

## О ПОДЪЕМНОЙ И БОКОВОЙ СИЛАХ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ТЕЛО В ТРАНСЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

Е. Д. Терентьев (Москва)

Вычисления подъемной и боковой сил, действующих на тело, по параметрам возмущенного потока для диссипирующего газа были проведены в работе [1], а для идеального газа в работе [2]. Трехмерные течения невязкого газа со звуковой скоростью на бесконечности рассматривались в работе [3]. В работе [1] рассматривался спутный вязкий ламинарный след и проводилось сопряжение радиальной и тангенциальной составляющих скоростей внешнего потока с соответствующими составляющими скорости в следе, а в работе [2] указывалось на возможность такого сопряжения.

Ниже найдено распределение подъемной и боковой сил между следом и внешним течением как в случае вязкого, так и в случае идеального газов во внешнем течении.

В области сопряжения решений, т. е. для внешнего течения при  $r \rightarrow 0$ , радиальная и тангенциальная составляющие скорости газа имеют вид

$$\begin{aligned} v_r' &= -a_* \frac{\varepsilon''}{\Delta''} B_1 \frac{L^2}{r^2} (C_1 \sin \theta + C_2 \cos \theta) \\ v_\theta' &= -a_* \frac{\varepsilon''}{\Delta''} B_1 \frac{L^2}{r^2} (C_2 \sin \theta - C_1 \cos \theta) \end{aligned} \quad (1)$$

Переходя в область сопряжения решений из следа, т. е. при  $r \rightarrow \infty$ , для соответствующих составляющих скорости имеем

$$\begin{aligned} v_r &= a_* \varepsilon' \frac{1}{2\pi} \frac{l^2}{r^2} (C_z \sin \theta + C_y \cos \theta) \\ v_\theta &= a_* \varepsilon' \frac{1}{2\pi} \frac{l^2}{r^2} (C_y \sin \theta - C_z \cos \theta) \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $a_*$  — критическая скорость звука,  $\varepsilon''$ ,  $\Delta''$ ,  $\varepsilon'$  — числовые параметры, которые по величине значительно меньше единицы,  $l$  и  $L$  — некоторые характерные размеры,  $B_1$  — постоянная,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_y$  и  $C_z$  — постоянные, связанные с подъемной и боковой силами. Приравняв составляющие скоростей (1) и (2), получим связь между постоянными  $C_1$ ,  $C_z$  и  $C_2$ ,  $C_y$

$$C_1 = -\frac{\varepsilon' \Delta''}{\varepsilon''} \frac{1}{2\pi B_1} \left(\frac{l}{L}\right)^2 C_z, \quad C_2 = -\frac{\varepsilon' \Delta''}{\varepsilon''} \frac{1}{2\pi B_1} \left(\frac{l}{L}\right)^2 C_y \quad (3)$$

Подъемную и боковую силы разобьем на два слагаемых: одно из них будет представлять ту часть  $F_i'$  сил, которую дает интегрирование тензора плотности потока импульса  $\pi_{ij}$  по площади следа, второе — ту часть сил, которая получается от интегрирования функций внешнего потока. Очевидно  $F_i = F_i' + F_i''$ . Согласно работе [1], для  $F_i'$  получим

$$F_y' = -\rho_* a_*^2 \varepsilon' l^2 C_y, \quad F_z' = -\rho_* a_*^2 \varepsilon' l^2 C_z \quad (4)$$

и, используя (3), для  $F_i''$  имеем

$$F_y'' = -1/2 \rho_* a_*^2 \varepsilon' l^2 C_y, \quad F_z'' = -1/2 \rho_* a_*^2 \varepsilon' l^2 C_z \quad (5)$$

Сравнивая формулы (4) и (5), находим, что между слагаемыми имеет место соотношение<sup>1</sup>

$$F_y'' / F_y' = 1/2, \quad F_z'' / F_z' = 1/2$$

Перейдем к случаю, когда внешнее течение описывается в рамках идеального газа. В переходной области, следуя работам [2, 3], радиальная и тангенциальная скорости имеют вид

$$\begin{aligned} v_r'' &= -a_* H_{12} r^{-2} (C_y' \cos \theta + C_z' \sin \theta) \\ v_\theta'' &= -a_* H_{12} r^{-2} (C_y' \sin \theta - C_z' \cos \theta) \end{aligned} \quad (6)$$

<sup>1</sup> В работе [1] в выводе формул для полных сил  $F_y$  и  $F_z$  допущены ошибки.

где  $H_{12}$  — постоянная, а  $C_y'$ ,  $C_z'$  — постоянные, связанные с подъемной и боковой силами. Приравнивая (2) и (6), получим связь между  $C_y'$ ,  $C_y$  и  $C_z'$ ,  $C_z$

$$C_y' = -\frac{\varepsilon' l^2}{2\pi H_{12}} C_y, \quad C_z' = -\frac{\varepsilon' l^2}{2\pi H_{12}} C_z \quad (7)$$

Определяя вклад, который дает внешнее течение в подъемную и боковую силы, и используя (7), получим

$$F_y'' = -\frac{1}{2} \rho_* a_*^2 \varepsilon' l^2 C_y, \quad F_z'' = -\frac{1}{2} \rho_* a_*^2 \varepsilon' l^2 C_z \quad (8)$$

Формулы (4) и (8) показывают, что и для идеального внешнего течения имеет место соотношение такое же, как и для диссипирующего газа во внешнем течении, и по следу определяется  $\frac{2}{3}F_y$  и  $\frac{2}{3}F_z$ , а по внешнему течению —  $\frac{1}{3}F_y$  и  $\frac{1}{3}F_z$ .

Полученное совпадение не случайное, так как поток поперечных составляющих импульса, вычисленный по части контрольной поверхности, которая проходит по следу, не зависит от того, на каком расстоянии от тела проходит эта поверхность, поэтому поток импульса, уносимый внешним течением, не зависит от того, в рамках какого газа рассматривается это течение и должен быть одинаков как для идеального, так и для диссипирующего газов.

Автор благодарит О. С. Рыжова за советы и внимание.

Поступила 5 XI 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рыжов О. С., Терентьев Е. Д. О возмущениях, которые связаны с созданием подъемной силы, действующей на тело в трансзвуковом потоке диссипирующего газа. ПММ, 1967, т. 31, вып. 6.
2. Десперов В. Н., Рыжов О. С. О пространственном обтекании тел звуковым потоком идеального газа. ПММ, 1968, т. 32, вып. 2.
3. Тоугнеттне G. Sur un schéme d'écoulement sonique, tridimensionnel, en aval de l'onde de choc, en fluide parfait. C. R. Acad. Sci., 1968, t. 267, No. 19.

### КРИТЕРИИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ В СЖИМАЕМОЙ, ВЯЗКОЙ И ТЕПЛОПРОВОДНОЙ ЖИДКОСТИ

М. Ш. Гитерман, В. А. Штейнберг

(Москва)

Получены основные уравнения свободной конвекции в сжимаемой, вязкой и теплопроводной жидкости, причем отличие от несжимаемой жидкости сведено к появлению двух безразмерных параметров, предельные переходы по которым приводят к критериям Рэлея и Шварцшильда. Задача решается методом Бубнова — Галеркина. Из параметров жидкости составлено три характерных параметра размерности длины, и ответ (критический градиент температуры, при котором начинается конвекция) представлен в таком виде, что сравнение высоты слоя жидкости с этими параметрами позволяет указать, какой критерий имеет место в каждом случае.

§ 1. Механическое равновесие находящейся в поле тяжести неравномерно нагретой жидкости устойчиво при подогреве снизу, если градиент температуры во всей массе жидкости постоянен и не превышает некоторого критического значения [1]. Если это условие не выполнено, то в жидкости возникают внутренние движения (свободная конвекция), стремящиеся выравнять температуру по всему объему жидкости.

Движущей силой, вызывающей конвективное движение, является тепловое расширение жидкости, а препятствуют такому движению, стремясь вернуть жидкость в исходное состояние, изменение плотности из-за гидростатического давления и возникающие при движении жидкости диссипативные процессы.