О СТАБИЛИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНОЙ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ В КРИТИЧЕСКОМ СЛУЧАЕ НУЛЕВЫХ И ЧИСТО МНИМЫХ КОРНЕЙ

Н. В. Стоянов

(София)

Рассматривается задача о стабилизации установившихся движений нелинейной управляемой системы в критическом случае h нулевых и k пар чисто мнимых корней ($h > 0$, $k > 0$ — целые числа).

Вводится непрерывное управление: аналитическое по h переменным соответствующими нулевым корням и неаналитическое по $2k$ переменным, соответствующих мнимым корням характеристического уравнения линейной части системы. Исследование опирается на классическую теорию устойчивости движения по Ляпунову [1] и методов, развитых в работе [2].

1. Рассмотрим управляемую систему

$$dw/dt = Av + Bu + g(v, u) \tag{1.1}$$

Здесь w — $(n + h + 2k)$-мерный вектор возмущения; u — m-мерный вектор управления, которое будем считать не возмущенным помехами; A, B — постоянные матрицы соответствующих размеров. Предполагается, что все коэффициенты уравнения (1.1) вещественны, а $g(w, u)$ — аналитическая по v и u вектор-функция, разложение которой по степеням w, u начинается с членов не ниже второго порядка.

Если при $u \equiv 0$ невозмущенное движение $w = 0$ системы (1.1) не является асимптотически устойчивым, то возникает задача о стабилизации, т. е. задача о выборе такого управления $u = u(w)$, при подстановке которого в (1.1) нулевое решение $w = 0$ было бы асимптотически устойчивым по Ляпунову.

Пусть имеет место критический случай h нулевых и k пар чисто мнимых корней [2]. Будем предполагать, что h нулевым корням соответствуют h групп решений. В этом случае при подходящем выборе переменных система (1.1) может быть приведена к виду

$$dz_j/dt = Z_j(x_i, y_i, z_j, v, u), \qquad dx_i/dt = -\lambda_i y_i + X_i(x_i, y_i, z_j, v, u)$$

$$dy_i/dt = \lambda_i x_i + Y_i(x_i, y_i, z_j, v, u) \tag{1.2}$$

$$dv/dt = A_0 v + B_0 u + \Sigma(a_i x_i + b_i y_i) + \Sigma c_j z_j + \Omega(x_i, y_i, z_j, v, u) \tag{1.3}$$

Здесь x_i, y_i, z_j — скалярные переменные; v — n-мерный вектор с компонентами v_σ; a_i, b_i, c_j— n-мерные постоянные векторы; A_0, B_0 — постоянные матрицы порядка $n \times n$ и $n \times m$ соответственно; Ω — вектор-функция с компонентами Ω_σ; функции X_i, Y_i, Z_j, Ω_σ — аналитические нелинейности по x_i, y_i, z_j, v, w; λ_i/λ_ν — ирационально; индекс i пробегает значения $1,2,\ldots, k$; индекс j—значения $1,2,\ldots, h$; индекс σ — значения $1,2,\ldots, n$.

Задача о стабилизации для системы (1.1) эквивалентна той же задаче для системы (1.2), (1.3).

Как известно [2], система

$$dv/dt = A_0 v + B_0 u \tag{1.4}$$

стабилизируема и для нее можно построить линейное управление

$$I^\circ(v) = P_v \tag{1.5}$$

Постоянная матрица P порядка $m \times n$ должна быть выбрана так, чтобы после подстановки (1.5) в (1.4) матрица $C = A_0 + B_0 P = \mathrm{const}$ $(C = (e_{i\nu}))$ имела все собственные числа с отрицательными действительными частями.

Для системы (1.2), (1.3) используем неаналитическое управление вида

$$u(x_i, y_i, z_j, v) = Pv + \theta(x_i, y_i, z_j) \qquad (\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_m)) \tag{1.6}$$

$$\theta_\mu(x_i, y_i, z_j) = \theta_\mu^{(1)} + \theta_\mu^{(2)} + \ldots + \theta_\mu^{(\delta_1)} \tag{1.7}$$

$$\theta_\mu^{(r)}(x_i, y_i, z_j) = \sum_{l=-1}^{a_{\mu r}} \sum_r \alpha_\mu^{(\tau)} x_1^{p_1} y_1^{q_1} z_1^{s_1} \ldots x_k^{p_k} y_k^{q_k} z_h^{s_h} \rho^{-l} \tag{1.8}$$

$$\sum (p_i + q_i) + \sum s_j - l = r, \qquad (\tau) = (p_1 q_1 s_1 \ldots p_k q_k s_h - l)$$

$$p_i \geqslant 0, \quad q_i \geqslant 0, \quad s_j \geqslant 0, \quad \delta_1 > 0, \quad a_{\mu r} = \text{const} \geqslant 0 \text{ — целые числа}$$

$$\rho = [\Sigma \beta_i (x_i^2 + y_i^2)]^{1/2}, \qquad \beta_i = \text{const} > 0$$

$$(r = 1, 2, \ldots, \delta_1; \quad \mu = 1, 2, \ldots, m)$$

Для функций вида (1.8) справедливы характерные для однородных форм r-го порядка оценки

$$|\theta_\mu^{(r)}(x_i, y_i, z_j)| \leqslant A_\mu^r \|\chi\|^r; \quad \|\chi\| = \sqrt{\Sigma (x_i^2 + y_i^2) + \Sigma z_j^2}; \quad A_\mu^r = \text{const} > 0$$

Здесь и в дальнейшем условимся считать, что

$$\theta(0, 0, 0) = \lim \theta(x_i, y_i, 0) = 0 \qquad (x_i \to 0, \ y_i \to 0)$$

Постоянные $\alpha_\mu^{(\tau)}$ и целые числа δ_1, $a_{\mu r}$ будем выбирать в зависимости от вида системы (1.2), (1.3) и возможности ее стабилизации.

Преобразуем систему (1.2), (1.3) так, чтобы уравнения для некритических переменных в преобразованной системе не содержали членов ниже N-го порядка ($N > 1$ — целое число), зависящие только от x_i, y_i, z_j. Этого можно добиться при помощи преобразования

$$v_\sigma = \xi_\sigma + \varkappa_\sigma(x_i, y_i, z_j) \tag{1.9}$$

где ξ_σ — новые переменные. Для определения функции $\varkappa_\sigma(x_i, y_i, z_j)$ в соответствии с методом Ляпунова рассмотрим систему уравнений с частными производными

$$\Sigma \frac{\partial \varkappa}{\partial z_j} Z_j(x_i, y_i, z_j, \varkappa, u) + \Sigma \frac{\partial \varkappa}{\partial x_i}[-\lambda_i y_i + X_i(x_i, y_i, z_j \varkappa, u)] +$$
$$+ \Sigma \frac{\partial \varkappa}{\partial y_i}[\lambda_i x_i + Y_i(x_i, y_i, z_j, \varkappa, u)] = A_0 \varkappa + B_0 u + \Sigma(a_i x_i + b_i y_i) +$$
$$+ \Sigma c_j z_j + \Omega(x_i, y_i, z_j, \varkappa, u) \tag{1.10}$$

где $\varkappa$ — n-мерный вектор с компонентами $\varkappa_\sigma$. Решение этой системы будем искать в виде формальных рядов

$$\varkappa_\sigma(x_i, y_i, z_j) = \varkappa_\sigma^{(1)} + \varkappa_\sigma^{(2)} + \ldots \tag{1.11}$$

где $\varkappa_\sigma^{(r)}$ — функции типа (1.8), т. е.

$$\varkappa_\sigma^{(r)}(x_i, y_i, z_j) = \sum_{l=-1}^{b_{\sigma r}} \sum_r a_\sigma^{(\tau)} x_1^{p_1} y_1^{q_1} z_1^{s_1} \ldots x_k^{p_k} y_k^{q_k} z_h^{s_h} \rho^{-l} \tag{1.12}$$

$$(p_1 + q_1 + s_1 + \ldots + p_k + q_k + s_h - l = r; \ (\tau) = (p_1 q_1 s_1 \ldots p_k q_k s_h - l))$$

Подставляя эти ряды и управление (1.6), (1.8) в (1.10), а затем приравнивая в левой и правой частях полученных уравнений члены ν-го порядка (для которых $p_1 + q_1 + s_1 \ldots + p_k + q_k + s_h - l = \nu$), получим для определения вектор-функции $\varkappa^{(\nu)}$ систему уравнений

$$\Sigma \lambda_i \left(x_i \frac{\partial \varkappa^{(\nu)}}{\partial y_i} - y_i \frac{\partial \varkappa^{(\nu)}}{\partial x_i} \right) = C \varkappa^{(\nu)} + \tau^{(\nu)}(x_i, y_i, z_j, \varkappa^{(\gamma)}) \tag{1.13}$$

Компоненты $\tau_\sigma^{(\nu)}$ — вектор-функции, $\tau^{(\nu)}$ — однородные функции ν-го порядка переменных x_i, y_i, z_j типа (1.8). Например, при $\nu = 1$, имеем

$$\tau^{(1)} = \Sigma (a_i x_i + b_i y_i) + \Sigma c_j z_j + B_0 \theta^{(1)}$$

Функции $\tau^{(\nu)}$ при $\nu > 1$ зависят только от тех $\varkappa_\sigma^{(\gamma)}$, для которых $\gamma < \nu$. Так как предполагается, что все функции $\varkappa_\sigma^{(\gamma)}$ при $\gamma < \nu$ уже вычислены, то функции $\tau_\sigma^{(\nu)}$ будут известны.

Выделяя члены с одинаковыми множителями ρ^{-l} в функциях $\varkappa_\sigma^{(\nu)}$ и $\tau_\sigma^{(\nu)}$, представим их в виде

$$\varkappa_\sigma^{(\nu)} = \sum_{l=-1}^{b_{\sigma\nu}} \varkappa_\sigma^{(\nu+l)_\nu} \rho^{-l}, \qquad \tau_\sigma^{(\nu)} = \sum_{l=-1}^{\pi_{\sigma\nu}} \tau_\sigma^{(\nu+l)_\nu} \rho^{-l} \tag{1.14}$$

Здесь $\pi_{\sigma\nu} \geqslant 0$ — целые числа, $\varkappa_\sigma^{(\nu+l)_\nu}$ и $\tau_\sigma^{(\nu+l)_\nu}$ — формы $(\nu + l)$-го порядка относительно x_i, y_i, z_j.

Подставляя (1.14) в (1.13) и учитывая, что

$$\Sigma \lambda_i \left(x_i \frac{\partial \rho^{-l}}{\partial y_i} - y_i \frac{\partial \rho^{-l}}{\partial x_i} \right) \equiv 0$$

получаем

$$\sum_{l=-1}^{b_{\sigma\nu}} \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \left(x_i \frac{\partial \varkappa_\sigma^{(\nu+l)_\nu}}{\partial y_i} - y_i \frac{\partial \varkappa_\sigma^{(\nu+l)_\nu}}{\partial x_i} \right) \rho^{-l} = \tag{1.15}$$

$$= \sum_{l=-1}^{b_{\sigma\nu}} \sum_{s=1}^{n} c_{\sigma s} \varkappa_\sigma^{(\nu+l)_\nu} \rho^{-l} + \sum_{l=-1}^{\pi_{\sigma\nu}} \tau_\sigma^{(\nu+l)_\nu} \rho^{-l}$$

Для определения чисел $b_{\sigma\nu}$ положим сначала в (1.12), (1.15)

$$b_{1\nu} = b_{2\nu} = \ldots = b_{n\nu} = \max [\pi_{1\nu}, \pi_{2\nu}, \ldots, \pi_{n\nu}]$$

а затем конкретные значения для этих постоянных получим, приравнивая в обеих частях уравнений (1.15) члены с одинаковыми множителями ρ^{-l}. Таким образом, для определения вектор-функции $\varkappa^{(\nu+l)_\nu}$ получим уравнения

$$\Sigma \lambda_i \left(x_i \frac{\partial \varkappa^{(\nu+l)_\nu}}{\partial y_i} - y_i \frac{\partial \varkappa^{(\nu+l)_\nu}}{\partial x_i} \right) = C \varkappa^{(\nu+l)_\nu} + \tau^{(\nu+l)_\nu} \tag{1.16}$$

Полученная система будет частным случаем (32) работы [1], § 30 (см. также (39.1) работы [3], § 39). На основании теоремы Ляпунова [1, 3] система (1.16) имеет единственное решение для форм $\varkappa_\sigma^{(\nu+l)\nu}$. Это решение можно искать методом неопределенных коэффициентов; тогда для определения коэффициентов этих форм получаются линейные неоднородные алгебраические системы. Итак, уравнения (1.16) дают возможность последовательно определить формы $\varkappa_\sigma^{(\nu+l)_\nu}$ $(\nu = 1, 2, \ldots)$, а значит и функции $\varkappa_\sigma^{(r)}$ (1.12).

Здесь можно показать, что если в управлении (1.6) — (1.8) положить

$$\rho = \sqrt{\Sigma (\alpha_i x_i^2 + \beta_i y_i^2)}$$

то необходимо должно быть $\alpha_i = \beta_i$.

Пусть все функции $\varkappa_\sigma (x_i, y_i, z_j)$ (1.12) до заданного порядка $N - 1$ уже вычислены, т. е. известны

$$\varkappa_\sigma (x_i, y_i, z_j) = \varkappa_\sigma^{(1)} + \varkappa_\sigma^{(2)} + \ldots + \varkappa_\sigma^{(N-1)} \tag{1.17}$$

Подставляя в уравнения (1.2), (1.3) управление (1.6) — (1.8) и преобразуя эту систему по формулам (1.9), (1.17), получим

$$\frac{dz_\beta}{dt} = \sum_{r=2}^{N} R_\beta^{(r)}(x_i, y_i, z_j) + \varphi_\beta(x_i, y_i, z_j, \xi)$$

$$\frac{dx_\alpha}{dt} = -\lambda_\alpha y_\alpha + \sum_{r=2}^{N} H_\alpha^{(r)}(x_i, y_i, z_j) + \psi_{1\alpha}(x_i, y_i, z_j, \xi) \qquad (1.18)$$

$$\frac{dy_\alpha}{dt} = \lambda_\alpha x_\alpha + \sum_{r=2}^{N} K_\alpha^{(r)}(x_i, y_i, z_j) + \psi_{2\alpha}(x_i, y_i, z_j, \xi)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = C\xi + \Omega^*(x_i, y_i, z_j, \xi) \qquad (\Omega^* = (\Omega_1^*, \ldots, \Omega_n^*))$$

$$(\beta = 1, 2, \ldots, h; \quad \alpha = 1, 2, \ldots k)$$

Здесь функции φ_β, $\psi_{1\alpha}$, $\psi_{2\alpha}$, Ω_σ^* имеют относительно x_i, y_i, z_j, ξ_σ порядок малости не ниже второго.

Функции $\varphi_\beta(x_i, y_i, z_j, 0)$, $\psi_{1\alpha}(x_i, y_i, z_j, 0)$, $\psi_{2\alpha}(x_i, y_i, z_j, 0)$ удовлетворяют условию Липшица с бесконечно малой константой и оценками

$$|\varphi_\beta(x_i, y_i, z_j, 0)| \leqslant A_\beta \|\chi\|^{N+1}, \qquad |\psi_{1\alpha}(x_i, y_i, z_j, 0)| \leqslant B_{1\alpha} \|\chi\|^{N+1}$$

$$|\psi_{2\alpha}(x_i, y_i, z_j, 0)| \leqslant B_{2\alpha} \|\chi\|^{N+1}, \qquad A_\beta > 0, \quad B_{1\alpha} > 0, \quad B_{2\alpha} > 0 \ (\mathrm{const})$$

В силу выбора преобразования (1.9), (1.17) разложение функции $\Omega_\sigma^*(x_i, y_i, z_j, 0)$ начинается с членов порядка не ниже, чем N.

При выполнении этих условий имеет место теорема 2.2 из работы [4], т. е. задача об устойчивости нулевого решения системы (1.18) эквивалентна задаче об устойчивости нулевого решения укороченной системы

$$\frac{dz_\beta}{dt} = \sum_{r=2}^{N} R_\beta^{(r)}(x_i, y_i, z_j) \qquad \frac{dx_\alpha}{dt} = -\lambda_\alpha y_\alpha + \sum_{r=2}^{N} H_\alpha^{(r)}(x_i, y_i, z_j)$$

$$\frac{dy_\alpha}{dt} = \lambda_\alpha x_\alpha + \sum_{r=2}^{N} K_\alpha^{(r)}(x_i, y_i, z_j) \qquad (1.19)$$

Систему (1.19) можем получить из системы (1.2), подставив в нее управление (1.6)—(1.8), а затем заменив в полученных соотношениях компоненты вектора z компонентами вектора $\varkappa$ (1.17) соответственно и ограничившись членами до N-го порядка.

2. Исследуем устойчивость укороченной системы (1.19). Запишем ее в виде

$$\frac{dz_j}{dt} = R_j^{(2)}(x_i, y_i, z_i) + R_j^{(3)}(x_i, y_i, z_j) + \ldots$$

$$\frac{dx_i}{dt} = -\lambda_i y_i + H_i^{(2)}(x_i, y_i, z_j) + H_i^{(3)}(x_i, y_i, z_j) + \ldots \qquad (2.1)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = \lambda_i x_i + K_i^{(2)}(x_i, y_i, z_j) + K_i^{(3)}(x_i, y_i, z_j) + \ldots$$

где $R_j^{(r)}$, $H_i^{(r)}$, $K_i^{(r)}$ — совокупность членов r-го порядка типа (1.8), коэффициенты которых зависят определенным образом от коэффициентов управления (1.6) — (1.8).

В классе аналитических функций система (2.1) исследована Г. В. Каменковым [5] методом, требующим проведения большого числа предварительных преобразований.

Здесь ограничимся рассмотрением лишь того случая, когда возможность стабилизации системы (2.1) определяется членами второго порядка $R_j^{(2)}$, $H_i^{(2)}$ $K_i^{(2)}$. В этом случае достаточно взять в управление (1.6) — (1.8) только члены первого порядка. Кроме того, если ограничимся значениями $l = -1, 0$, то ограничимся рассмотрением следующего управления

$$u_\mu = u_\mu^0(v) + \sum_1 \alpha_\mu^{(\tau_1)} x_1^{p_1} y_1^{q_1} z_1^{s_1} \ldots x_k^{p_k} y_k^{q_k} z_h^{s_h} + \alpha_\mu^{(\tau_2)} \rho$$

$$(p_1 + q_1 + s_1 + \ldots + p_k + q_k + s_h = 1; \quad (\tau_1) = (p_1 q_1 s_1 \ldots p_k q_k s_h 0)) \tag{2.2}$$

$$(\tau_2) = (0\,0\,0 \ldots 0\,0\,0\,1)$$

При таком выборе управления (2.2) имеем

$$R_j^{(2)} = \tau_j^{(1)}(x_i, y_i, z_j)\rho + \tau_j^{(2)}(x_i, y_i, z_j), \qquad H_i^{(2)} = \varphi_i^{(1)}(x_i, y_i, z_j)\rho + \varphi_i^{(2)}(x_i, y_i, z_j) \tag{2.3}$$

$$K_i^{(2)} = \psi_i^{(1)}(x_i, y_i, z_j)\rho + \psi_i^{(2)}(x_i, y_i, z_j)$$

Здесь $\tau_j^{(\delta)}$, $\varphi_i^{(\delta)}$, $\psi_i^{(\delta)}$ ($\delta = 1, 2$) — формы порядка δ относительно x_i, y_i, z_j. Коэффициенты этих форм зависят определенным образом от коэффициентов управления (2.2).

Рассмотрим функцию Ляпунова вида

$$2V = \Sigma (x_i^2 + y_i^2) + \Sigma z_j^2 + 2W(x_i, y_i, z_j)$$

где W — форма третьего порядка относительно x_i, y_i, z_j. Попытаемся подобрать эту форму так, чтобы полная производная функция V в силу уравнений (2.1) была знакоопределенной. Запишем эту производную

$$\frac{dV}{dt} = \Sigma z_j R_j^{(2)} + \Sigma (x_i H_i^{(2)} + y_i K_i^{(2)}) + \Sigma \lambda_i \left(x_i \frac{\partial W}{\partial y_i} - y_i \frac{\partial W}{\partial x_i} \right) + \ldots$$

где ненаписанные члены выше третьего порядка.

Учитывая выражения (2.3), можем записать

$$\frac{dV}{dt} = \varphi(x_i, y_i, z_j)\rho + \Phi(x_i, y_i, z_j) + \Sigma \lambda_i \left(x_i \frac{\partial W}{\partial y_i} - y_i \frac{\partial W}{\partial x_i} \right) + \ldots \tag{2.4}$$

Здесь φ — квадратичная форма, Φ — форма третьего порядка относительно x_i, y_i, z_j. Коэффициенты формы W могут быть подобраны так, чтобы удовлетворялось уравнению

$$\Sigma \lambda_i \left(x_i \frac{\partial W}{\partial y_i} - y_i \frac{\partial W}{\partial x_i} \right) + \Phi(x_i, y_i, z_j) = \sum_{\alpha, \beta, \gamma = 1}^{h} a_{\alpha\beta\gamma} z_\alpha z_\beta z_\gamma \tag{2.5}$$

$$(a_{iji} = a_{iij} = a_{jii}; \quad i, j = 1, 2, \ldots, h)$$

Отметим, что при определении $W(x_i, y_i, z_j)$ достаточно выделить в совокупности членов третьего порядка $\Phi(x_i, y_i, z_j)$ (2.4) члены, зависящие только от критических переменных z_j, выписанных в правой стороне уравнений (2.5).

После этого производная dV / dt примет вид

$$\frac{dV}{dt} = \varphi(x_i, y_i, z_j)\rho + \sum_{\alpha, \rho, \gamma = 1}^{h} a_{\alpha\rho\gamma} z_\alpha z_\beta z_\gamma + \ldots \tag{2.6}$$

где невыписанные члены выше третьего порядка.

Квадратичную форму $\varphi(x_i, y_i, z_j)$ запишем в виде

$$\varphi(x_i, y_i, z_j) = \sum_{\alpha,\beta=1}^{2k+h} d_{\alpha\beta}\eta_\alpha\eta_\beta \tag{2.7}$$

Здесь положено

$$\eta_{2i-1} = x_i, \qquad \eta_{2i} = y_i, \qquad \eta_{2k+j} = z_j$$

Обозначим главные миноры ее дискриминанта через

$$\Delta_{\nu\nu} = (d_{ij}) \qquad (d_{ij} = d_{ji}) \qquad (i, j = 1, 2, \ldots, \nu;\ \nu = 1, 2, \ldots, 2k+h)$$

Согласно критерию Сильвестра, для того чтобы форма (2.7) была определенно-положительной, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись неравенства

$$\Delta_{\nu\nu} > 0 \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, 2k+h) \tag{2.8}$$

а для того чтобы форма была определенно-отрицательной,— неравенства

$$\Delta_{2p-1,\,2p-1} < 0, \quad \Delta_{2p,2p} > 0 \qquad (p=1, 2, \ldots, k+h_1) \tag{2.9}$$

$$(h_1 = {}^1/_2 h \text{ при } h = 2l;\ h_1 = {}^1/_2 (h + 1) \text{ при } h = 2l + 1)$$

Теперь потребуем, чтобы коэффициенты $a_{\alpha\beta\gamma}$ (2.6) удовлетворяли следующим условиям:

$$|a_{\alpha\rho\gamma}| < \varepsilon \quad (\varepsilon > 0 \text{ и достаточно мало}) \tag{2.10}$$

Согласно лемме 3 [3], § 7, если удовлетворяются условия (2.8) или (2.9) и (2.10), то dV / dt (2.6) будет знакоопределенной.

В достаточно малой окрестности $x_i = 0$, $y_i = 0$, $z_j = 0$ функция V — определенно-положительная. На основании теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости и первой теоремы о неустойчивости можно сделать следующее заключение: если выполняются неравенства (2.9) и (2.10), то невозмущенное движение системы (2.1) будет асимптотически устойчиво, а если удовлетворяются неравенства (2.8) и (2.10), то невозмущенное движение неустойчиво. Тогда в силу принципа сведения (теорема 2.2 [4]), то же самое будет справедливо и для невозмущенного движения системы (1.18), а тем самым и для исходной системы (1.2), (1.3).

Резюмируя изложенное, можно высказать следующее утверждение:

Теорема 2.1 (1). Стабилизация невозмущенного движения системы (2.1), а тем самым и невозмущенного движения системы (1.2), (1.3) обеспечивается управлением (2.2), если можно выбрать коэффициенты $\alpha_\mu^{(\tau_1)}$, $\alpha_\mu^{(\tau_2)}$ так, чтобы удовлетворялись неравенства (2.9) и (2.10).

(2). Если при любом выборе коэффициентов $\alpha_\mu^{(\tau_1)}$, $\alpha_\mu^{(\tau_2)}$ получаем условия (2.8) и (2.10), то стабилизация системы (2.1) управлением (2.2) невозможна.

Поступила 12 II 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. М., Гостехиздат, 1950.
2. Гальперин Е. А., Красовский Н. Н. О стабилизации установившихся движений нелинейных управляемых систем. ПММ, 1963, т. 27, вып. 6.
3. Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. М., «Наука», 1966.
4. Плисс В. А. Принцип сведения в теории утойчивости движения. Изв. АН СССР, Сер. матем, 1964, т. 28, № 6, стр. 1297—1324.
5. Каменков Г. В. Об устойчивости движения. Тр. Казанск. авиац. ин-та, Казань, № 9, стр. 112—124.