Прикладная математика и механика. Том 34, 1970

ОДНА ОПТИМАЛЬНАЯ ЗАДАЧА НАВЕДЕНИЯ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ПРИ ПОМОЩИ ГИРОСКОПА

В. С. Милева

(София)

Рассматривается применение гироскопов для управления ориентацией и стабилизации космических летательных устройств в случае больших углов.

Изучается простейшая постановка этой нелинейной задачи. Искусственный спутник Земли несет уравновешенный двухстепенный гироскоп в кардановом подвесе в качестве управляющего исполнительного органа. Центр инерции гироскопа совпадает с центром инерции корпуса спутника, а ось наружного кольца параллельна одной из главных осей инерции корпуса. Предполагается, что на систему не действуют внешние моменты, и, следовательно, ее вектор момента количества движения остается неизменным.

После стабилизации углового положения спутника на орбите, т. е. после ликвидации начальных угловых скоростей корпуса, весь момент количества движения несет на себе гироротор. Поворот корпуса можно осуществить, меняя положение оси гироротора; управлениями считаются моменты M_α и M_β, действующие на оси колец карданова подвеса. Углы поворота колец карданова подвеса α и β называются углами управления

Полученные результаты имеют в основном качественный характер, однако их можно применить для итерационного метода и построить более точное решение.

В рассмотренном режиме управления одно из двух управлений β меняется релейным образом. Изменение же угла α, т. е. поворот наружного кольца между начальным и конечным быстрыми поворотами, совершается по периодическому закону, и зависит от угла нутации ϑ и инерционной характеристики корпуса.

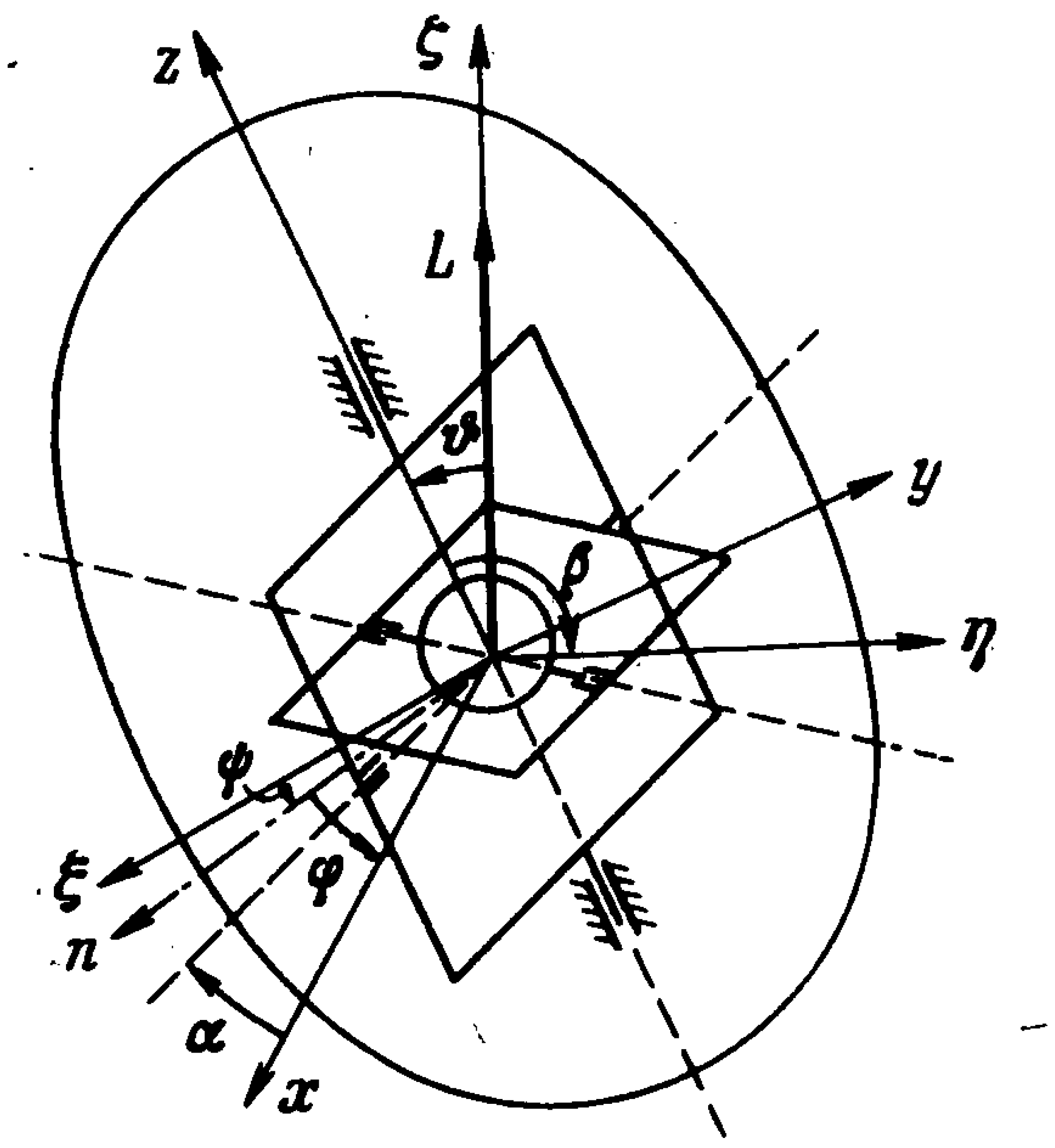
Во время наведения ось z описывает на неподвижной единичной сфере петлеобразные (при $n < 0$) или волнообразные (при $n > 0$) кривые, ограниченные двумя параллелями, для которых $\sin \vartheta = \pm n$. Точки самопересечения петель или точки перегиба волн определяются условием $\vartheta = \vartheta_0$.

Пусть известно начальное положение корпуса спутника, и требуется осуществить некоторую переориентацию, т. е. задано его конечное положение в пространстве. При повороте оси гироротора в корпусе спутника и в инерциальном пространстве корпус спутника приобретает угловую скорость, согласно закону сохранения момента количества движения. Закон изменения управлений M_α и M_β и время поворота необходимо выбрать так, чтобы корпус совершил требуемую переориентацию. Очевидно, задача является неоднозначной. Ставится оптимальная задача; в качестве критерия оптимальности принимается время совершения поворота. Притом отсутствуют ограничения на управляющие моменты M_α и M_β и на время наведения, которое в данном случае тоже играет роль управления и не является независимым от требуемого поворота.

1. Уравнения движения. Введем две системы координат (фиг. 1): $Oxyz$ — связанная с корпусом правая система координат с центром в центре масс корпуса O; оси x, y и z совпадают с главными центральными осями инерции корпуса.

Система $O\xi\eta\zeta$ есть правая система координат с центром в той же точке O; оси ξ, η, ζ сохраняют свое направление в инерциальном пространстве.

Положение связанной системы координат относительно инерциальной характеризуется тремя углами Эйлера ϑ, φ, ψ. Начальное положение неподвижного корпуса определено углами ϑ_0, φ_0 и ψ_0, а конечное — углами ϑ_1, φ_1, ψ_1. Не ограничивая общности, можно предполагать, что ось $O\zeta$ совпадает с начальным положением оси ротора, когда оба кольца и корпус неподвижны. При выбранных системах координат это означает, что линия узлов On совпадает с осью кожуха (фиг. 1).



Фиг. 1

Пусть $\mathbf{L}$ означает кинетический момент системы по отношению к точке O, D — тензор инерции ротора (будем для простоты его считать шаровым и момент инерции к любой центральной оси обозначим D) и пусть ω_0 будет абсолютной угловой скоростью ротора при неподвижном корпусе. Эти величины связаны соотношением

$$\mathbf{L} = \mathbf{D}\cdot\boldsymbol{\omega}_0 \tag{1.1}$$

Если поворачивать кольца подвеса, то корпус начнет вращаться, причем момент количества движения $\mathbf{L}$ будет неизменным; его модуль $L = D\omega_0$, $\mathbf{L}$ совпадает с ζ. Обозначая через $\mathbf{J}$ тензор инерции корпуса в системе координат xyz, через ω — угловую скорость корпуса и через ω_1 — абсолютную угловую скорость ротора при подвижном корпусе и, пренебрегая массами колец, получим

$$D\omega_0 = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{D}\boldsymbol{\omega}_1 \tag{1.2}$$

Если A, B, C — главные центральные моменты инерции системы корпус и гироскоп, то после ряда преобразований (1.2) записывается в виде

$$\begin{aligned}
&A\vartheta^{\cdot}\cos\varphi + A\psi^{\cdot}\sin\vartheta\sin\varphi - D\beta^{\cdot}\cos\alpha + D\omega_0\sin\beta\sin\alpha = \\
&\qquad = D\omega_0\sin\vartheta\sin\varphi \\
&-B\vartheta^{\cdot}\sin\varphi + B\psi^{\cdot}\sin\vartheta\cos\varphi + D\beta^{\cdot}\sin\alpha + D\omega_0\sin\beta\cos\alpha = \\
&\qquad = D\omega_0\sin\vartheta\cos\varphi \\
&C\varphi^{\cdot} + C\psi^{\cdot}\cos\vartheta - D\alpha^{\cdot} + D\omega_0\cos\beta = D\omega_0\cos\vartheta
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Для получения замкнутой системы уравнений движения остается еще записать уравнения для изменений углов α и β под действием управляющих моментов M_α и M_β. Теорема об изменении момента количества движения применительно к гироскопу дает

$$\boldsymbol{\Gamma}_0^{\cdot} + \boldsymbol{\omega}_* \times \boldsymbol{\Gamma}_0 = \mathbf{M}_\alpha + \mathbf{M}_\beta \tag{1.4}$$

где $\boldsymbol{\Gamma}_0$ — абсолютный момент количества движения гиророротора по отношению к точке O, а $\boldsymbol{\omega}_*$ — вектор угловой скорости той системы координат, в которой берется производная $\Gamma_0^{\cdot}$. В проекциях на ось наружного кольца и на ось внутренней рамы уравнение (1.4) дает следующие зависимости:

$$
\begin{aligned}
M_\alpha = &- D\alpha^{\cdot\cdot} + D\varphi^{\cdot\cdot} + D\psi^{\cdot\cdot} - D\vartheta^{\cdot}\psi^{\cdot}\sin\vartheta - D\beta^{\cdot}\vartheta^{\cdot}\sin(\varphi-\alpha) + \\
&+ D\beta^{\cdot}\psi^{\cdot}\sin\vartheta\cos(\varphi-\alpha) + D\omega_0\vartheta^{\cdot}\sin\beta\cos(\varphi-\alpha) + \\
&+ D\omega_0\psi^{\cdot}\sin\beta\sin\vartheta\sin(\varphi-\alpha) - D\omega_0\beta^{\cdot}\sin\beta \\
M_\beta = &\, D\beta^{\cdot\cdot} - D\vartheta^{\cdot\cdot}\cos(\varphi-\alpha) - D\psi^{\cdot\cdot}\sin\vartheta\sin(\varphi-\alpha) + \\
&+ D\vartheta^{\cdot}(\varphi^{\cdot}-\alpha^{\cdot})\sin(\varphi-\alpha) - D\psi^{\cdot}(\varphi^{\cdot}-\alpha^{\cdot})\sin\vartheta\cos(\varphi-\alpha) - \\
&- D\vartheta^{\cdot}\psi^{\cdot}\cos\vartheta\sin(\varphi-\alpha) + D\omega_0\vartheta^{\cdot}\cos\beta\sin(\varphi-\alpha) - \\
&- D\omega_0\psi^{\cdot}\cos\beta\sin\vartheta\cos(\varphi-\alpha) + D\omega_0\psi^{\cdot}\sin\beta\cos\vartheta + D\omega_0(\varphi^{\cdot}-\alpha^{\cdot})\sin\beta
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

Уравнения (1.3) и (1.5) образуют замкнутую систему уравнений движения аппарата и гироротора в случае, когда заданы выражения для управляющих моментов M_α и M_β. Имея ввиду исследование оптимальной задачи, целесообразно пойти на некоторые упрощения для понижения порядка этой системы. Если линеаризовать уравнения (1.3) в предположении, что изменения углов α, β и углов Эйлера малы, что имеет место при повороте в очень малом интервале времени Δt, получится следующая система уравнений:

$$
\begin{aligned}
\Delta\vartheta = &\, D\omega_0\left(\frac{1}{A}-\frac{1}{B}\right)\sin\vartheta\sin\varphi\cos\varphi\,\Delta t + \\
&+ D\left(\frac{1}{A}\cos\alpha\cos\varphi + \frac{1}{B}\sin\alpha\sin\varphi\right)\Delta\beta - \\
&- D\omega_0\sin\beta\left(\frac{1}{A}\sin\alpha\cos\varphi - \frac{1}{B}\cos\alpha\sin\varphi\right)\Delta t \\
\Delta\varphi = &\, \frac{D}{C}\omega_0\cos\vartheta\Delta t - \frac{D}{C}\omega_0\cos\beta\Delta t + \frac{D}{C}\Delta\alpha - \Delta\psi\cos\vartheta \\
\Delta\psi = &\, \frac{1}{\sin\vartheta}\Big[D\Delta\beta\left(\frac{1}{A}\cos\alpha\sin\varphi - \frac{1}{B}\sin\alpha\cos\varphi\right) - \\
&- D\omega_0\sin\beta\left(\frac{1}{A}\sin\alpha\sin\varphi + \frac{1}{B}\cos\alpha\cos\varphi\right)\Delta t + \\
&+ D\omega_0\sin\vartheta\left(\frac{1}{A}\sin^2\varphi + \frac{1}{B}\cos^2\varphi\right)\Delta t\Big]
\end{aligned}
\tag{1.6}
$$

Здесь $\Delta\vartheta$, $\Delta\varphi$, $\Delta\psi$ — приращения углов Эйлера, $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ — приращения управлений, которые происходят при быстром повороте колец карданова подвеса за очень короткий интервал времени Δt так, чтобы $\omega_0\Delta t$ было соизмеримым с $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$.

Из литературных данных известно, что отношения D/A, D/B, D/C — величины малые, порядка 1 : 100. В случае, когда происходит медленное вращение колец, т. е. когда $\alpha^{\cdot}$ и $\beta^{\cdot}$ малы по сравнению с ω_0 членами, содержащими выражения $D\alpha^{\cdot}$ и $D\beta^{\cdot}$, можно в первом приближении пренебречь по сравнению с остальными членами в (1.3). Тогда уравнения (1.3) можно решать независимо от (1.5), рассматривая кинематические величины α и β как управления вместо действительных управлений — моментов M_α и M . По существу задача сводится к определению управлений α и β из условий о требуемом конечном повороте и о минимизации времени совершения поворота. Далее из уравнений (1.5) можно определить управляющие моменты и перейти к более точному решению задачи.

На этапах же быстрого поворота колец карданова подвеса, согласно уравнениям (1.6), большим изменениям углов α и β, т. е. $\alpha^{\cdot}$ и $\beta^{\cdot}$ соизмеримым с ω_0 соответствуют незначительные изменения углов Эйлера, которые становятся тем меньше, чем быстрее происходит поворот оси гироротора в корпусе. Исключение составляет тот сугубо частный случай, когда $\vartheta = 0$. Более точное количественное исследование этого процесса после решения данной задачи приведет к коорекциям в малых углах.

В этой постановке при быстрых поворотах оси гироротора в корпусе не учитываются изменения Эйлеровых углов, а в режиме медленного вращения оси гироротора уравнения, движения несущего тело, принимают упрощенный вид

$$\vartheta^{\cdot} = D\omega_0\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right)\sin\vartheta\sin\varphi\cos\varphi + D\omega_0\sin\beta\left(-\frac{1}{A}\sin\alpha\cos\varphi + \frac{1}{B}\cos\alpha\sin\varphi\right)$$

$$\varphi^{\cdot} = D\omega_0\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A}\sin^2\varphi - \frac{1}{B}\cos^2\varphi\right)\cos\vartheta - D\omega_0\frac{1}{C}\cos\beta + D\omega_0\sin\beta\operatorname{ctg}\vartheta\left(\frac{1}{A}\sin\alpha\sin\varphi + \frac{1}{B}\cos\alpha\cos\varphi\right)$$

$$\psi^{\cdot} = D\omega_0\left(\frac{1}{A}\sin^2\varphi + \frac{1}{B}\cos^2\varphi\right) - D\omega_0\frac{\sin\beta}{\sin\vartheta}\left(\frac{1}{A}\sin\alpha\sin\varphi - \frac{1}{B}\cos\alpha\cos\varphi\right) \quad (1.7)$$

2. Решение оптимальной задачи. Уравнения (1.7) принимают более простой вид, если моменты инерции A и B равны между собой

$$\vartheta^{\cdot} = \sin\beta\sin(\varphi - \alpha)$$

$$\varphi^{\cdot} = (\varepsilon - 1)\cos\vartheta - \varepsilon\cos\beta + \sin\beta\operatorname{ctg}\vartheta\cos(\varphi - \alpha) \quad (2.1)$$

$$\psi^{\cdot} = 1 - \sin\beta\cos(\varphi - \alpha) / \sin\vartheta$$

Здесь произведена замена аргумента $\tau = It / A$ и сохранены те же обозначения производных, т. е. $\vartheta^{\cdot}$, $\varphi^{\cdot}$ и $\psi^{\cdot}$ являются производными уже по τ. Величина $\varepsilon = A / C$ называется инерционной характеристикой. Отметим, что рассматриваемый случай, когда эллипсоид инерции является эллипсоидом вращения, имеет место в большинстве упомянутых в литературе конструкций спутника.

Для постановки оптимальной задачи используется принцип максимума. Гамильтониан задачи представляется в виде

$$H = \vartheta^{\cdot}p_\vartheta + \varphi^{\cdot}p_\varphi + \psi^{\cdot}p_\psi \qquad (p_\vartheta^{\cdot} = -\partial H/\partial\vartheta,\ p_\varphi^{\cdot} = -\partial H/\partial\varphi,\ p_\psi^{\cdot} = -\partial H/\partial\psi)$$

Условия оптимальности

$$\partial H / \partial\alpha = 0, \qquad \partial H / \partial\beta = 0$$

Из цикличности координаты ψ вытекает, что

$$p_\psi^{\bullet} = 0, \qquad p_\psi = \mathrm{const} = \mu$$

а из обстоятельства, что в (2.1) величины φ и α входят только вместе в выражениях, содержащих $\varphi - \alpha$, следует, что

$$p_\varphi^{\bullet} = -\partial H/\partial\varphi = \partial H/\partial\alpha = 0 \quad \text{или} \quad p_\varphi^{\bullet} = 0, \quad p_\varphi = \mathrm{const} = \lambda$$

Если не предъявлять требований к конечному значению угла собственного вращения φ и принять $\lambda \equiv 0$, оптимальная задача становится намного проще. Геометрически это означает требование произвести в кратчайшее время ориентацию на заданное направление главной оси инерции корпуса z, являющейся осью симметрии его эллипсоида инерции и осью наружного кольца гироскопа. Иначе говоря, решается задача об ориентации плоскости xy за кратчайшее время.

Гамильтониан в этом случае записывается в виде

$$H = \vartheta^{\bullet} p_\vartheta + \psi^{\bullet} p_\psi$$

или

$$H = \sin\beta \sin(\varphi - \alpha)\, p_\vartheta + \left[1 - \sin\beta \frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\sin\vartheta}\right]\mu \tag{2.2}$$

Оптимизация по углу α, из условия $\partial H / \partial\alpha = 0$ дает

$$\mathrm{tg}\,(\varphi - \alpha) = -1 / \mu\, p_\vartheta \sin\vartheta$$

Из условия $\partial H / \partial\beta = 0$ следует

$$\cos\beta \cos(\varphi - \alpha)\,[p_\vartheta^2 \sin^2\vartheta + \mu] = 0$$

Отсюда $\cos\beta = 0$. Полагаем, что $\sin\beta > 0$, так что $\beta = {}^1/_2\pi$. Чтобы найти p_ϑ, можно воспользоваться интегралом $H = 1$.

Исключая из H управление α и полагая $\beta = {}^1/_2\pi$, получаем

$$p_\vartheta = \pm \frac{1}{\sin\vartheta} \sqrt{(1 - \mu)^2 \sin^2\vartheta - \mu^2} \tag{2.3}$$

Здесь удобно обозначить

$$n^2 = \mu^2 / (1 - \mu)^2, \qquad n = \mu / |1 - \mu|$$

В этих обозначениях для угла $\varphi - \alpha$ получаем

$$\cos(\varphi - \alpha) = -\frac{n}{\sin\vartheta}, \qquad \sin(\varphi - \alpha) = \pm \frac{1}{\sin\vartheta} \sqrt{\sin^2\vartheta - n^2} \tag{2.4}$$

Знаки перед p_ϑ и $\sin(\varphi - \alpha)$ определяются из условия максимальности H. Если $\vartheta^{\bullet}$ положительное, перед p_ϑ и $\sin(\varphi - \alpha)$ следует брать верхние знаки, при отрицательном же $\vartheta^{\bullet}$ — нижние.

Дифференциальные уравнения движения корпуса принимают вид

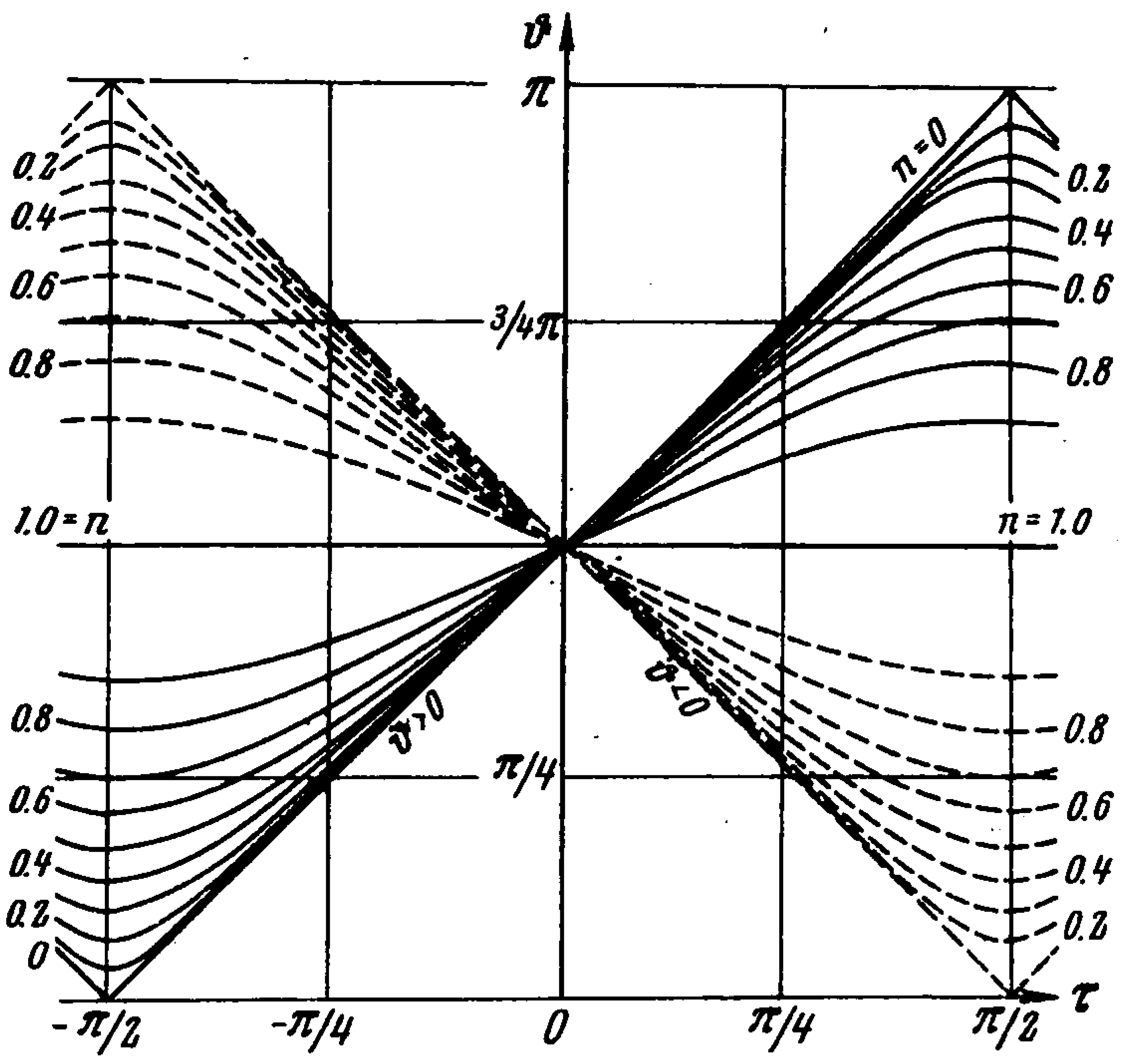
$$\vartheta^{\bullet} = \pm \frac{1}{\sin\vartheta} \sqrt{\sin^2\vartheta - n^2}, \quad \varphi^{\bullet} = (\varepsilon - 1)\cos\vartheta - \frac{1}{\sin^2\vartheta}\, n \cos\vartheta$$

$$\psi^{\bullet} = 1 + \frac{n}{\sin^2\vartheta} \tag{2.5}$$

Область определения задачи задается условием: $\sin^2\vartheta - n^2 \geqslant 0$. Так как $|\sin\vartheta| \leqslant 1$, коэффициент n может принимать значения

$-1 \leqslant n \leqslant 1$, а множитель Лагранжа μ меняется от $+0.5$ до $-\infty$. Любому определенному n ($|n| \leqslant 1$) соответствует некоторое движение корпуса, причем движение по углу ϑ ограничено условием $|\sin\vartheta| \leqslant n$. Так как $\sin\vartheta$ — величина положительная, можно считать, что угол ϑ ограничен условием

$$\arcsin n \leqslant \vartheta \leqslant \pi - \arcsin n \tag{2.6}$$



Фиг. 2

Уравнения (2.5) интегрируются в квадратурах. При $\tau_0 = 0$ находим

$$\cos\vartheta = \mp\sqrt{1-n^2}\sin(\tau+\delta)$$

$$\sin\delta = \mp\frac{\cos\vartheta_0}{1-n^2} \tag{2.7}$$

Верхние знаки берутся при положительном $\vartheta^\cdot$. На фиг. 2 показана зависимость ϑ от τ при $\vartheta_0 = {}^1/_2\pi$, для значений n от -1 до $+1$, через 0.1.

Для фазовых траекторий ϑ, ψ получается дифференциальное уравнение

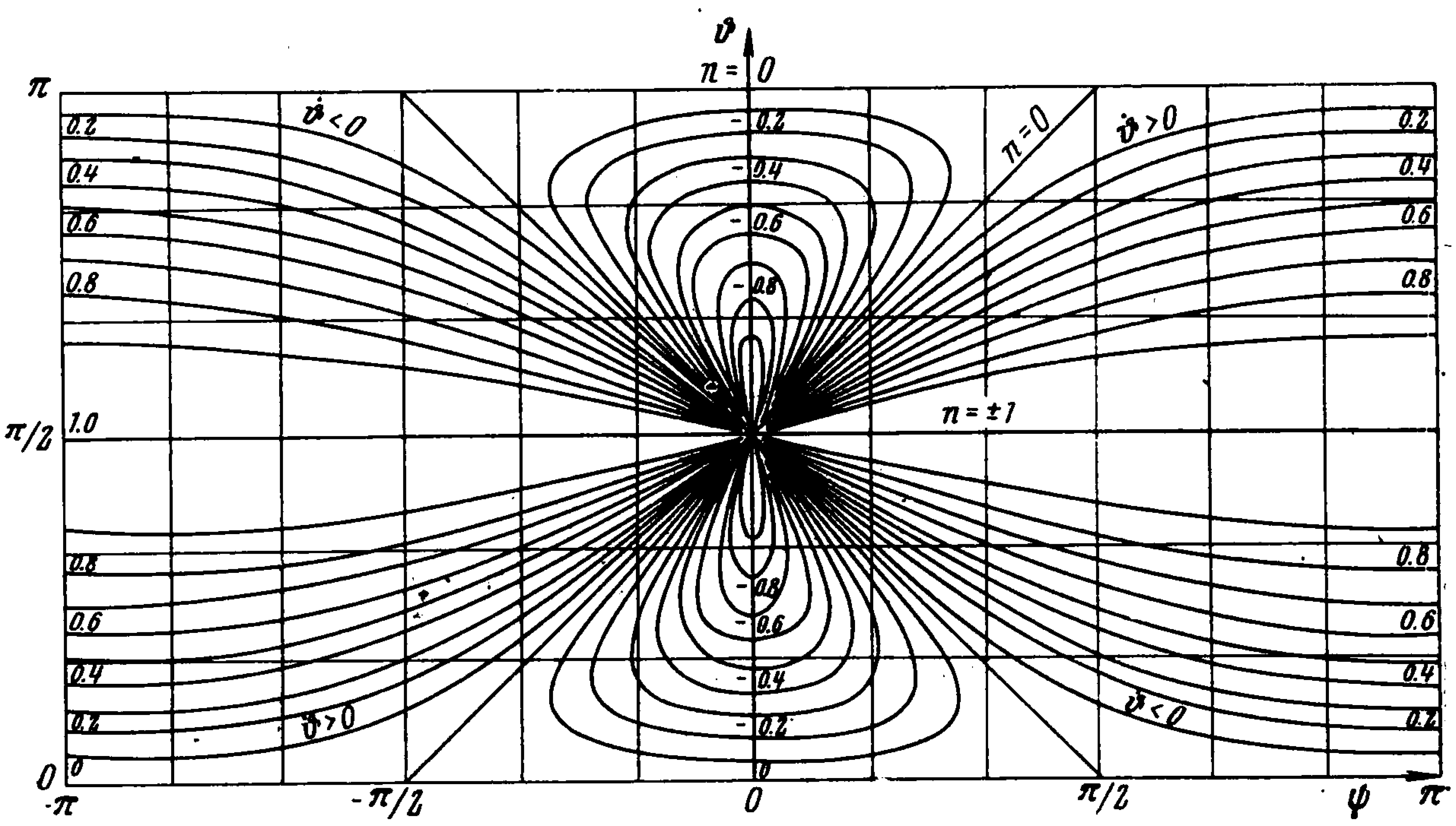
$$\frac{d\psi}{d\vartheta} = \pm\frac{\sin\vartheta}{\sqrt{\sin^2\vartheta - n^2}} \pm \frac{n}{\sin\vartheta\sqrt{\sin^2\vartheta - n^2}} \tag{2.8}$$

Интеграл уравнения (2.8) имеет вид

$$n\operatorname{ctg}\vartheta = \mp\sin(\Delta\psi+\gamma)\sqrt{\sin^2\vartheta - n^2} - \cos(\Delta\psi+\gamma)\cos\vartheta \tag{2.9}$$

$$(1-n)\sin\gamma = \mp\operatorname{ctg}\vartheta_0\sqrt{\sin^2\vartheta_0 - n^2}, \qquad \Delta\psi = \psi - \psi_0$$

Характер фазовых траекторий не зависит от инерционной характеристики ε. На фиг. 3 даны фазовые траектории на плоскости ϑ, ψ, при $\vartheta_0 = {}^1/_2\pi$.



Фиг. 3

Дифференциальное уравнение фазовой траектории ϑ, φ будет

$$\frac{d\varphi}{d\vartheta} = \pm(\varepsilon - 1)\frac{\sin\vartheta\cos\vartheta}{\sqrt{\sin^2\vartheta - n^2}} \mp \frac{n\cos\vartheta}{\sin\vartheta\sqrt{\sin^2\vartheta - n^2}} \tag{2.10}$$

Его интеграл

$$\varphi - \varphi_0 = \pm(\varepsilon - 1)\sqrt{\sin^2\vartheta - n^2} \mp \arccos\frac{n}{\sin\vartheta} \mp$$
$$\mp(\varepsilon - 1)\sqrt{\sin^2\vartheta_0 - n^2} \pm \arccos\frac{n}{\sin\vartheta_0} \tag{2.11}$$

Из уравнений (2.4), (2.5) и (2.10) можно найти управление α как функцию ϑ

$$\alpha - \alpha_0 = \pm\sqrt{\sin^2\vartheta - n^2}(\varepsilon - 1) \pm \sqrt{\sin^2\vartheta_0 - n^2}(1 - \varepsilon) \quad \left(\cos\alpha_0 = -\frac{n}{\sin\vartheta_0}\right) \tag{2.12}$$

Выбор параметра n следует производить из уравнения (2.9). При заданных ϑ_0, ψ_0 это уравнение дает однопараметрическое семейство кривых, из которых надо найти кривую, проходящую через требуемую конечную точку с координатами ϑ_1, ψ_1. Аналитически это условие выражается уравнением

$$\sin\Delta\psi\sqrt{\sin^2\vartheta_1 - n^2}\sqrt{\sin^2\vartheta_0 - n^2} \pm \cos\Delta\psi\cos\vartheta_1\sqrt{\sin^2\vartheta_0 - n^2} \mp$$
$$\mp\cos\Delta\psi\cos\vartheta_0\sqrt{\sin^2\vartheta_1 - n^2} + \sin\Delta\psi\cos\vartheta_1\cos\vartheta_0 =$$
$$= \mp n\frac{\operatorname{ctg}\vartheta_1}{\sin\vartheta_0}\sqrt{\sin^2\vartheta_0 - n^2} \pm n\frac{\operatorname{ctg}\vartheta_0}{\sin\vartheta_1}\sqrt{\sin^2\vartheta_1 - n^2} \tag{2.13}$$

из которого можно вычислить n. В формулах (2.8) — (2.13) верхние знаки берутся при положительном $\dot\vartheta$.

Иногда выбор параметра n удобнее делать графически. На фазовой плоскости ϑ, ψ для каждого начального значения ϑ_0 надо построить фазовые траектории для разных допустимых значений n ($|n| \leqslant \sin\vartheta_0$) и разных знаков $\dot\vartheta$. На этой же плоскости можно найти конечную точку с координатами ϑ_1, $\Delta\psi = \psi_1 - \psi_0$ и путем интерполяции вычислить значение n для проходящей через нее траектории.

Задача всегда имеет решение. Особым представляется только случай, когда $\vartheta_0 = 0$ или $\vartheta_0 = \pi$. Заметим, что с удалением начальной точки от прямой $\vartheta_0 = {}^1/_2\pi$, область возможных параметров n сужается. Выбранное таким образом n надо подставить в уравнение (2.12) для того, чтобы найти соответствующий режим изменения управления α. Этим же n определяются уравнения движения корпуса. Время поворота τ_1 определяется из (2.7), если принять $\vartheta = \vartheta_1$.

3. Изменение углов управления. В начальном положении, когда несущее тело неподвижно, углы α и β можно обозначить $\alpha_0{}^*$ и $\beta_0{}^*$. Они должны удовлетворять статическим соотношениям — уравнениям (2.1) в предположении, что $\dot\vartheta = \dot\varphi = \dot\psi = 0$, а именно:

$$\alpha_0{}^* = \varphi_0, \qquad \beta_0{}^* = \vartheta_0 \tag{3.1}$$

В начале движения колец гироскопа, когда $\vartheta=\vartheta_0$, $\varphi=\varphi_0=0$, при оптимальном управлении, соответствующие функции управления будут

$$\beta_0 = {}^1/_2\,\pi, \qquad \cos\alpha_0 = -n / \sin\vartheta_0 \tag{3.2}$$

Очевидно, они отличаются от $\beta_0{}^* = \vartheta_0$ и $\alpha_0{}^* = \varphi_1$, так что до начала поворота нужно с максимально допустимыми скоростями $\dot{a}_{\max}$ и $\dot{\beta}_{\max}$ переориентировать ось гироскопа из положения, задаваемого углами $\alpha_0{}^*$, $\beta_0{}^*$, в положение, определяемое α_0, β_0. Сразу после достижения корпусом требуемых углов ϑ_1 ,ψ_1 ротор надо вернуть обратно в его первоначальное положение в инерциальном пространстве с максимально допустимыми скоростями $\dot{\alpha}_{\max}$ и $\dot{\beta}_{\max}$. Таким образом, ротор опять примет на себя весь момент количества движения системы, и корпус остановит свое вращение. При этом углы

$$\alpha_1{}^* = \varphi_1, \ \beta_1{}^* = \vartheta_1 \tag{3.3}$$

очевидно, будут отличаться от $\alpha_0{}^*$ и $\beta_0{}^*$.

Максимальные допустимые скорости $\dot{\alpha}_{\max}$ и $\dot{\beta}_{\max}$ следует определять из уравнений (1.5) по максимальным допустимым моментам $M_{\alpha\max}$ и $M_{\beta\max}$.

Поступила 2 XII 1969