_\tau$ и $\nu(dv)_\tau$.

Ограниченное, выпуклое и замкнутое множество $G(t, x_*, \vartheta; V_n)$ является пересечением [18] своих опорных полупространств

$$\varkappa(t, x_*, \vartheta, l; V_n) - l'q \geqslant 0 \tag{3.4}$$

где $\varkappa(t, x_*, \vartheta, l; V_n)$ — опорная функция множества G; l — произвольный n-мерный вектор. Имеем

$$\varkappa(t, x_*, \vartheta, l; V_n) = \max l'q = \qquad q \in G$$

$$= \sup_{\mu, p} \left[l' \left(x_* + \int_t^\vartheta \int_P \int_Q f(\tau, u, v)\, \mu(du)_\tau\, \nu(dv)_\tau - p \right) \right] \tag{3.5}$$

где верхняя грань берется по всем кусочно-неизменным по времени τ мерам $\mu(du)_\tau$ и $p \in M$. Таким образом, точка x_* содержится в $W_n(t, \vartheta)$ тогда и только тогда, когда точка $q = 0$ удовлетворяет неравенству (3.4) при всяком выборе вектора l и при всяком выборе кусочно-неизменной по времени меры $\nu(dv)_\tau$, задающей программное управление V_n. Поэтому из (3.4) и (3.5) заключаем, что множество $W_n(t, \vartheta)$ описывается неравенством

$$\inf_\nu \sup_\mu \left[\int_t^\vartheta \int_P \int_Q l'f(\tau, u, v)\, \mu(du)_\tau\, \nu(dv)_\tau \right] + \max_p(-l'p) + l'x_* \geqslant 0 \tag{3.6}$$

которое должно выполняться для всякой точки x_* из $W_n(t, \vartheta)$ (и только для таких точек), каков бы ни был вектор l.

Из (3.6) вытекает, что $W_n(t, \vartheta)$ является ограниченным, выпуклым и замкнутым множеством. Его ε — окрестность в свою очередь описывается неравенством

$$\|l\|\varepsilon + \inf_\nu \sup_\mu \left[\int_t^\vartheta \int_P \int_Q l'f(\tau, u, v)\, \mu(du)_\tau\, \nu(dv)_\tau \right] + \max_p(-l'p) + l'x_* \geqslant 0$$

$$(\|l\| = (l_1^2, \ldots, l_n^2)^{1/2})$$

Отсюда следует, что в случае, когда точка x_* не содержится во множестве $W_n(t, \vartheta)$, ее расстояние $\varepsilon = \rho(x_*, W_n)$ от $W_n(t, \vartheta)$ определяется равенством

$$\min_{\|l\|=1} (\inf_\nu \sup_\mu \left[\int_t^\vartheta \int_P \int_Q l'f(\tau, u, v)\, \mu(du)_\tau\, \nu(dv)_\tau \right] +$$

$$+ \max_p(-l'p) + l'x_* + \rho(x_*, W_n(t, \vartheta))) = 0 \tag{3.7}$$

Справедливо утверждение.

Теорема 3.1. Если при условии $\rho(x_*, W_n(t, \vartheta)) > 0$ минимум в левой части (3.7) достигается на единственном векторе l°, и $x_0 \in W_n(t_0, \vartheta)$, то экстремальная стратегия $U^{(e)}$ (2.3), где в данном случае $s = \| x^* - x\| l^\circ$, гарантирует встречу объекта (1.1) с целью M.

Для доказательства теоремы следует вычислить изменение величины $\varepsilon_\Delta[t] = \rho(x_\Delta[t], W_n(t, \vartheta))$ за один шаг $\Delta = \tau_{i+1} - \tau_i$ вдоль ломаной Эйлера из той последовательности их, которая определяет в пределе интересующее нас движение $x[t] = x[t, t_0, x_0; U^{(e)}, V]$. Учитывая непрерывное изменение вектора l° с изменением позиции и то обстоятельство, что $\mu(du)_{\{\tau_i, x[\tau_i]\}}$ удовлетворяет условию максимума (2.3) при $t = \tau_i$, $x = x_\Delta[\tau_i]$, из (3.7) при $\varepsilon_\Delta[\tau_i] > 0$, получим оценку (см. аналогичные случаи в [12,17])

$$\varepsilon_\Delta[\tau_i + \Delta] - \varepsilon_\Delta[\tau_i] \leqslant o(\Delta) \tag{3.8}$$

где символ $\sigma(\Delta)$ означает бесконечно малую более высокого порядка, чем Δ. Из оценки (3.8) следует, что движение $x[t]$, которое является пределом кривых $x_{\Delta_j}[t]$ при $\Delta_j \to 0$, не может покидать множества $W_n(t, \vartheta)$ при изменении t от $t = t_0$ до $t = \vartheta$. Следовательно, точка $x[\vartheta]$ оказывается во множестве $W_n(\vartheta, \vartheta)$, совпадающем с M, что и требовалось доказать.

Примечание 3.1. В данном случае вектор s в условии (2.3) является единственным, ибо множества $W_n(t, \vartheta)$ выпуклы. (Уже отмечалось, выше что в случае единственности вектора l°, этот вектор коллинеарен с вектором s). Но этот единственный вектор s с изменением точки x будет меняться непрерывно. Отсюда следует, что выпуклые множества $\{\mu^{(e)}(du_{\{t,x\}})$, задающие стратегию $U^{(e)}$, будут слабо полунепрерывны сверху относительно включения по переменным x и t (по t — справа, ибо сильно стабильные множества $W_n(t, \vartheta)$ непрерывны по t справа (см., например, [12, 17]). Это позволяет формализовать движения $x[t]$ в форме абсолютно непрерывных решений соответствующих дифференциальных уравнений в контингенциях

$$\dot{x}[t] \in \iint\limits_{PQ} f(t, x, u, v)\, \mu^{(e)}(du)_{\{t, x[t]\}}\, \nu(dv)_t \tag{3.9}$$

В подобных случаях общее утверждение, отвечающее теореме 2.1, принимает форму: если множества $W_n(t, \vartheta)$ $(t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta)$ выпуклы и сильно стабильны (в частности, если выполнены условия 1° и 2°) и точка $x_0 \in W_n(t_0, \vartheta)$, то экстремальная стратегия (2.3) гарантирует встречу с M для всякого движения $x[t] = x[t, t_0, x_0; U^{(e)}, V]$, являющегося решением уравнения в контингенциях (3.9), какова бы ни была стратегия V, задаваемая кусочно-непрерывной (по времени t) мерой $\nu(dv)_t$. Теорема же 3.1 принимает теперь форму следующего утверждения: если $x_0 \in W_n(t_0, \vartheta)$ и при условии $\rho(x_*, W_n(t, \vartheta)) > 0$ минимум в левой части (3.7) достигается на единственном векторе l°, то экстремальная стратегия $U^{(e)}$ (2.3) гарантирует встречу с M для всякого движения $x[t] = x[t, t_0, x_0; U^{(e)}, V]$, являющегося решением уравнения в контингенциях (3.9), какова бы ни была стратегия V, задаваемая мерой $\nu(dv)_t$, кусочно-непрерывной по времени t.

В общем случае, когда вектор s в условии (2.3) не является единственным, подобная формализация наталкивается на следующее обстоятельство. Множества $\{\mu^{(e)}(du)\}_{\{t,x\}}$, найденные из условия (2.3), могут оказаться не выпуклыми. Если же дополнить их до их выпуклых оболочек $\{\mu^{(e)}(du)\}^*_{\{t,x\}}$, то, вообще говоря, уже не все решения $x[t]$ получившихся так уравнений в контингенциях (3.9) будут приводиться на множество M, а только те из этих решений (конструктивные решения), которые можно получить предельным переходом от ломаных Эйлера (1.3).

Поступила 18 V 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Fleming W. H. The convergence problem for differential games. J. Math. Analysis and Appl., 1961, vol. 3, No. 1, p. 102.
2. Nardzewski C. R. A theory of pursuit and evasion Adv. in Came Theory. Ann. Math. Studies, 1964, p. 113.
3. Понтрягин Л. С. О линейных дифференциальных играх, 2. Докл. АН СССР, 1967, т. 175, № 4.
4. Пшеничный Б. Н. Структура дифференциальных игр. Докл. АН СССР, 1969, т. 184, № 2.
5. Никольский М. С. Нестационарные линейные дифференциальные игры. Вестн. МГУ. Сер. 1. Матем., механ., 1969, № 3, стр. 65.
6. Varaiya P., Lin J. Existence of saddle points in differential games. SIAM J. Control, 1969, vol. 7, No. 1, p. 141.
7. Петров Н. Н. О существовании значения игры преследования. Докл. АН СССР, 1970, т. 190, № 6.
8. Смольяков Э. Р. Дифференциальные игры в смешанных стратегиях. Докл. АН СССР, 1970, т. 191, № 1.
9. Гусятников П. Б. Об одном классе нелинейных дифференциальных игр. Тр. семинара «Теория оптимальных решений» АН УССР, научн. совет по кибернетике, Киев, 1969, вып. 1, стр. 3—11.
10. Чикрий А. А. Достаточные условия завершения дифференциальной игры $r^{\cdot} = ar + f(u, v)$. Тр. семинара «Теория оптимальных решений» АН УССР, научн. совет по кибернетике, Киев, 1969, вып. 3, стр. 17—25.
11. Красовский Н. Н. Об одной задаче преследования. ПММ, 1963, т. 27, № 2.
12. Красовский Н. Н., Субботин А. И. Дифференциальная игра наведения. Дифференциальные уравнения, 1970, т. 6, № 4, стр. 579.
13. Красовский Н. Н. К теории дифференциальных игр. ПММ, 1970, т. 34, вып. 2.
14. Красовский Н. Н. О дифференциальной игре сближения. Докл. АН СССР, 1970, т. 193, № 2.
15. Kakutani S. A Generalization of Broner's fixed point theorem. Duke Math. J., 1941, vol. 8, p. 457.
16. Иоффе А. Д. Обобщенные решения систем с управлением. Дифференциальные уравнения, 1969, т. 5, № 6, стр. 1010.
17. Красовский Н. Н. Игровые задачи динамики. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1970, № 1.
18. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М., «Мир», 1964.