

## ОБ ОСРЕДНЕННЫХ УРАВНЕНИЯХ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРИ РЕШЕНИИ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

И. В. Немчинов

(Москва)

Проведено интегрирование (осреднение) уравнений переноса излучения по углам и энергиям квантов, использующее истинную диаграмму направленности и истинный спектр излучения в каждой точке пространства. Получена многогрупповая система осредненных уравнений типа «вперед — назад» (в том числе и для сферического случая), эквивалентная исходной системе уравнений переноса, т. е. приводящая к тем же значениям средней групповой или интегральной интенсивности излучения (для момента осреднения). Предложен способ использования этой системы совместно с уравнениями газовой динамики (безразмерные коэффициенты в осредненных уравнениях сохраняются, например, при заданном значении оптической толщины в промежутках между осреднениями, и затем производится пересчет). Даже при сравнительно частом осреднении, трудоемкость решения нестационарных газодинамических задач (и стационарных, решаемых методом итерации или установления) резко снижается. Сравнение безразмерных коэффициентов в осредненных уравнениях дает объективную, «автоматизированную» оценку необходимой частоты проведения осреднений.

Указано, что этот способ может быть обобщен и на неоднородный случай, а также на случай отсутствия локального термодинамического равновесия.

Особое внимание уделено вопросу об осреднении переноса излучения внешнего источника, нагревающего и испаряющего вещество. Эффективность метода осреднения может быть достаточно высокой, ибо в таких задачах процессы нагрева развиваются (с газодинамической точки зрения) достаточно медленно — звуковые возмущения успевают многократно распространиться по сравнительно тонкому слою нагреваемого вещества и выработать медленно изменяющийся профиль температуры и плотности. Спектр и диаграмма направленности источника могут существенным образом отличаться от спектра и диаграммы направленности собственного излучения. Поэтому осреднение переноса излучения источника проводится отдельно от осреднения собственного излучения (рожденного в нагретой среде). Во многих случаях собственное излучение вообще пренебрежимо мало. Тогда возможны дальнейшие упрощения и имеется глубокая аналогия между задачами о действии на вещество излучения сплошного спектра и монохроматического излучения.

1. Уравнения переноса излучения для случая, когда параметры вещества постоянны на некоторых плоскостях или сферических поверхностях, имеющих общий центр, в пренебрежении рассеянием и временем распространения излучения по нагреваемому или охлаждаемому объему, имеют вид [1]

$$\mu \frac{\partial J_\epsilon}{\partial r} + \frac{(\nu - 1)(1 - \mu^2)}{2r} \frac{\partial J_\epsilon}{\partial \mu} = -k_\epsilon (J_\epsilon - B_\epsilon) \quad (1.1)$$

Здесь  $J_\epsilon$  — увеличенная в  $\pi$  раз интенсивность излучения, отнесенная на единичный интервал энергий квантов (а не частот, как это делает-

ся обычно),  $r$  — эйлерова координата,  $\nu = 1$  и  $3$  в плоском и сферическом случаях,  $k_\varepsilon$  — линейный спектральный коэффициент поглощения, исправленный на вынужденное испускание,  $\mu = \cos \theta$ , где  $\theta$  — угол пересечения луча с радиусом или перпендикуляром к плоскостям равных значений параметров,  $B_\varepsilon$  — планковская функция

$$B_\varepsilon = \frac{15}{\pi^4} \frac{\sigma \varepsilon^3}{\exp(\varepsilon/T) - 1}, \quad \int_0^\infty B_\varepsilon d\varepsilon = \sigma T^4 = B \quad (1.2)$$

( $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана,  $T$  — температура).

На граничной поверхности (плоскости или сфере) задана интенсивность излучения от какого-либо внешнего источника (отмечена индексом «ноль») для всех лучей, входящих в объем, т. е. для  $0 \leq \mu \leq 1$  или  $-1 \leq \mu \leq 0$ . Величина  $J_\varepsilon$  для каждого значения  $\mu$  одинакова на всей граничной поверхности. Тогда излучение характеризуется симметричной диаграммой направленности  $J_\varepsilon = J_\varepsilon(\varepsilon, \mu, r, t)$  и можно использовать (1.1).

В плоском случае легко записать (1.1) в интегральной форме [1-4]

$$J_\varepsilon = J_\varepsilon^\circ \exp\left(-\frac{\tau_\varepsilon}{\mu}\right) + \int_0^{\tau_\varepsilon} B_\varepsilon(\tau_\varepsilon') \exp\left(-\frac{\tau_\varepsilon - \tau_\varepsilon'}{\mu}\right) d\tau_\varepsilon' \quad (1.3)$$

Спектральная оптическая толщина  $\tau_\varepsilon$  определяется следующим выражением:

$$\tau_\varepsilon = \int_{r_0}^r k_\varepsilon dr = \int_0^m \kappa_\varepsilon r^{-(\nu-1)} dm \quad \left(\kappa_\varepsilon = \frac{k_\varepsilon}{\rho}\right)$$

Здесь  $\kappa_\varepsilon$  — массовый спектральный коэффициент поглощения,  $\rho$  — плотность и  $m$  — лагранжева массовая координата.

Уравнение (1.1) — линейное относительно  $J_\varepsilon$ , поэтому в каждой точке  $J_\varepsilon$  представляет собой суперпозицию величины, пропорциональной интенсивности излучения источника  $J_\varepsilon^\circ$  (с учетом ее уменьшения за счет поглощения от границы до данной точки) и величины, определяемой собственным излучением, рожденным в самой среде. Это отчетливо видно из (1.3).

Решив (1.1), а в плоском случае (1.3), найдем  $J_\varepsilon$  в каждой точке  $r$  для всех  $\mu$  и вычислим средние характеристики поля излучения: спектральную одностороннюю плотность потока излучения

$$q_\varepsilon^+ = 2 \int_0^1 J_\varepsilon \mu d\mu, \quad q_\varepsilon^- = 2 \int_{-1}^0 J_\varepsilon \mu d\mu \quad (1.4)$$

спектральную среднюю (по углам) одностороннюю интенсивность излучения, увеличенную в  $\pi$  раз

$$U_\varepsilon^+ = \int_0^1 J_\varepsilon d\mu, \quad U_\varepsilon^- = \int_{-1}^0 J_\varepsilon d\mu \quad (1.5)$$

групповую одностороннюю плотность потока излучения

$$q_i^\pm = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} q_\varepsilon^\pm d\varepsilon \quad (1.6)$$

групповую среднюю одностороннюю интенсивность излучения

$$U_i^\pm = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} U_\varepsilon^\pm d\varepsilon \quad (1.7)$$

Здесь  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  — верхний и нижний пределы  $i$ -й группы квантов (для простоты записи индекс  $i$  при  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  в (1.6) и (1.7) и в дальнейшем опущен). Если группа состоит из нескольких подгрупп, не соприкасающихся между собой, то модификация (1.6) и (1.7), а также приводимые ниже уравнения, где встречается интегрирование по  $\varepsilon$ , очевидна.

Если  $\varepsilon_1 = 0$  и  $\varepsilon_2 = \infty$ , т. е. интегрирование ведется по всему спектру, то будем называть  $q^\pm$  и  $U^\pm$  (без индекса  $i$ ) интегральными односторонними плотностями потока и средними интенсивностями.

Суммарные (по обоим направлениям) спектральные и интегральные плотности потока и средние интенсивности определяются следующим образом:

$$q_\varepsilon = q_\varepsilon^+ + q_\varepsilon^-, \quad q = \sum_i (q_i^+ + q_i^-), \quad U_\varepsilon = U_\varepsilon^+ + U_\varepsilon^-, \quad U = \sum_i (U_i^+ + U_i^-) \quad (1.8)$$

Введем функцию, характеризующую диаграмму направленности излучения

$$\psi_\varepsilon^\pm = J_\varepsilon / U_\varepsilon^\pm \quad (1.9)$$

и функцию, характеризующую его спектральный состав в  $i$ -й группе

$$(\varphi_\varepsilon^\pm)_i = U_\varepsilon^\pm / U_i^\pm \quad (1.10)$$

В силу (1.5) и (1.7) имеем

$$\int_0^1 \psi_\varepsilon^+ d\mu = 1, \quad \int_{-1}^0 \psi_\varepsilon^- d\mu = 1, \quad \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} (\varphi_\varepsilon^\pm)_i d\varepsilon = 1 \quad (1.11)$$

Из (1.4), (1.5), (1.9) и (1.10) получим

$$q_\varepsilon^\pm = 2c_\varepsilon^\pm U_\varepsilon^\pm \quad (1.12)$$

Здесь  $c_\varepsilon$  — односторонний спектральный средний (по углам) косинус

$$c_\varepsilon^+ = \int_0^1 \psi_\varepsilon^+ \mu d\mu, \quad c_\varepsilon^- = \int_{-1}^0 \psi_\varepsilon^- \bar{\mu} d\mu \quad (1.13)$$

Проинтегрировав (1.12) по  $\varepsilon$ , получим

$$q_i^\pm = 2c_i^\pm U_i^\pm \quad (1.14)$$

где  $c_i^\pm$  — групповые односторонние средние косинусы

$$c_i^\pm = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} c_\varepsilon^\pm (\varphi_\varepsilon^\pm)_i d\varepsilon \quad (1.15)$$

2. Уравнение, описывающее изменение во времени энергии единицы массы за счет расширения или сжатия газа, а также за счет подвода энергии благодаря поглощению излучения или потерь энергии благодаря лу-

чеиспусканию, имеет вид

$$\frac{\partial e}{\partial t} + p \frac{\partial v}{\partial t} = \dot{f} = \sum_i \dot{f}_i, \quad \dot{f}_i = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \dot{f}_\varepsilon d\varepsilon \quad \left(v = \frac{1}{\rho}\right) \quad (2.1)$$

Здесь  $p$  — давление,  $v$  — удельный объем,  $\rho$  — плотность,  $\dot{f}_\varepsilon$ ,  $\dot{f}_i$  и  $\dot{f}$  — спектральная, групповая и интегральная интенсивности выделения ( $\dot{f} > 0$ ) или потерь ( $\dot{f} < 0$ ) энергии единицей массы. Непосредственно из уравнения переноса можно получить

$$\dot{f}_\varepsilon = 2\kappa_\varepsilon (U_\varepsilon^+ + U_\varepsilon^- - 2B_\varepsilon), \quad \dot{f}_i = 2(\langle \kappa \rangle_i^+ U_i^+ + \langle \kappa \rangle_i^- U_i^- - 2\kappa_i^p B_i) \quad (2.2)$$

Здесь  $\kappa_i^p$  — планковский групповой коэффициент поглощения

$$\kappa_i^p = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \kappa_\varepsilon \left( \frac{B_\varepsilon}{B_i} \right) d\varepsilon = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \kappa_\varepsilon (\varphi_\varepsilon^p)_i d\varepsilon \quad (2.3)$$

При  $\varepsilon_1 = 0$  и  $\varepsilon_2 = \infty$  он переходит в обычный (в нашей терминологии интегральный) планковский коэффициент,  $B_i$  — групповая плотность потока излучения черного тела,  $\langle \kappa \rangle_i^\pm$  — односторонний групповой коэффициент поглощения

$$B_i = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} B_\varepsilon d\varepsilon, \quad \langle \kappa \rangle_i^\pm = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \kappa_\varepsilon (\varphi_\varepsilon^\pm)_i d\varepsilon \quad (2.4)$$

Если спектр  $\varphi_\varepsilon^\pm$  совпадает с планковским (при локальной температуре  $T$ ), то  $\langle \kappa \rangle_i^\pm = \kappa_i^p$ , в противном случае мы говорим об искажении спектра по сравнению с планковским и вводим безразмерный коэффициент, характеризующий такое искажение

$$\eta_i^\pm = \langle \kappa \rangle_i^\pm / \kappa_i^p \quad (2.5)$$

Отсюда

$$\dot{f}_i = 2\kappa_i^p (\eta_i^+ U_i^+ + \eta_i^- U_i^- - 2B_i) \quad (2.6)$$

Как следует из (2.6), для расчета газодинамической задачи требуются лишь интегральные характеристики поля излучения. Попытаемся получить уравнения, описывающие изменение по массе именно этих величин.

3. Несколько преобразуем (1.1)

$$\frac{\partial (\mu J_\varepsilon r^{\nu-1})}{r^{\nu-1} \partial r} + \frac{(\nu-1)}{2r} \frac{\partial (J_\varepsilon (1-\mu^2))}{\partial \mu} = -k_\varepsilon (J_\varepsilon - B_\varepsilon) \quad (3.1)$$

Проинтегрируем (3.1) от  $\mu = -1$  до  $\mu = 0$  и от  $\mu = 0$  до  $\mu = 1$ . В результате получим

$$\frac{\partial (c_\varepsilon^\pm U_\varepsilon^\pm r^{\nu-1})}{r^{\nu-1} \partial r} + \frac{(\nu-1) g_\varepsilon^\pm U_\varepsilon^\pm}{2r} = -k_\varepsilon (U_\varepsilon^\pm - B_\varepsilon) \quad (3.2)$$

При выводе (3.2) предполагалось, что при  $\mu \rightarrow 0$  величина  $J_\varepsilon$  конечна, а  $g_\varepsilon^\pm$  — спектральный односторонний коэффициент «сферичности» опре-

деляется следующим образом:

$$U_{\epsilon}^{\pm} g_{\epsilon}^{\pm} = \mp J_{\epsilon} \text{ или } g_{\epsilon}^{\pm} = \mp \psi_{\epsilon}^{\pm} \text{ (при } \mu = 0) \quad (3.3)$$

Он характеризует «сток» и приток» излучения из одной группы (с индексом «плюс») в другую (с индексом «минус») и обратно.

Причина его появления состоит в том, что в сферическом (и цилиндрическом) случае для фиксированного луча угол  $\theta$  его пересечения с радиусом все время меняется, что собственно и отражено в (1.1). Если луч направлен к центру (индекс минус), то оно постепенно уменьшается от  $\theta = \pi$  до  $\theta = \pi/2$  ( $\mu$  увеличивается от  $\mu = -1$  до  $\mu = 0$ ), после чего луч падает в группу с индексом плюс («поворачивает назад»).

Близкую к (3.2) систему уравнений получил В. Я. Гольдин, [5] (назвав ее «квазидиффузионным приближением») путем интегрирования кинетического уравнения по  $\mu$  от  $\mu = -1$  до  $\mu = 1$ . Второе уравнение в работе [5] получено путем такого же интегрирования, но с предварительным умножением на  $\mu$ . Возникающие уравнения в качестве независимых переменных содержат суммарную плотность потока излучения  $q_{\epsilon}$  и суммарную среднюю интенсивность  $U_{\epsilon}$ , а не соответствующие односторонние величины, как в нашем случае (в [5] осреднение кинетического уравнения производилось применительно к задачам распространения нейтронов, причем с учетом рассеяния, но, естественно, что те же соображения могут быть использованы и для задач распространения излучения).

Уравнения (3.2) отличаются от найденных в [5], и ближе к системе уравнений типа «вперед — назад», получавшейся ранее в плоском случае Шварцшильдом, Мустелем и в приближении прямых лучей [1-4]. В этих приближениях задают заранее вид диаграммы направленности, неизменной во всей области (что, конечно, строго говоря, невозможно за исключением случая черного тела — полного равновесия вещества и излучения, когда  $q_{\epsilon}^{+} = -q_{\epsilon}^{-} = B_{\epsilon}$  и  $q_{\epsilon} = 0$ ). Поэтому получают неизменное значение спектрального и интегрального средних косинусов  $c_{\epsilon}^{\pm}$  и  $c^{\pm}$ , а именно  $1/2$ ,  $2/3$  и  $1$  (соответственно). Полученная нами система (3.2), как и квазидиффузионное приближение, является точной в том смысле, что при истинных значениях среднего косинуса и коэффициента сферичности, находимых по истинной диаграмме направленности, получаем ту же величину  $U_{\epsilon}^{\pm}$ , что и непосредственно из уравнения переноса (1.1).

Представляется, что система (3.2) более удобна, чем система квазидиффузионного приближения, так как каждое из уравнений содержит лишь одну из искомым функций  $U_{\epsilon}^{+}$  или  $U_{\epsilon}^{-}$ , что важно, так как граничные условия для них заданы на разных краях. Аналогичное осреднение по углам в пределах полупространства проведено в недавно опубликованных работах [15,16].

Получим многогрупповую систему уравнений. Проинтегрируем (3.2) в пределах каждой группы

$$\frac{\partial (c_i^{\pm} U_i^{\pm} r^{\nu-1})}{r^{\nu-1} \partial r} + \frac{(\nu-1) g_i^{\pm} U_i^{\pm}}{r} = - (\langle k \rangle_i^{\pm} U_i^{\pm} - k_i^p B_i) \quad (3.4)$$

Здесь  $\langle k \rangle_i^{\pm}$  — линейный средний коэффициент поглощения, а  $k_i^p$  — линейный планковский коэффициент поглощения, связанные с  $\langle \kappa \rangle_i^{\pm}$  и  $\kappa_i^p$  простыми соотношениями

$$\langle k \rangle_i^{\pm} = \langle \kappa \rangle_i^{\pm} \rho, \quad k_i^p = \kappa_i^p \rho \quad (3.5)$$

Групповой односторонний коэффициент сферичности определяется следующим образом:

$$g_i^\pm = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} g_\varepsilon^\pm (\varphi_\varepsilon^\pm)_i d\varepsilon \quad (3.6)$$

Используя коэффициент искажения планковского спектра, определяемый по (2.8), и переходя к лагранжевым массовым координатам, из (3.4) получим

$$\frac{\partial (c_i^\pm U_i^\pm r^{\nu-1})}{\partial t} + \frac{(\nu-1) g_i^\pm U_i^\pm}{r} = -\kappa_i^p (U_i^\pm \eta_i^\pm - B_i) \quad (3.7)$$

Полученная система уравнений будет точной в том смысле, что если в каждой точке использовать истинное значение  $c_i^\pm$ ,  $g_i^\pm$  и  $\eta_i^\pm$ , то из (3.7) получим те же значения  $U_i^\pm$ , что и из исходного уравнения переноса (1.1).

Часто имеет место случай, когда собственное излучение в рассматриваемом объеме пренебрежимо мало по сравнению с излучением внешнего источника. При этом спектр и диаграмма направленности излучения, во всяком случае вблизи границы нагреваемого объема, определяются спектром и диаграммой направленности источника. Разбиение излучения на группы по энергиям квантов и отдельное интегрирование по углам излучения, направленного в положительном и отрицательном направлении оси  $r$ , вызвано желанием как можно точнее учесть спектральный состав излучения и его анизотропию. С этих же позиций естественно привести отдельное интегрирование для излучения источника и собственного излучения.

Будем отмечать нижним индексом нуль величины, относящиеся к собственному излучению. Величину  $J_{\varepsilon 0}$  будем определять по (1.1) при  $(J_\varepsilon)^\circ = 0$ , а величину  $J_\varepsilon$  — по тому же уравнению, но при  $B_\varepsilon = 0$ . Точно также в осредненных уравнениях величину  $U_{\varepsilon 0}^\pm$  будем определять по (3.2) при  $(U_{\varepsilon 0}^\pm)^\circ = 0$  и  $U_\varepsilon^\pm$  по тому же уравнению, но при  $B_\varepsilon = 0$ . Наконец, величины  $U_{i0}^\pm$  будем находить по (3.4) при  $(U_{i0}^\pm)^\circ = 0$ , а  $U_i^\pm$  — при  $B_i = 0$ . Приведенные выше соотношения, определяющие  $c_\varepsilon^\pm$ ,  $c_i^\pm$  и т. д., могут быть использованы и для величины отмеченной индексом нуль; приводим лишь соотношение, заменяющее (2.4)

$$f_i^\circ = 2(\langle \kappa_0 \rangle_i^+ U_{i0}^+ + \langle \kappa \rangle_i^+ U_i^+ + \langle \kappa_0 \rangle_i^- U_{i0}^- + \langle \kappa \rangle_i^- U_i^- - 2\kappa_i^p B_i) \quad (3.8)$$

Осредненные уравнения переноса могут быть использованы для различных целей. Компактная запись сильно облегчает запись постановку газодинамической задачи и ее качественный анализ. Заметим, что автором [6] с помощью многогрупповых осредненных уравнений типа «вперед — назад» уже рассматривались некоторые общие свойства системы уравнений газовой динамики и уравнений переноса (постановка граничных условий, задание начальных данных и т. д.). При этом сам способ получения коэффициентов в осредненных уравнениях не уточнялся и ограничивались лишь плоским случаем. Отметим, что практически весь анализ, проведенный в [6], справедлив и для полученных здесь уравнений, осредненных точным образом (в том числе и для сферического случая).

Осредненные уравнения облегчают поиск автомодельных решений и т. д. Но главное — с их помощью можно создать эффективный метод расчета газодинамических задач, в которых перенос энергии осуществляется излучением сплошного спектра<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> При обсуждении данной работы в Институте прикладной математики АН СССР стало известно, что близкие идеи развивались авторами [5,15,16].

Пусть в некоторый момент времени  $t_1$  известно распределение температуры  $T(m)$  и плотности  $\rho(m)$ . Найдя  $J_\varepsilon$  по (1.1), вычислим  $U_\varepsilon^\pm$  по (1.5) и определим  $\psi_\varepsilon^\pm$  по (1.9). По (1.13) находим  $c_\varepsilon^\pm$ , по (3.3) и (1.7) определяем  $g_\varepsilon^\pm$  и  $U_i^\pm$ . Далее определяем  $(\varphi_\varepsilon^\pm)_i$  по (1.10),  $c_i^\pm$  по (1.15),  $g_i^\pm$  по (3.6),  $\langle \kappa \rangle_i^\pm$  по (2.4) и  $\eta_i^\pm$  по (2.5). Используя теперь безразмерные коэффициенты  $g_i^\pm$ ,  $c_i^\pm$  и  $\eta_i^\pm$ , будем решать осредненные уравнения переноса (3.7) совместно с уравнениями газовой динамики с этими коэффициентами в следующие моменты времени. При этом, естественно, величины  $\kappa_i^p$  и  $B_i$  каждый раз соответствуют новым распределениям  $T$  и  $\rho$ . В некоторый следующий момент времени (через определенное число расчетных слоев)  $t_2$  вновь проведем всю процедуру осреднения и повторим от  $t_1$  до  $t_2$  весь газодинамический расчет с коэффициентами осреднения, получаемыми интерполяцией между значениями, вычисленными в моменты  $t_1$  и  $t_2$  (пересчет).

Возникает, однако, вопрос о способе сохранения безразмерных коэффициентов в промежутках между моментами осреднения. Дело в том, что эти коэффициенты представляют собой функцию двух переменных, в то время как в момент осреднения они могут быть найдены лишь как функция одной переменной  $m$  и только при повторном осреднении можно определить их производную по времени. Более того, заранее не очевидно, что осреднение будет эффективным (его удастся проводить достаточно редко), если мы выберем в качестве переменных сами  $m$  и  $t$ . Путем тщательного анализа конкретной задачи, а также в результате накопления опыта проведения осреднений для данного круга задач можно найти такие комбинации независимых переменных, при которых безразмерные коэффициенты будут, главным образом, функцией лишь одной из них, зависимость же от второй является слабой. В качестве одной из таких переменных, можно указать на групповую планковскую оптическую толщину, определяемую соотношением

$$\tau_i^p = \int_0^m \kappa_i^p r^{-(\nu-1)} dm \quad (3.9)$$

Естественно, что такой выбор «главной» переменной неоднозначен. Можно предложить и другие способы. Проанализируем этот вопрос на таком примере, когда собственным излучением среды вообще можно пренебречь и ограничиться рассмотрением уравнений переноса излучения источника.

4. Рассмотрим плоский случай. Для простоты будем считать, что источник действует лишь с одной стороны и индексы «плюс» и «минус» опустим. Из (1.3) и (1.5) получим

$$U_\varepsilon = U_\varepsilon^\circ \int_0^1 \psi_\varepsilon^\circ \exp\left(-\frac{\tau_\varepsilon}{\mu}\right) d\mu \quad (4.1)$$

Здесь  $\psi_\varepsilon^\circ$  — начальная диаграмма направленности. Пусть источник является изотропным:  $\psi_\varepsilon^\circ = 1$ .

На фиг. 1 показана диаграмма направленности излучения на различных оптических толщинах  $\tau_\varepsilon$  от границы вещества, на которую падает из-

лучение. Видно, как постепенно все бóльшую и бóльшую роль играют прямые лучи ( $\mu \approx 1$ ). Спектральные значения средней интенсивности излучения и среднего косинуса следующим образом изменяются с  $\tau_\varepsilon$ :

$$U_\varepsilon = U_\varepsilon^\circ E_2(\tau_\varepsilon), \quad q_\varepsilon = q_\varepsilon^\circ 2E_3(\tau_\varepsilon), \quad c_\varepsilon = E_3(\tau_\varepsilon)/E_2(\tau_\varepsilon) \quad (4.2)$$

Здесь  $E_n(x)$  — интегральная показательная функция  $n$ -го порядка [1]. Исходя из ее значения при  $x = 0$  и асимптотического выражения при больших  $x$ , а именно

$$E_n(0) = (n-1)^{-1}, \quad E_n(x) = x^{-1} \exp(-x) \quad (4.3)$$

можно построить простое приближенное аналитическое выражение для  $E_n(x)$  для всего диапазона  $0 \leq x \leq \infty$

$$E_n(x) = (n-1+x)^{-1} \exp(-x) \quad (4.4)$$

Как показывает сопоставление (4.4) с точными значениями, различие не превышает 20% при  $n = 2$  и уменьшается с ростом  $n$ , а также при  $x \rightarrow 0$  и  $x \rightarrow \infty$ .

Таблицы  $E_n(x)$  удобно представлять в виде сравнительно небольших поправок к (4.4). Из (4.2) и (4.4) получаем, что средний косинус приближенно изменяется со спектральной оптической толщиной следующим образом:

$$c_\varepsilon = (\tau_\varepsilon + 1)/(\tau_\varepsilon + 2) \quad (4.5)$$

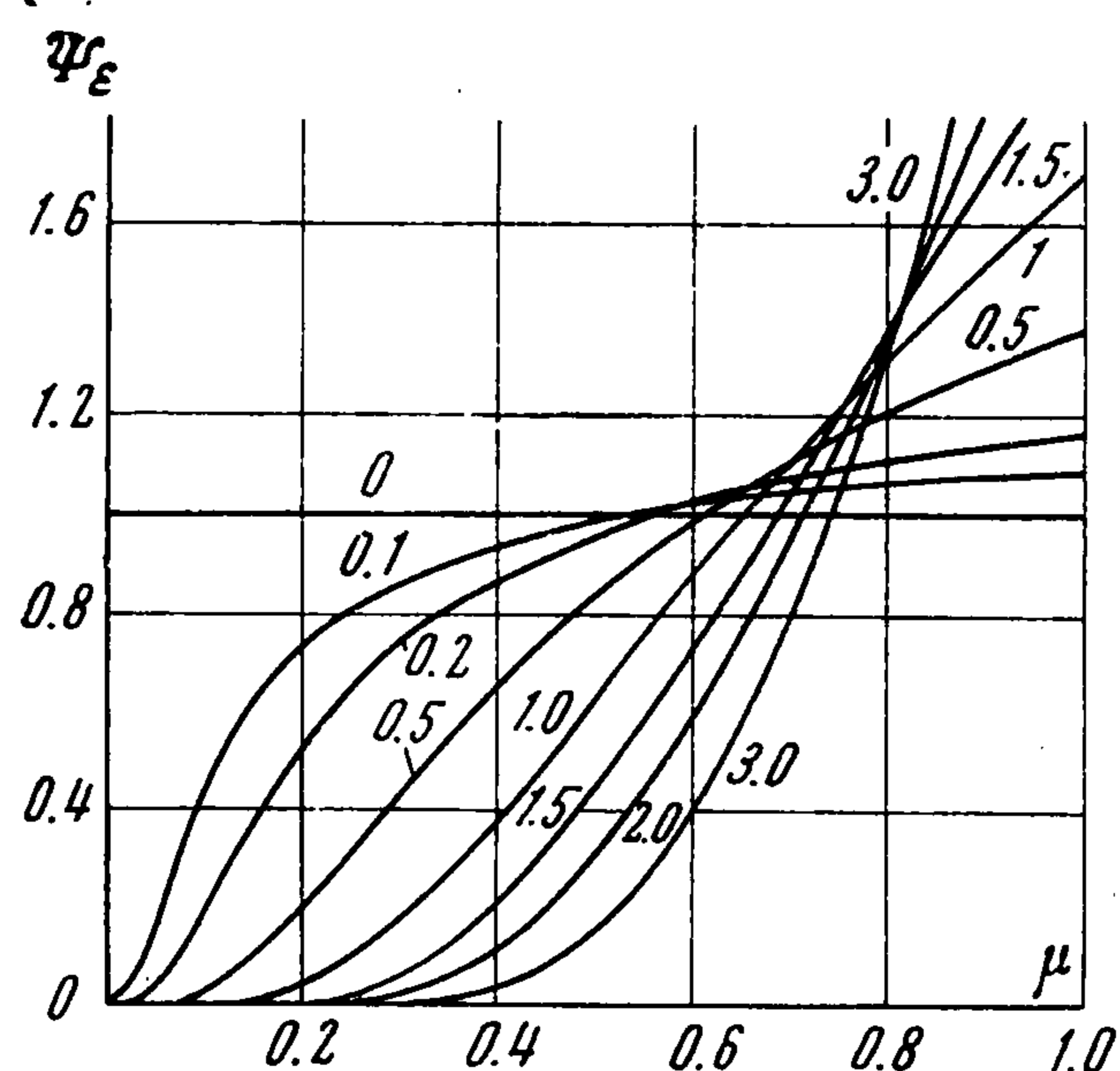
Как видно, средний косинус  $c_\varepsilon$  будет плавной, сравнительно слабо меняющейся функцией спектральной оптической толщины  $\tau_\varepsilon$ . Это же верно и при других начальных диаграммах направленности источника  $\psi_\varepsilon^\circ$ , хотя при этом и не удастся получить столь же простые выражения для  $q_\varepsilon(\tau_\varepsilon)$  как (4.2). Если диаграмма направленности  $\psi_\varepsilon^\circ$  источника неизменна во времени, то неизменна и зависимость  $c_\varepsilon(\tau_\varepsilon)$ .

Расчитав поле излучения в какой-то момент времени, можно определить эту зависимость, а в дальнейшем находить  $q_\varepsilon$  из осредненного по углам уравнения (3.4), которое в данном случае (учитывается лишь перенос излучения источника,  $\nu = 1$ ) принимает вид

$$c_\varepsilon \frac{\partial q_\varepsilon}{\partial \tau_\varepsilon} = -q_\varepsilon, \quad q_\varepsilon = q_\varepsilon^\circ \exp\left(-\int_0^{\tau_\varepsilon} \frac{d\tau_\varepsilon}{c_\varepsilon}\right) \quad (4.6)$$

Здесь учитывалось соотношение (1.12).

Сопоставление этого уравнения с первым членом (1.3) показывает, что задача о действии излучения ненаправленного источника сведена к задаче о действии направленного источника, но в каждой точке заранее известным образом изменяется угол пересечения луча и оси  $x$ .



Фиг. 1

Что касается сферического случая, то диаграмма направленности в каждой точке определяется не только начальной диаграммой  $\psi_\varepsilon^\circ$ , величиной  $\tau_\varepsilon$ , но и самим радиусом  $r$ . Однако в некоторых задачах, например о воздействии излучения на поверхность некоторой сферы, ее испарении и движении нагреваемых излучением паров от испаряющейся сферы, может возникать квазистационарный режим [7], когда все параметры, а следовательно и  $\tau_\varepsilon$ , зависят только от радиуса  $r$ . Таким образом, очевидна возможность обобщения задачи [7] и на случай сплошного спектра. В нестационарной задаче чем ближе движение к квазистационарному, тем реже придется проводить осреднения (этот метод может быть использован и в стационарных задачах, решаемых методом итераций или методом установления).

Осредненное по энергиям квантов уравнение переноса (4.6) примет вид

$$c_i^\pm \frac{\partial q_i^\pm}{\partial m} = - \langle \kappa \rangle_i^\pm q_i^\pm \quad (4.7)$$

(Оно представляет частный случай (3.7).) На поверхности облучаемого вещества спектр излучения известен, он совпадает со спектром источника  $(\varphi_\varepsilon^\circ)_i$ . Поэтому для всех температур и плотностей можно определять поверхностный коэффициент поглощения

$$\langle \kappa \rangle_i^\circ = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \kappa_\varepsilon (\varphi_\varepsilon^\circ)_i d\varepsilon \quad (4.8)$$

а решив уравнение переноса и зная спектр во всех точках, можно определить коэффициент, учитывающий искажение такого спектра по сравнению с первоначальным

$$\xi_i^\circ = \langle \kappa \rangle_i / \langle \kappa \rangle_i^\circ \quad (4.9)$$

Индексы плюс или минус опущены, так как рассматриваем односторонний источник. Используя (4.9), запишем вместо (4.7)

$$c_i \frac{\partial q_i}{\partial \tau_i^\circ} = - \xi_i^\circ q_i, \quad \tau_i^\circ = \int_0^m \langle \kappa \rangle_i^\circ dm \quad (4.10)$$

Иногда не удобно использовать поверхностное среднее, так как оно учитывает поглощение таких квантов, которые обладают малой проникающей способностью в вещество, несут мало энергии, и поэтому не характерны для задачи в целом. Тогда можно использовать в качестве «опорного» коэффициента поглощения  $\kappa^\circ = \kappa(\langle \varepsilon \rangle^\circ)$  для средней энергии квантов источника

$$\langle \varepsilon \rangle^\circ = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \varepsilon \varphi_\varepsilon^\circ d\varepsilon \quad (4.11)$$

Соответствующим образом легко изменить определение  $\xi_i^\circ$  и  $\tau_i^\circ$ . Во многих случаях спектр источника является неизменным (несмотря на то, что плотность потока изменяется). Это относится к источнику планковского спектра с неизменной температурой, но имеющему конечные размеры и приближающемуся к облучаемой поверхности (взрывной лабора-

торный источник [8,9] — ударная волна, распространяющаяся по трубе, заполненной рабочим газом; вследствие изменения геометрического фактора плотность потока непрерывно возрастает). Это относится и к источнику, излучающему в Релей — Джинсовской области при не изменяющейся температуре. Спектр этого источника имеет вид

$$\varphi_\varepsilon^\circ = 4 (\varepsilon / \varepsilon_m)^3 \varepsilon_m^{-1} \quad (4.12)$$

Здесь  $\varepsilon_m$  — максимальная энергия квантов источника. Возможны и другие ситуации, когда спектр  $\varphi_\varepsilon^\circ$  неизменен.

Однако даже в этом случае заранее не могут быть составлены таблицы коэффициентов искажения  $\xi_i^\circ$  и групповых средних косинусов  $c_i$  как функции групповой оптической толщины  $\tau_i^\circ$ . Дело в том, что для каждой энергии квантов  $\varepsilon$  величина спектрального коэффициента поглощения  $\kappa_\varepsilon$  в общем случае зависит от температуры  $T$  и плотности  $\rho$  по-своему, не так, как зависит  $\kappa_\varepsilon$  от  $T$  и  $\rho$  для другой энергии квантов, и не так, как  $\langle \kappa \rangle_i^\circ$  или  $\kappa(\langle \varepsilon \rangle_i^\circ)$ .

5. Пусть  $\kappa_\varepsilon$  в пределах данной группы зависит от  $T$  и  $\rho$  одинаковым образом (хотя и совершенно произвольным)

$$\kappa_\varepsilon = K_i(\varepsilon) G_i(T, \rho) \quad (5.1)$$

Тогда имеем

$$\langle \kappa \rangle_i^\circ = \langle K \rangle_i^\circ G_i, \quad \langle K \rangle_i^\circ = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} K_i(\varepsilon) (\varphi_\varepsilon^\circ)_i d\varepsilon \quad (5.2)$$

или

$$\kappa_i^\circ = \kappa(\langle \varepsilon \rangle_i^\circ) = K(\langle \varepsilon \rangle_i^\circ) G_i = K_i^\circ G_i \quad (5.3)$$

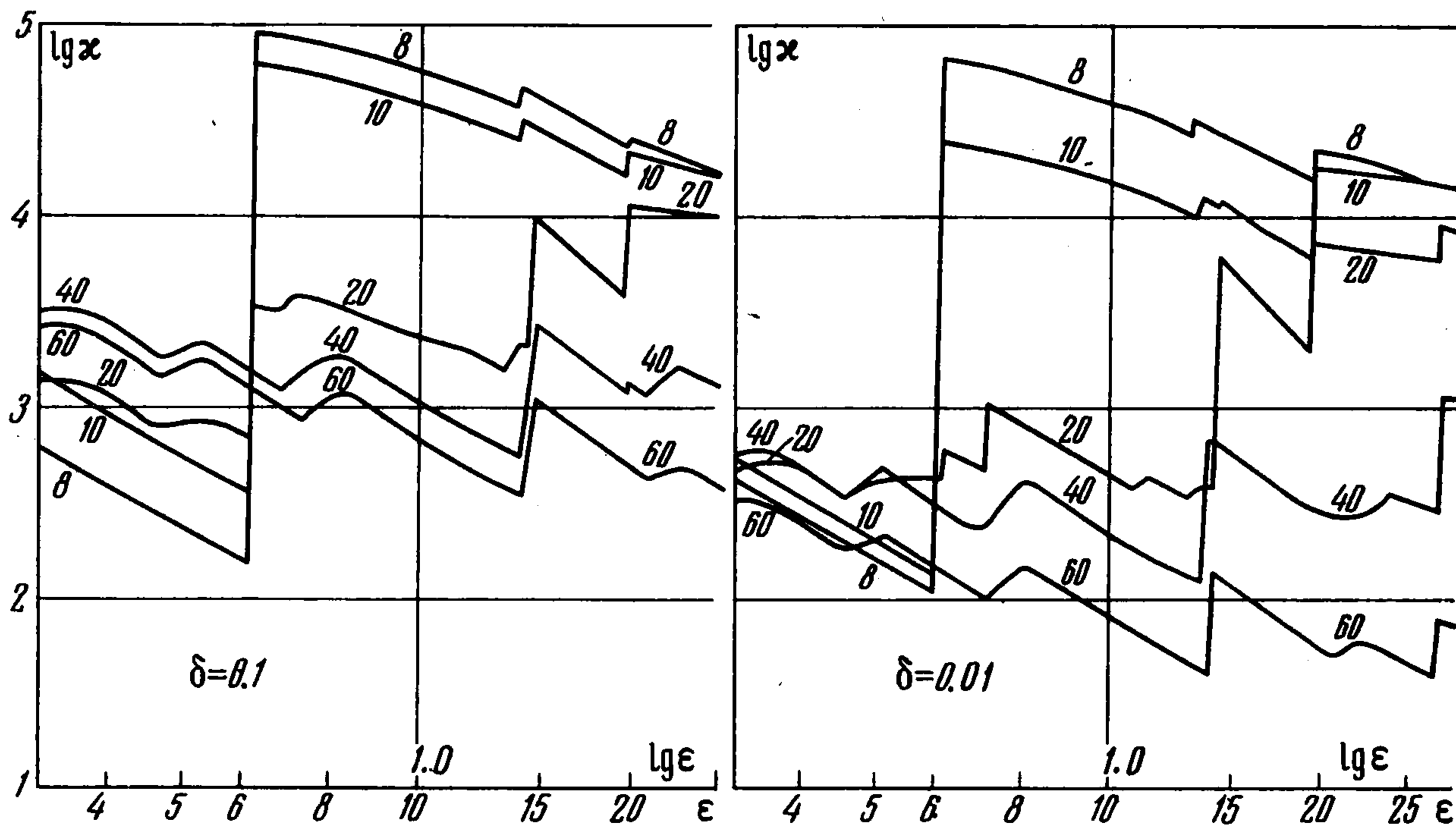
При условии (5.1) для любого распределения температуры и плотности групповая оптическая толщина пропорциональна спектральной оптической толщине

$$\tau_i = K_i^\circ \int_0^m G_i(T, \rho) dm, \quad \tau_\varepsilon = \frac{K_i(\varepsilon)}{K_i^\circ} \quad (5.4)$$

Очевидно, что при этом спектр излучения в некоторой точке, искаженный по сравнению со спектром источника благодаря поглощению в лежащих «над» этой точкой слоях вещества, зависит только от  $\tau_i$  и  $\varepsilon$ , а коэффициенты в осредненных уравнениях, полученные путем интегрирования по  $\varepsilon$ , зависят только от  $\tau_i$  (для данного спектра источника). Таблицы зависимостей  $\xi_i$  и  $c_i$  от  $\tau_i$  могут быть составлены заранее.

Обратим внимание на то, что здесь не требуется какого-либо специального вида самих функций  $K_i$  и  $G_i$  и чтобы они были одинаковыми в различных группах. Так, для одной группы с увеличением  $T$  прозрачность может увеличиваться, а для другой — уменьшаться, но это должно происходить для всей группы в целом. Отметим, что выполнение условия (5.1) означает одинаковый вид  $\kappa(\varepsilon)$  внутри данной группы при всех температурах и плотностях. Этому требованию удовлетворяет, например, степенной и кусочно-степенной вид  $\kappa(\varepsilon)$  при постоянных показателях степеней и при неизменных скачках коэффициентов поглощения на границах подгрупп и произвольным образом изменяющихся в скачках на границах групп.

Ситуация, близкая к описанной предельной, может возникнуть в действительности. Для случая полностью ионизованного газа [4] в коротковолновой части ( $\epsilon \gg T$ ) спектра  $\kappa \sim \epsilon^{-3}$ , а в длинноволновой ( $\epsilon \ll T$ ) имеем  $\kappa \sim \epsilon^{-2}$ . То же верно и для непрерывного поглощения «мягкого» излучения в однократно и многократно ионизованном



Фиг. 2

Фиг. 3

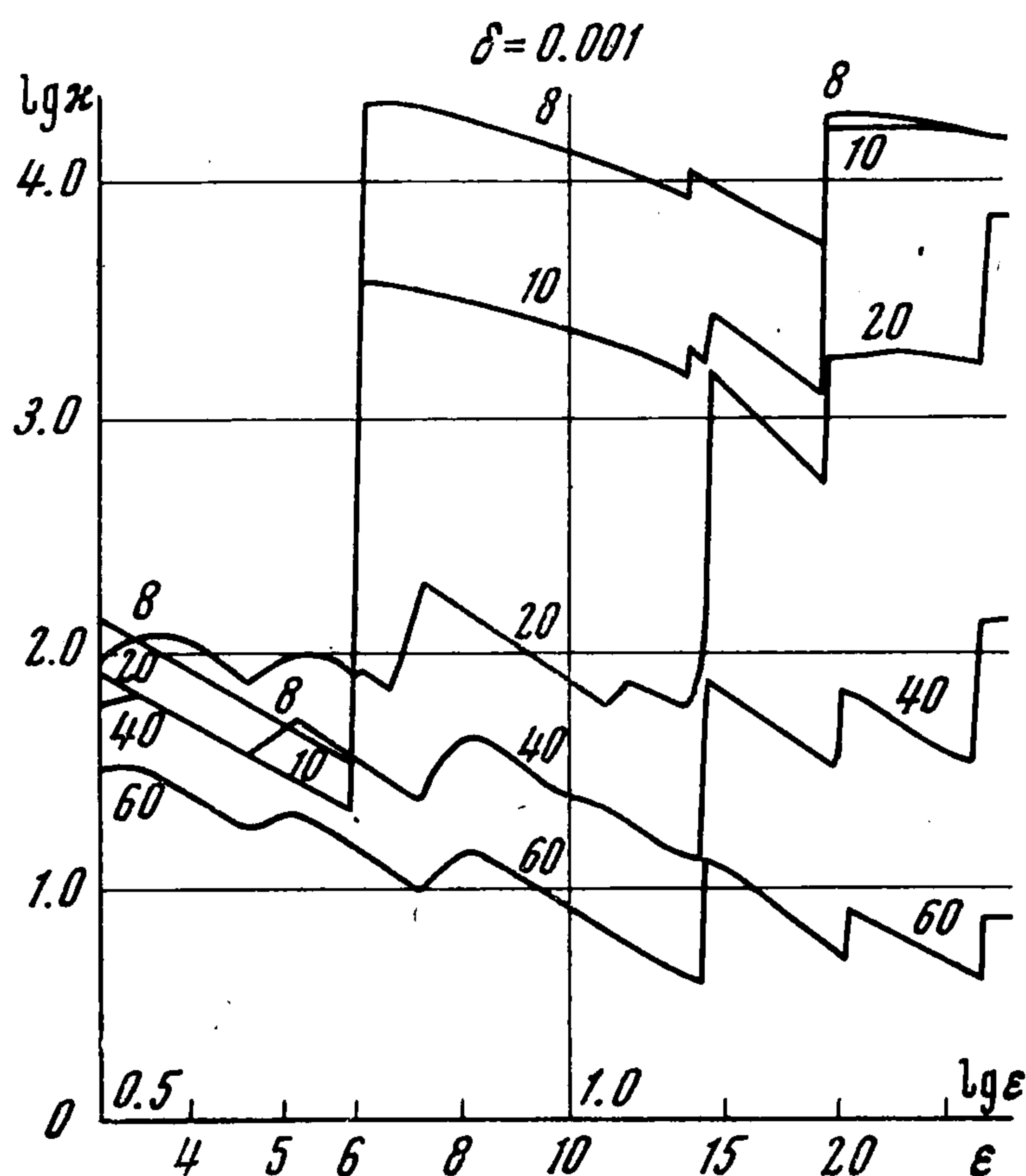
газе. Справедливо это и для достаточно жесткого излучения, поглощающегося в веществе благодаря фотоэффекту с глубоких оболочек атома, не затронутых ионизацией. В этом случае коэффициент поглощения вообще не зависит от  $T$  и  $\rho$  в достаточно широком диапазоне этих параметров, и поэтому можно сформировать всего лишь одну группу — при произвольном изменении  $\kappa(\epsilon)$ .

В общем случае при сложной зависимости  $\kappa(\epsilon, T, \rho)$  казалось бы потребуется большое число групп.

Однако, во-первых, в данную группу не обязательно должны входить соприкасающиеся интервалы спектра (подгруппы).

Во-вторых, требование одинакового закона изменения  $\kappa$  с  $\epsilon$  или  $T$  и  $\rho$  не обязательно должно выполняться для всего диапазона этих параметров, а лишь для наиболее существенных (например, наиболее важных частей спектра, определяемых из энергетических или иных дополнительных соображений).

В-третьих, сами группы можно формировать таким образом, чтобы как можно лучше выполнялось условие (5.1).



Фиг. 4

На фиг. 2—4 показаны зависимости коэффициентов непрерывного поглощения паров алюминия для нескольких температур (цифры соответствуют  $T$  в  $10^3$  K) и плотностей ( $\delta$  — относительная плотность;  $\delta = \rho / \rho_L$ ; при  $\delta = 1$  число атомов и ионов равно числу Лошмидта, для Al при этом  $\rho_L = 1,20 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>). Расчет проведен по прось-

бе автора В. А. Онищуком по методу Берджеса — Ситона [10] (ионизационный состав рассчитан по системе уравнений Саха [4] автором и Л. П. Маркеловой).

Здесь приведены лишь значения  $\kappa$  в области  $\varepsilon$  до 25 эв, что соответствует предельной энергии квантов во взрывном источнике [8,9], использующем в качестве рабочего газа гелий (имеющий наивысший потенциал ионизации (24.6 эв) среди всех благородных газов). Как показывают оценки по теории [4] и эксперименты [9], максимальная температура, при которой еще возникает экранировка фронта ударной волной, составляет около 8—9 эв (при этом плотность потока излучения, выходящего с фронта, достигает около 150 мвт/см<sup>2</sup>). Следовательно, с помощью такого источника можно нагреть пары вплоть до 80.000° К.

Как видно из фиг. 2—4, в рассматриваемом диапазоне  $T$  и  $\varepsilon$  число групп сравнительно невелико (для расчетов, не требующих большой точности, можно использовать 3—4 группы). При учете линий положение осложняется, но и здесь можно использовать те же соображения, выделяя линии с одинаковым контуром [11]. Формально метод применим при произвольной зависимости  $\kappa$  от  $\varepsilon$ ,  $T$  и  $\rho$ . Более того, нет сомнений в его эффективности в большинстве случаев. В самом деле, «дополнительная работа» — вычисление  $\psi_\varepsilon^\pm$ ,  $c_\varepsilon^\pm$ ,  $g_\varepsilon^\pm$ ,  $\varphi_\varepsilon^\pm$ ,  $\langle \kappa \rangle^\pm$ ,  $c_i^\pm$ ,  $g_i^\pm$ ,  $\eta_i^\pm$  или  $\xi_i^\pm$  не слишком превышает по своему объему вычисление (путем интегрирования  $J_\varepsilon$ ) величин  $U_\varepsilon^\pm$  и  $U_i^\pm$  и заведомо меньше работы по вычислению  $J_\varepsilon$ . Поэтому уменьшение вычислительной работы возникает даже при весьма частом осреднении — через один расчетный слой. Если же осреднение проводится редко, то получающееся упрощение является весьма существенным и становится даже принципиальным, так как решение многих нестационарных задач с непосредственным интегрированием уравнений переноса является, даже при применении современной вычислительной техники, невыполнимым. Повышению эффективности указанного метода для многих задач (например, о воздействии на поверхность твердого тела и образовавшийся слой паров мощных потоков излучения) способствует то обстоятельство, что с газодинамической точки зрения происходящие процессы являются медленными: за время воздействия звуковые возмущения многократно успевают распространиться по нагреваемому слою и выработать сравнительно медленно меняющийся профиль температуры и плотности.

Следует отметить, что указанный метод можно обобщить и на неоднородный случай, а также на случай, когда отсутствует локальное термодинамическое равновесие.

6. В дальнейшем будем рассматривать случай, когда (5.1) выполняется достаточно точно во всем рассматриваемом диапазоне  $\varepsilon$ ,  $T$  и  $\rho$ .

Если спектр излучения источника неизменен, то осреднение уравнений можно произвести всего лишь один раз; если спектр меняется медленно, то осреднение можно производить редко и в промежуточные моменты времени использовать интерполяцию коэффициентов  $s$  и  $\xi$ . При неизменном спектре задача о действии излучения источника сплошного спектра будет сведена к задаче о действии нескольких (по числу групп) или одного (при интегрировании по всему спектру) эквивалентных лазеров, но как бы с изменяющейся в процессе распространения (заранее известным образом) энергией квантов.

Пусть коэффициент поглощения является степенной функцией

$$K(\varepsilon) = K(\varepsilon/\varepsilon_0)^s \quad (6.1)$$

Тогда для планковского спектра источника будем иметь

$$\langle \kappa \rangle^\circ = \kappa^p = \frac{15}{\pi^4} \kappa_T \Gamma(s-3) \zeta(s-3) \quad (6.2)$$

где  $\Gamma(x)$  — гамма-функция,  $\zeta(x)$  — дзета-функция Римана, а  $\kappa_T$  — коэффициент поглощения при  $\varepsilon = T$ .

Для Релей — Джинсовского спектра (4.12) будем иметь

$$\langle \kappa \rangle^\circ = 3\kappa_m / (3 - s) \quad (6.3)$$

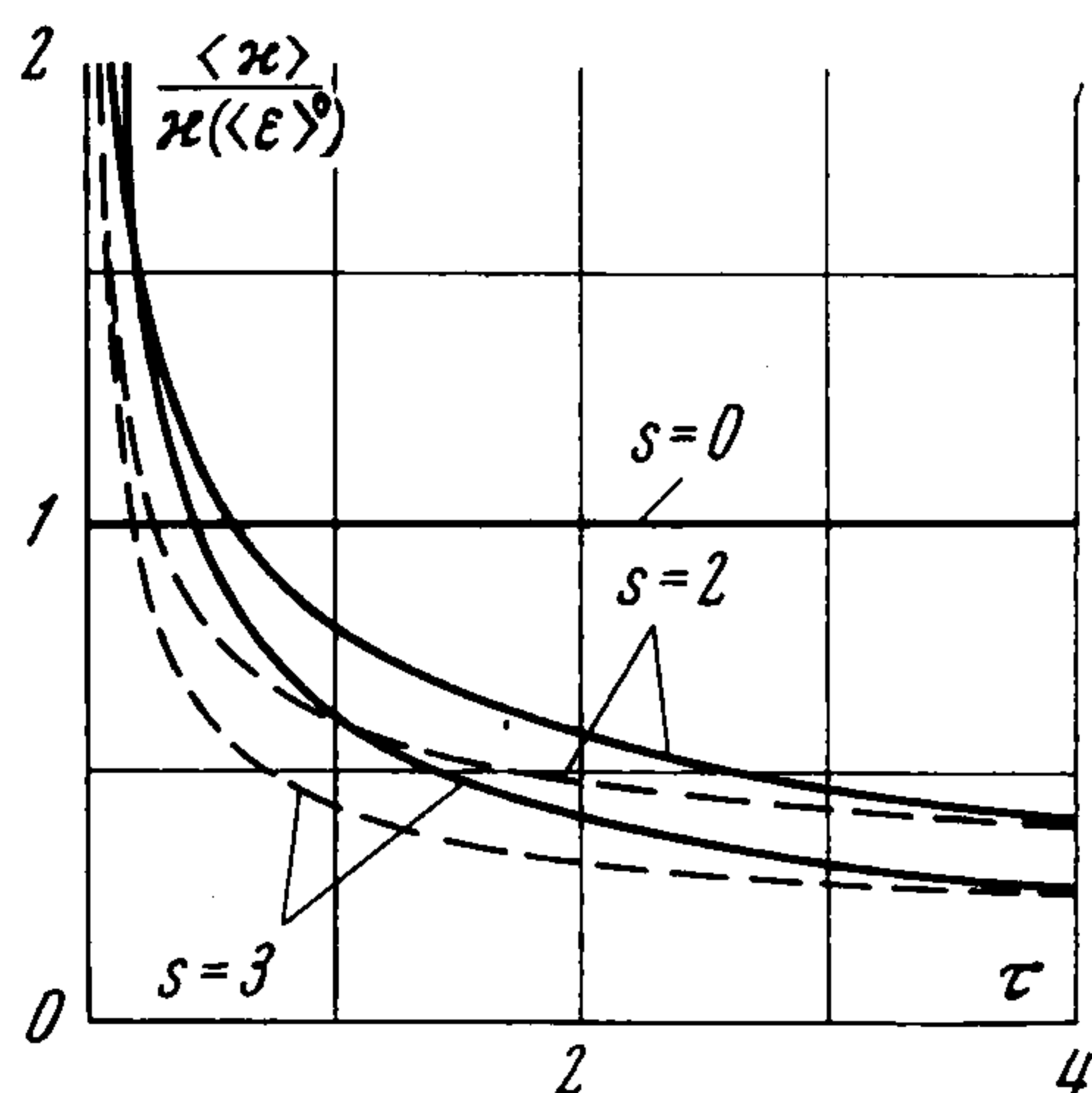
Средняя энергия квантов планковского спектра  $\langle \epsilon \rangle^p = 4.037T$ , а для (4.12)  $\langle \epsilon \rangle^\circ = 3/4\epsilon_m$ . Поэтому очевидно, что и в том, и в другом случае имеет место заметное отличие поверхностного среднего коэффициента поглощения от  $\kappa(\langle \epsilon \rangle^\circ)$ . Эта последняя величина или коэффициент поглощения, осредненный на оптической толщине  $\tau$  порядка единицы, лучше соответствует значению  $\langle \kappa \rangle$  в той области, где выделяется основная часть энергии источника.

На фиг. 5 показана зависимость  $\xi = \langle \kappa \rangle / \kappa(\langle \epsilon \rangle^\circ)$  от  $\tau$  для случая интегрирования по всему спектру, первоначально являвшегося планковским. Пунктиром показана зависимость для случая, когда начальный спектр является «полочкообразным»

$$\varphi_\epsilon = 1 / (\epsilon_m - \epsilon_0), \quad \epsilon_0 \leq \epsilon \leq \epsilon_m \quad (6.4)$$

Последний качественно передает характер спектра слоя многократно ионизированной плазмы, нагретой излучением ОКГ и испускающей излучение объемным образом. В этом случае  $\langle \epsilon \rangle^\circ = 1/2(\epsilon_m + \epsilon_0)$ .

Оптическая толщина определяется здесь следующим образом:



Фиг. 5

$$\tau = \int_0^m \kappa^\circ dm, \quad \kappa^\circ = \kappa(\langle \epsilon \rangle^\circ) \quad (6.5)$$

Решение осредненного уравнения переноса легко представить в виде, аналогичном случаю монохроматического направленного излучения

$$q = q^\circ \exp(-\tau_e), \quad \tau_e = \int_0^\tau \frac{\xi(\tau)}{c(\tau)} d\tau \quad (6.6)$$

Здесь  $\tau_e$  — эффективная оптическая толщина,  $q^\circ$  — плотность потока излучения источника.

Из фиг. 5 следует, что зависимость  $\xi(\tau)$  для существенно различных спектров (планковского — с резко выраженным максимумом и полочкообразного — вообще без всякого максимума) не сильно отличается.

Это дает основание надеяться на то, что плавное изменение форм спектра источника и в других случаях (не только при условии выполнения (6.1)) не будет приводить к резкому изменению зависимости  $\xi(\tau)$  и осреднения потребуется проводить достаточно редко.

Из фиг. 5 следует также, что при различных (но качественно одинаковых) зависимостях  $\kappa(\epsilon)$ , а именно при условии (6.1) для случая  $s = 2$  и  $s = 3$ , зависимость  $\xi(\tau)$  не слишком сильно изменяется. Расчеты по (6.6) с использованием зависимостей  $\xi(\tau)$ , представленных в графической форме на фиг. 5, показывают, что при  $\tau \approx 0.5$  плотность потока излучения источника сплошного спектра (планковского или полочкообразного) при различных  $s$  примерно одинакова с этой же величиной для монохроматиче-

ского источника ( $s = 0$ ). К тому же в этой области  $\xi \approx 1$ , т. е. примерно одинакова и интенсивность энерговыделения

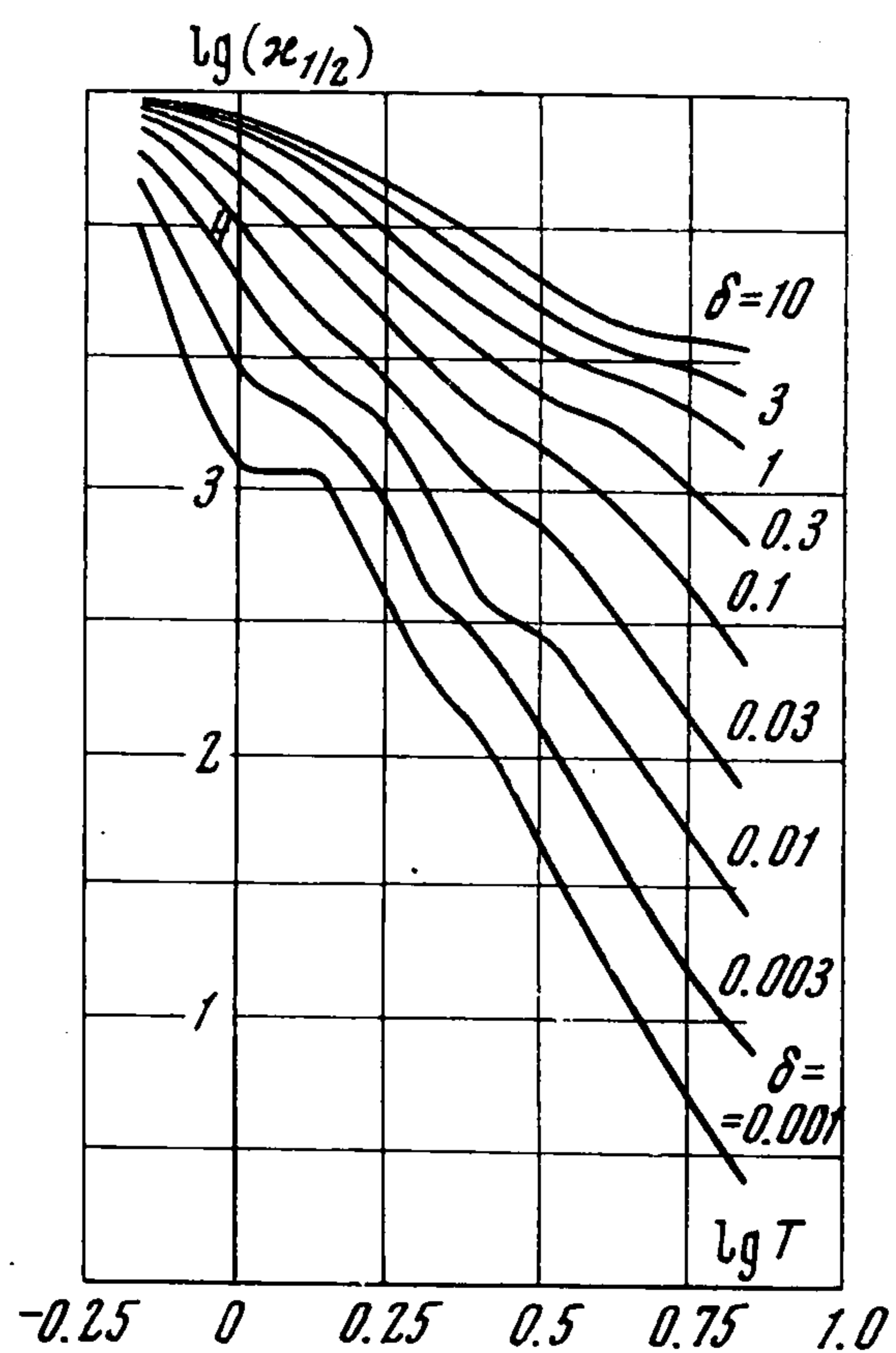
$$f^* = - \frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\xi}{c} q^0 \kappa^0 \exp(-\tau_e) \quad (6.7)$$

Заметим, что именно в этой области выделяется основная часть энергии излучения.

Для проведения грубых первоначальных оценок величин параметров газа, нагреваемого источником излучения сплошного спектра, можно рекомендовать использовать принцип «эквивалентности», т. е. приближенные и автомодельные решения аналогичных задач о действии источника монохроматического излучения (эквивалентного «лазера»), например, описанные в [6,7,12,14], методы и программы численного решения таких нестационарных задач. При этом аналитические или табличные зависимости  $\kappa(\epsilon_0, T, \rho)$ , где  $\epsilon_0$  — энергия излучения монохроматического источника, должны быть заменены на  $\kappa(\langle \epsilon \rangle^0, T, \rho)$  или на  $\kappa_{1/2}(T, \rho)$  — коэффициент поглощения, осредненный на такой оптической толщине, где плотность потока излучения  $q = 1/2 q_0$ .

На фиг. 6 показана зависимость  $\kappa_{1/2}$  ( $\text{см}^2/\text{г}$ ) для паров алюминия от температуры  $T$  ( $\text{эв}$ ) и относительной плотности  $\delta = \rho / \rho_L$ . При этом осреднялись зависимости  $\kappa(\epsilon, T, \rho)$ , которые для некоторых  $T$  и  $\rho$  представлены на фиг. 2—4. Спектр источника считался планковским при  $T = 8 \text{ эв}$  и «обрезанным» вследствие поглощения перед фронтом излучающей ударной волны при  $\epsilon = 24.6 \text{ эв}$  (гелиевый взрывной источник, упомянутый выше).

Конечно, при замене  $\xi(\tau)$  на  $\xi = 1$  будет недостаточно переданы детали распределения выделяющейся энергии по толщине нагреваемого вещества, но многие интегральные характеристики определены верно. Это относится, в частности, к величине среднего давления в слое нагреваемого излучением и разлетающегося газа.



Фиг. 6

В работе [14] автором рассмотрена автомодельная задача о движении непрерывно нагреваемого излучением слоя газа постоянной массы для случая, когда интенсивность энерговыделения можно описать функцией вида

$$f = f^0(t)F(m) \quad (6.8)$$

Пусть  $\kappa$  не зависит от  $\epsilon$  и  $\rho$  и спектр излучения источника неизменен по времени. Тогда характерная масса нагреваемого слоя газа не будет зависеть от его нагрева и движения и останется постоянной. В этом случае выполняется (6.8), причем

$$f^0 = q^0 \kappa^0, \quad F(\tau) = \frac{\xi(\tau)}{c(\tau)} \exp[-\tau_e(\tau)], \quad \tau = \kappa^0 m \quad (6.9)$$

Пусть излучение падает на вещество из вакуума:  $p = 0$  при  $m = 0$ . Для случая  $q^0 = \text{const}$  из решения автомодельной задачи следует, что дав-

ление на неподвижной поверхности, ограничивающий нагреваемый газ в точке  $m = m_0$  (полная масса газа), определяется следующим образом:

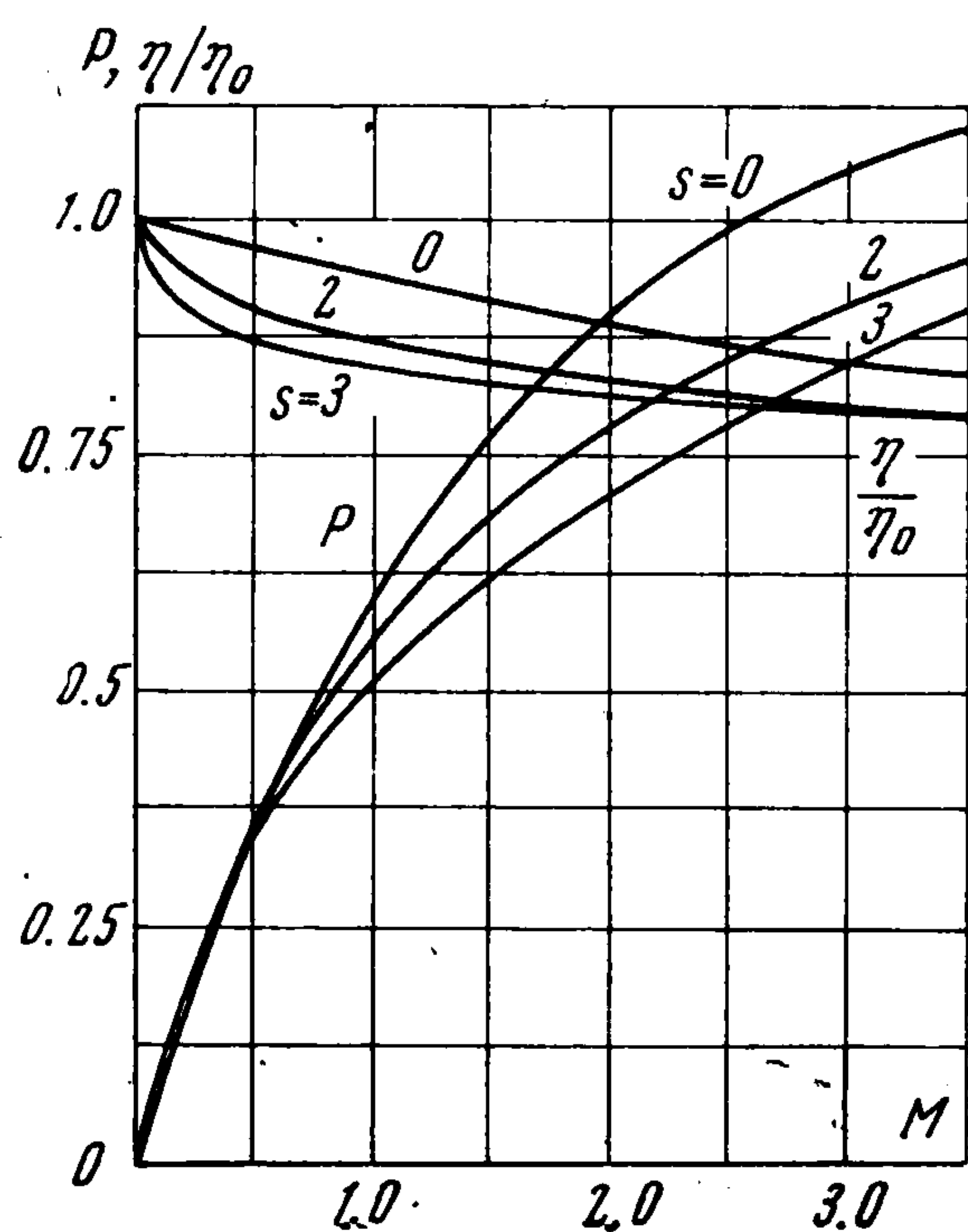
$$p^{\circ} = \left( \frac{3q^{\circ}\kappa^{\circ}(\gamma-1)}{2t(3\gamma-1)} \right)^{1/2} P(M), \quad M = \kappa^{\circ}m_0 \quad (6.10)$$

Показатель адиабаты  $\gamma$  считается постоянным,  $M$  — безразмерная масса нагреваемого слоя, в данном случае совпадающая с его оптической толщиной.

Величина безразмерного давления  $P(M)$  находится из решения задачи

$$\begin{aligned} P \frac{d^2 P}{d\tau^2} &= F(\tau); & P &= 0, & \tau &= 0 \\ \frac{dP}{d\tau} &= 0, & \tau &= \kappa^{\circ}m_0 = M \end{aligned} \quad (6.11)$$

На фиг. 7 представлены результаты решения этого уравнения для случая, когда  $\zeta(\tau)$  представляет собой функцию, изображенную на фиг. 5, т. е. для планковского спектра и при степенной зависимости  $\kappa(\epsilon)$ . Для простоты здесь мы ограничимся случаем  $s = 1$ . Результаты для полочкообразного спектра (6.4) очень близки к результатам



Фиг. 7

для планковского спектра, и поэтому не показаны на фиг. 7.

Как видно, значение  $P(M)$  для  $s = 2$  и  $s = 3$  не сильно отличается между собой и даже для значений для случая  $s = 0$  (монохроматический источник или постоянный коэффициент поглощения) — простой экспоненциальный закон энерговыделения. Этот результат легко понять на основании следующего.

Решение (6.11) можно представить в виде, указанном Е. М. Рабиновичем [14]

$$P(M) = \lambda \int_0^M \sqrt{F(\tau)} d\tau \quad (6.12)$$

Если положить  $\lambda = 1$ , это будет соответствовать отсутствию перераспределения энергии, выделившейся в данной частице вещества в процессе гидродинамического движения. Для равномерного по массе энерговыделения  $\lambda = \lambda_0 = \sqrt{2/\pi} \approx 0.798$ . Для других случаев  $\lambda$  можно найти из решения (6.11). Укажем, что отличие  $\lambda$  от  $\lambda_0$  обычно невелико (фиг. 7). Как следует из (6.12), величина  $P$  (и  $p^{\circ}$ ) определяется как величиной выделившейся энергии, так и массой слоев вещества, в которых происходит такое выделение энергии. Из фиг. 5 следует, что на поверхности имеет место интенсивное выделение энергии ( $\xi \gg 1$ ), но оно протекает в слое малой массы ( $\tau \ll 1, m \ll 1/\kappa^{\circ}$ ). В глубоких слоях достаточно большой массы ( $\tau \gg 1, m \gg 1/\kappa^{\circ}$ ) энергии выделяется мало. Поэтому значительная часть импульса создается в слоях  $\tau \approx 1$ , где  $\langle \kappa \rangle \approx \kappa^{\circ}$  и  $\xi \approx 1$ .

В задачах, где требуется определять величину давления, необходимо как можно более точно учитывать те части спектра, в которых кванты обладают достаточно большой проникающей способностью, т.е. где коэффициент поглощения мал. Здесь ситуация совершенно противоположна задачам об определении интенсивности испускания излучения единицей объема, где главную роль играют обычно те участки спектра, для которых коэффициент поглощения достаточно велик.

К аналогичным выводам автор статьи и В. М. Кроль пришли в [13], анализируя автомодельную задачу о разлете нагреваемого излучением сплошного спектра газа для случая, когда  $\kappa$  является степенной функцией  $\epsilon$  и  $\rho$ . Эта задача является обобщением на случай сплошного спектра задачи [12] о распространении по веществу, нагреваемому излучением монохроматического источника и разлетающемся в вакуум самосогласованной волны разрежения и энерговыделения. Заметим, что вообще для случая, когда выполняется (5.1) и спектр является неизменным, все автомодельные задачи о нагреве газа монохроматическим излучением имеют аналог (во всяком случае формальный) для случая нагрева источником сплошного спектра (при этом, конечно, накладываются те же дополнительные требования, например, степенной вид  $\kappa(\epsilon, \rho)$ ,  $\gamma = \text{const}$ ).

Реально условия автомодельности обычно полностью не выполняются (показатель адиабаты  $\gamma$  не постоянен, коэффициент поглощения нельзя представить степенной функцией  $\epsilon$  и  $\rho$  во всем диапазоне изменения этих параметров и т.д.), но часто движение вещества осуществляется в режимах, близких к автомодельным. Следовательно, для таких случаев осреднение потребуется проводить достаточно редко, ибо в автомодельной задаче спектр излучения, диаграмма направленности, а с ними средние косинусы и коэффициенты искажения зависят только от автомодельной переменной.

Благодарю В. А. Онищука за предоставленные им результаты расчетов коэффициентов поглощения паров алюминия.

Поступила 27 III 1970

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ч а н д р а с е к а р С. Перенос лучистой энергии. М., Изд-во иностр. лит., 1953.
2. У н з о л ь д А. Физика звездных атмосфер. М., Изд-во иностр. лит., 1949.
3. М у с т е л ь Э. Р. Звездные атмосферы. М., Физматгиз, 1960.
4. З е л ь д о в и ч Я. Б., Р а й з е р Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966, стр. 289—293.
5. Г о л ь д и н В. Я. Квазидиффузионный метод решения кинетического уравнения. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1964, т. 4, вып. 6.
6. Н е м ч и н о в И. В. Некоторые нестационарные задачи переноса тепла излучением. ПМТФ, 1960, № 1.
7. Н е м ч и н о в И. В. Стационарный режим движения нагреваемых излучением паров вещества при наличии бокового растекания. ПММ, 1967, т. 31, вып. 2.
8. Ж а р и к о в И. Ф., Н е м ч и н о в И. В., Ц и к у л и н М. А. Исследование воздействия на твердое вещество светового излучения, полученного при помощи источника взрывного типа. ПМТФ, 1967, № 1.
9. З а ц е п и н Ю. А., П о п о в Е. Г., Ц и к у л и н М. А. Яркость фронта ударных волн в некоторых газах. ЖЭТФ, 1968, т. 54, вып. 1.
10. Г р и м Г. Спектроскопия плазмы. М., Атомиздат, 1969.
11. О н у ф р и е в А. Т., С е в а с т ь я н е н к о В. Г. Перенос лучистой энергии в спектральных линиях с учетом реабсорбции. ПМТФ, 1966, № 2.
12. А ф а н а с ь е в В. В., К р о л ь В. М., К р о х и н О. Н., Н е м ч и н о в И. В. Газодинамические процессы при нагревании вещества излучением лазера. ПММ, 1966, т. 30, вып. 6.
13. К р о л ь В. М., Н е м ч и н о в И. В. Автомодельные движения газа, нагреваемого неравновесным излучением сплошного спектра. ПМТФ, 1968, № 5.
14. Н е м ч и н о в И. В. Разлет плоского слоя газа при постепенном выделении энергии. ПМТФ, 1961, № 1.
15. Г е р м о г е н о в а Т. А., С у ш к е в и ч Т. А. Решение уравнения переноса методом средних потоков. Вопросы физики защиты реакторов, М., Атомиздат, 1969, вып. 3.
16. Г о л ь д и н В. А., Д а н и л о в а Г. В., Ч е т в е р у ш к и н Б. Н. Приближенный метод расчета нестационарного кинетического уравнения. Сб. «Вычислительные методы в теории переноса». М., Атомиздат, 1969.