

ОБ УРАВНЕНИЯХ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ТЕЛАХ ВРАЩЕНИЯ

Б. М. Булах, М. С. Симкин

(Ленинград)

В работе [1] выведены равномерно точные уравнения плоского стационарного ламинарного пограничного слоя для тела, профиль которого резко искривлен. В настоящей заметке результаты работы [1] обобщаются на случай тела вращения, обтекаемого сверхзвуковым потоком газа под углом атаки. Наиболее существенный результат состоит в том, что параметры течения газа в пограничном слое в области резкого искривления образующей тела вращения могут быть определены независимо в каждой меридиональной плоскости, проходящей через ось симметрии тела, если радиус кривизны образующей тела становится величиной порядка толщины пограничного слоя.

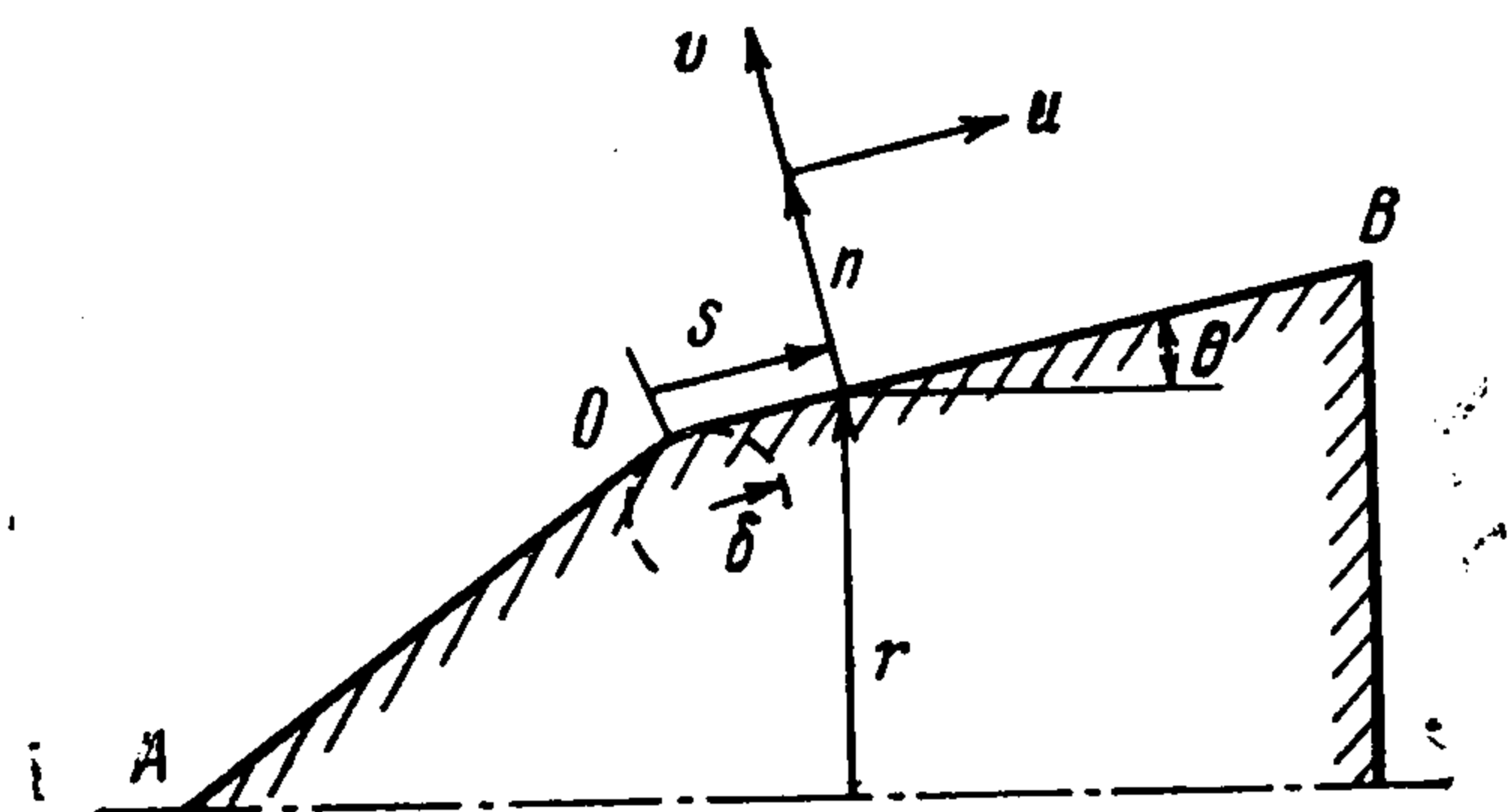
1. Рассмотрим некоторое тело вращения, у которого кривизна κ образующей AOB (фиг. 1) есть непрерывная функция координаты s , отсчитываемой вдоль образующей от точки O , где κ принимает наибольшее значение κ_{\max}^1 , соответственно, радиус кривизны — наименьшее значение $\delta = (\kappa_{\max})^{-1}$. Расстояние от точки A до точки O , отсчитанное вдоль образующей AOB (фиг. 1), примем за характерную длину l_0 и все длины будем относить к l_0 .

Кривизну κ в окрестности точки O представим в виде

$$\kappa = K(S, \delta) \delta^{-1}, \quad S = s\delta^{-1},$$

$$0 \leq K(S, \delta) \leq 1 \quad \text{при} \quad -1 \leq S \leq 1 \quad (1.1)$$

(подробнее см. в [1]).



Фиг. 1

2. Пусть теперь на тело вращения, имеющее указанную образующую, набегают стационарный поток вязкого совершенного газа. В системе координат, в которой s отсчитывается вдоль образующей тела, n — по нормали к нему, а угол θ определяет меридиональную плоскость (фиг. 2), уравнения неразрывности, количества движения, энергии и уравнение состояния газа имеют вид

$$[(r + n \cos \theta) \rho u]_s + [(r + n \cos \theta) (1 + \kappa n) \rho v]_n + [(1 + \kappa n) \rho w]_\varphi = 0 \quad (2.1)$$

$$\varepsilon^{-2} \left[\rho \left(\frac{uv_s}{1 + \kappa n} + vv_n + \frac{wv_\varphi}{r + n \cos \theta} - \frac{\cos \theta w^2}{r + n \cos \theta} - \frac{\kappa u^2}{1 + \kappa n} \right) + P_n \right] =$$

$$= \frac{1}{1 + \kappa n} \left\{ \mu \left[\frac{1}{1 + \kappa n} (v_s - \kappa u) + u_n \right] \right\}_s + \left\{ (\lambda + 2\mu) v_n + \lambda \left[\frac{1}{1 + \kappa n} (u_s + \kappa v) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{r + n \cos \theta} (w_\varphi + u \sin \theta + v \cos \theta) \right] \right\}_n + \frac{1}{r + n \cos \theta} \left\{ \mu \left[w_n + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{r + n \cos \theta} (v_\varphi - w \cos \theta) \right] \right\}_\varphi + \mu \left\{ \frac{1}{r + n \cos \theta} \left[\sin \theta \left(\frac{1}{1 + \kappa n} (v_s - \kappa u) + u_n \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \cos \theta \left(2v_n - \frac{2}{r + n \cos \theta} (w_\varphi + u \sin \theta + v \cos \theta) \right) \right] + \right.$$

$$\left. \left. + \frac{2\kappa}{1 + \kappa n} \left[v_n - \frac{1}{1 + \kappa n} (u_s + \kappa v) \right] \right\} \quad (2.2)$$

$$\varepsilon^{-2} \left\{ \rho \left[\frac{uu_s}{1 + \kappa n} + vu_n + \frac{wu_\varphi}{r + n \cos \theta} + \frac{\kappa uv}{1 + \kappa n} - \frac{\sin \theta w^2}{r + n \cos \theta} \right] + \frac{P_s}{1 + \kappa n} \right\} =$$

$$= \frac{1}{1 + \kappa n} \left\{ \frac{\lambda + 2\mu}{1 + \kappa n} (u_s + \lambda v) + \lambda \left[v_n + \frac{1}{r + n \cos \theta} (w_\varphi + u \sin \theta + v \cos \theta) \right] \right\}_s +$$

$$+ \left\{ \mu \left[\frac{1}{1 + \kappa n} (v - \kappa u) + u_n \right] \right\}_n + \frac{1}{r + n \cos \theta} \left\{ \mu \left[\frac{1}{r + n \cos \theta} (u_\varphi - w \sin \theta) + \right. \right.$$

$$+ \frac{w_s}{1 + \kappa n} \Big] \Big\}_\varphi + \mu \left\{ \frac{2 \sin \theta}{r + n \cos \theta} \left[\frac{1}{1 + \kappa n} (u_s + \kappa v) - \frac{1}{r + n \cos \theta} (w_\varphi + u \sin \theta + v \cos \theta) \right] + \left(\frac{\cos \theta}{r + n \cos \theta} + \frac{2\kappa}{1 + \kappa n} \right) \left[\frac{1}{1 + \kappa n} (v_s - u\kappa) + u_n \right] \right\} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} & \varepsilon^{-2} \left\{ \rho \left[\frac{uw_s}{1 + \kappa n} + vw_n + \frac{w}{r + n \cos \theta} (w_\varphi + u \sin \theta + v \cos \theta) \right] + \frac{P_\varphi}{r + n \cos \theta} \right\} = \\ & = \frac{1}{1 + \kappa n} \left\{ \mu \left[\frac{1}{r + n \cos \theta} (u_\varphi - w \sin \theta) + \frac{w_s}{1 + \kappa n} \right] \right\}_s + \left\{ \mu \left[w_n + \frac{1}{r + n \cos \theta} (v_\varphi - w \cos \theta) \right] \right\}_n + \frac{1}{r + n \cos \theta} \left\{ \frac{\lambda + 2\mu}{r + n \cos \theta} (w_\varphi + u \sin \theta + v \cos \theta) + \lambda \left[v_n + \frac{1}{1 + \kappa n} (u_s + \kappa v) \right] \right\}_\varphi + \mu \left\{ \frac{2 \sin \theta}{r + n \cos \theta} \left[\frac{1}{r + n \cos \theta} (u_\varphi - w \sin \theta) + \frac{w_s}{1 + \kappa n} \right] + \left(\frac{\kappa}{1 + \kappa n} + \frac{2 \cos \theta}{r + n \cos \theta} \right) \left[w_n + \frac{1}{r + n \cos \theta} (v_\varphi - w \cos \theta) \right] \right\} \quad (2.4) \end{aligned}$$

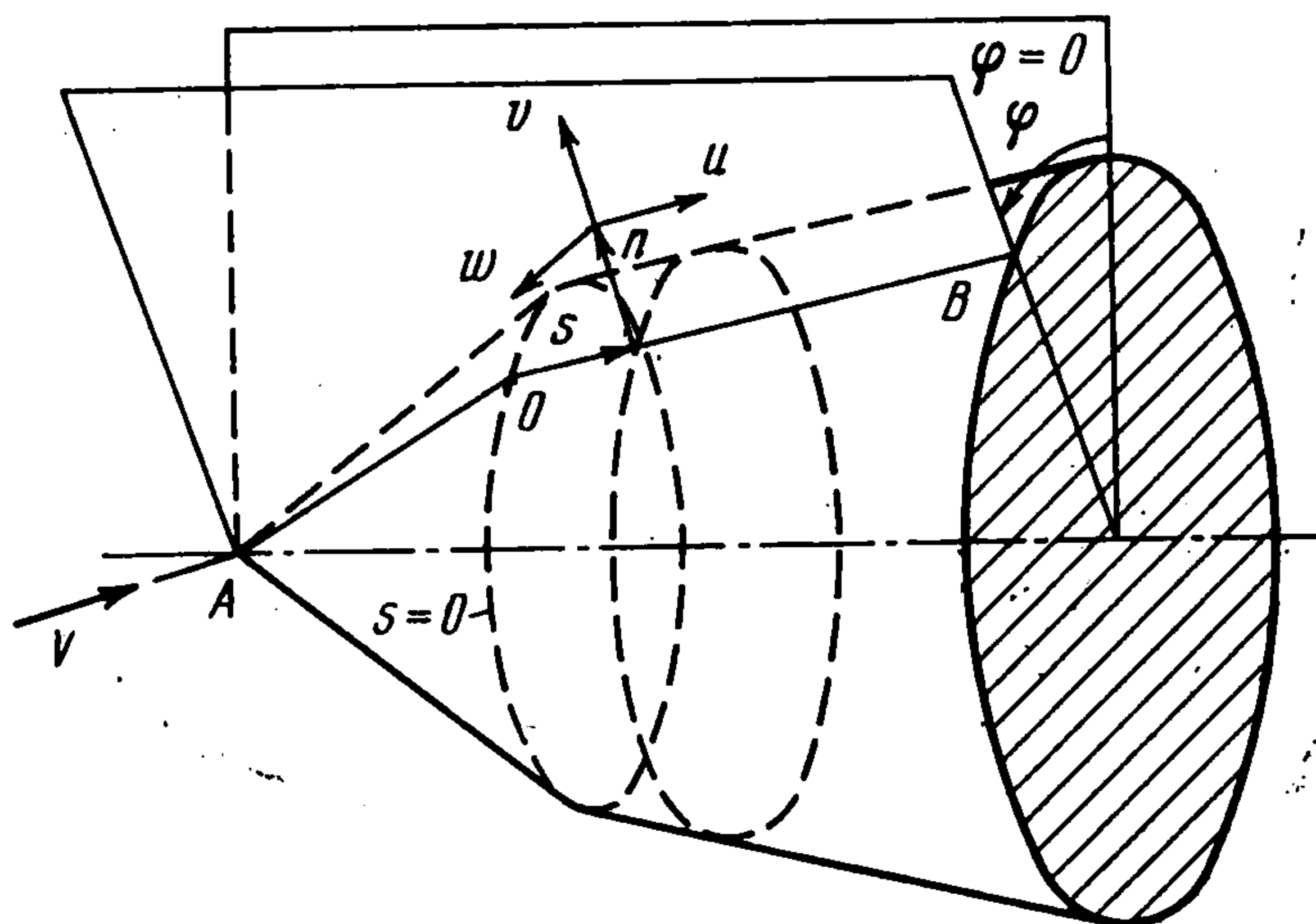
$$\begin{aligned} & \varepsilon^{-2} \left[\rho \left(\frac{uT_s}{1 + \kappa n} + vT_n + \frac{wT_\varphi}{r + n \cos \theta} \right) - \left(\frac{uP_s}{1 + \kappa n} + vP_n + \frac{wP_\varphi}{r + n \cos \theta} \right) \right] = \\ & = \frac{\sigma^{-1}}{1 + \kappa n} \left(\frac{\mu T_s}{1 + \kappa n} \right)_s + \sigma^{-1} (\mu T_n)_n + \frac{\sigma^{-1}}{(r + n \cos \theta)^2} (\mu T_\varphi)_\varphi + \\ & + \frac{\sigma^{-1} \sin \theta \mu T_s}{(1 + \kappa n)(r + n \cos \theta)} + \sigma^{-1} \left(\frac{\kappa}{1 + \kappa n} + \frac{\cos \theta}{r + n \cos \theta} \right) \mu T_n + \Phi \quad (2.5) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Phi = & \mu \left\{ \frac{2}{(1 + \kappa n)^2} (u_s + \kappa v)^2 + 2(v_n)^2 + \frac{2}{(r + n \cos \theta)^2} (w_\varphi + u \sin \theta + v \cos \theta)^2 + \left[\frac{1}{1 + \kappa n} (v_s - \kappa u) + u_n \right]^2 + \left[w_n + \frac{1}{r + n \cos \theta} (v_\varphi - w \cos \theta) \right]^2 + \left[\frac{1}{1 + \kappa n} w_s + \frac{1}{r + n \cos \theta} (u_\varphi - w \sin \theta) \right]^2 \right\} + \\ & + \lambda \left\{ \frac{1}{1 + \kappa n} (u_s + \kappa v) + v_n + \frac{1}{r + n \cos \theta} (w_\varphi + u \sin \theta + v \cos \theta) \right\}^2 \quad (2.6) \end{aligned}$$

$$p = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \rho T, \mu = \mu(T), \lambda = \lambda(T), \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{R}}, R = \frac{V_0 l_0 \rho_0}{\mu_0}$$

Здесь u, v, w — компоненты вектора скорости в направлении увеличения s, n, φ соответственно, ρ — плотность, p — давление, T — температура, σ — число Прандтля, μ, λ — коэффициенты вязкости, γ — адиабатический индекс, R — число Рейнольдса, построенное по характерным параметрам потока, r — расстояние от поверхности тела до оси симметрии, θ — угол наклона касательной к образующей тела и оси симметрии; производные обозначены индексами, например, $u_n = du/dn$.



Фиг. 2

В уравнениях (2.1) — (2.6) все длины отнесены к l_0 , скорости — к V_0 , плотность — к ρ_0 , давление — к $\rho_0 V_0^2$, температура — к $T_0 = V_0^2 c_p^{-1}$ (c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении), коэффициенты вязкости — к μ_0 . Обозначения для безразмерных величин сохранены те же, что и для размерных. За характерные параметры V_0, ρ_0, μ_0 удобно принять в данном случае соответствующие значения V, ρ, μ в потоке непосредственно перед точкой O при $\varphi = \pi$ (фиг. 2).

В уравнениях (2.1) — (2.6) все длины отнесены к l_0 , скорости — к V_0 , плотность — к ρ_0 , давление — к $\rho_0 V_0^2$, температура — к $T_0 = V_0^2 c_p^{-1}$ (c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении), коэффициенты вязкости — к μ_0 . Обозначения для безразмерных величин сохранены те же, что и для размерных. За характерные параметры V_0, ρ_0, μ_0 удобно принять в данном случае соответствующие значения V, ρ, μ в потоке непосредственно перед точкой O при $\varphi = \pi$ (фиг. 2).

3. Как известно, при решении задачи обтекания тел в случае $\varepsilon \ll 1$, различают пограничный слой — область толщиной $O(\varepsilon)$, непосредственно прилегающую к поверхности тела, и область «внешнего потока». В последней области решение системы уравнений (2.1) — (2.6) ищется в виде асимптотического разложения [2]

$$f(s, n, \varphi, \varepsilon) \sim F_1(s, n, \varphi) + \varepsilon F_2(s, n, \varphi) + \dots \quad (3.1)$$

Здесь под f понимаются u, v, w, p, ρ, T .

В области пограничного слоя, где силы вязкости имеют такой же порядок, что и силы инерции, вводится новая переменная $N = n\varepsilon^{-1}$ и решение ищется в виде асимптотического разложения

$$f(s, n, \varphi, \varepsilon) \sim f_1(s, N, \varphi) + \varepsilon f_2(s, N, \varphi) + \dots \quad (3.2)$$

$$v \sim \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \dots,$$

где под f подразумеваются u, w, p, ρ, T .

Уравнения для первых членов разложения (3.1) есть уравнения Эйлера; уравнения для первых членов разложения (3.2) — уравнения Прандтля, которые имеют в нашем случае вид

$$(r\rho_1 u_1)_s + (r\rho_1 v_1)_N + (\rho w_1)_\varphi = 0, \quad p_{1N} = 0$$

$$\rho_1 [u_1 w_{1s} + v_1 w_{1N} + w_1 r^{-1} (w_{1\varphi} + u_1 \sin \theta)] + r^{-1} p_{1\varphi} = (\mu w_{1N})_N$$

$$\rho_1 (u_1 u_{1s} + v_1 u_{1N} + w_1 r^{-1} u_{1\varphi} - \sin \theta r^{-1} w_1^2) + p_{1s} = (\mu u_{1N})_N$$

$$\rho_1 (u_1 t_{1s} + v_1 t_{1N} + w_1 r^{-1} t_{1\varphi}) - (u_1 p_{1s} + w_1 r^{-1} p_{1\varphi}) =$$

$$= \sigma^{-1} (\mu t_{1N})_N + \mu [(u_{1N})^2 + (w_{1N})^2], \quad p_1 = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \rho_1 t_1 \quad (3.3)$$

Уравнения (3.3) справедливы с точностью до множителя $1 + O(\varepsilon)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ и могут быть использованы для расчетов течения газа в пограничном слое при малых, но конечных ε в тех случаях, когда κ не намного превосходит единицу. Если же $\kappa \gg 1$, то целесообразно рассматривать задачу как зависящую от двух параметров — ε и δ [1].

Целью дальнейшего будет получение уравнений движения газа в окрестности линии $s = 0$ (фиг. 2) при условии $\varepsilon, \delta \rightarrow 0$, справедливых с точностью до множителя $1 + O(\varepsilon)$ и пригодных для использования при малых, но конечных ε и δ . При построении асимптотической теории движения газа в окрестности линии $s = 0$ рассмотрим два случая

$$\lim \varepsilon \delta^{-1} = 0, \quad \varepsilon, \delta \rightarrow 0 \quad \text{и} \quad \lim \varepsilon \delta^{-1} = \beta_0 < \infty, \quad \varepsilon, \delta \rightarrow 0$$

4. Случай $\lim \varepsilon \delta^{-1} = 0, \varepsilon, \delta \rightarrow 0$. Так как при переходе от точки образующей, определяемой координатой $S = s\delta^{-1} = -1$ к точке $S = +1$ ($\varphi = \text{const}$), касательная к образующей поворачивается на конечный угол, то в невязком сверхзвуковом потоке, соответствующем первому члену разложения (3.1), на этом участке образующей происходит конечное изменение параметров газа, в частности, давления p . В пограничном слое $p_N = 0$ до и после некоторой окрестности линии $s = 0$, поэтому и в слое толщиной $O(\varepsilon)$ в окрестности линии $s = 0$ величина $p = O(1)$ меняется на конечную величину, т. е.

$$p_s = O(\delta^{-1}) \quad \text{или} \quad p_s = O(1), \quad -1 < S < 1$$

Для других параметров газа предположим, что дифференцирование по $S = s\delta^{-1}$ при $-1 < S < 1$ не изменяет порядка функций при $\varepsilon \rightarrow 0, \delta \rightarrow 0$. Течение газа в пограничном слое перед линией $s = 0$ есть течение с сильным сдвигом. Несомненно, что и в окрестности линии $s = 0$ течение имеет тот же характер. Поэтому предположим, что в окрестности линии $s = 0$, так же как и перед ней, дифференцирование функций по $N = n\varepsilon^{-1}$ не изменяет порядка функций при $N = O(1)$ и $-1 < S < 1$. Преобразуем уравнения (2.1) — (2.5) к переменным $S = s\delta^{-1}$ и $N = n\varepsilon^{-1}$.

Уравнение неразрывности (2.1) запишется в виде

$$[(r + \varepsilon N \cos \theta) \rho u]_S + [(r + \varepsilon N \cos \theta) (1 + K \varepsilon \delta^{-1} N) \rho v \delta \varepsilon^{-1}]_N + \delta [(1 + KN \varepsilon \delta^{-1}) \times \times \rho w]_\varphi = 0 \quad (4.1)$$

Так как при $\delta \rightarrow 0$, $\varepsilon \rightarrow 0$ $\delta \varepsilon^{-1} \rightarrow \infty$, то $v = O(\varepsilon \delta^{-1})$. Введем $v^* = O(1)$ при помощи замены

$$v = \varepsilon \delta^{-1} v^* \quad (4.2)$$

Уравнение (4.1) примет вид

$$(r \rho u)_S + [r(1 + KN \varepsilon \delta^{-1}) \rho v^*]_N + \delta (\rho w)_\varphi = O(\varepsilon) \quad (4.3)$$

Уравнения (2.2) — (2.5), с учетом (4.2), в переменных S и N могут быть представлены в виде

$$p_N - \varepsilon \delta^{-1} \frac{K \rho u^2}{1 + KN \varepsilon \delta^{-1}} + (\varepsilon \delta^{-1})^2 \rho \left(\frac{u v^*}{1 + KN \varepsilon \delta^{-1}} + v^* v_{N^*} \right) = O(\varepsilon) \quad (4.4)$$

$$\rho \left[\frac{u u_S}{1 + KN \varepsilon \delta^{-1}} + v^* u_N + \varepsilon \delta^{-1} \frac{K u v^*}{1 + KN \varepsilon \delta^{-1}} + \frac{\delta w (u_\varphi - \sin \theta w)}{r} \right] + \frac{p_S}{1 + KN \varepsilon \delta^{-1}} = \delta (\mu u_N)_N + O(\varepsilon) \quad (4.5)$$

$$\rho \left(\frac{u w_S}{1 + KN \varepsilon \delta^{-1}} + v^* w_N \right) = \delta \left[(\mu w_N)_N - \frac{w \rho (w_\varphi + u \sin \theta)}{r} - \frac{p_\varphi}{r} \right] + O(\varepsilon) \quad (4.6)$$

$$\rho \left(\frac{u T_S}{1 + KN \varepsilon \delta^{-1}} + v^* T_N \right) - \left(\frac{u p_S}{1 + KN \varepsilon \delta^{-1}} + p_N v^* \right) = \delta [\sigma^{-1} (\mu T_N)_N + r^{-1} w (p_\varphi - \rho T_\varphi) + \mu (u_N^2 + w_N^2)] + O(\varepsilon) \quad (4.7)$$

На поверхности тела $N = 0$, $u = v^* = w = 0$ и уравнение (4.5) приводится к виду

$$p_S = \delta (\mu u_N)_N + O(\varepsilon) \quad (4.8)$$

Слева в (4.8) стоит конечная величина, справа — бесконечно малая при $\varepsilon \rightarrow 0$, $\delta \rightarrow 0$, поэтому вблизи стенки имеется слой, где производные функций по N имеют иной порядок, чем сами функции. Из (4.8) следует, что в этом слое нужно ввести переменную

$$\eta = N \delta^{-1/2} = n \varepsilon^{-1} \delta^{-1/2} \quad (4.9)$$

Из уравнения неразрывности (2.1) получается, что $v = O(\varepsilon \delta^{1/2})$ при $\eta = O(1)$. После замены $v = \varepsilon \delta^{-1/2} v^\circ$ и перехода к переменным S, η уравнения (2.1) — (2.5) примут вид

$$(r \rho u)_S + [r(1 + K \eta \varepsilon \delta^{-1/2}) \rho v^\circ]_\eta + \delta (\rho w)_\varphi = O(\varepsilon) \quad (4.10)$$

$$p_\eta - K \rho u^2 \varepsilon \delta^{-1/2} = O(\varepsilon \delta^{1/2}) + O(\varepsilon^2 \delta^{-1}) \quad (4.11)$$

$$\rho \left[\frac{u u_S}{1 + K \eta \varepsilon \delta^{-1/2}} + v^\circ u_\eta + \frac{K u v^\circ}{1 + K \eta \varepsilon \delta^{-1/2}} \varepsilon \delta^{-1/2} + \delta (u_\varphi - w \sin \theta) w r^{-1} \right] + \frac{p_S}{1 + K \eta \varepsilon \delta^{-1/2}} = (\mu u_\eta)_\eta + \varepsilon \delta^{-1/2} [2K \mu u_\eta - (\mu K u)_\eta] + O(\varepsilon \delta^{-1/2}) + O(\varepsilon^2 \delta^{-1}). \quad (4.12)$$

$$\rho \left(\frac{u w_S}{1 + K \eta \varepsilon \delta^{-1/2}} + v^\circ w_\eta \right) = (\mu w_\eta)_\eta - \delta \left[\frac{\rho w (w_\varphi + u \sin \theta)}{r} + \frac{p_\varphi}{r} \right] + \mu K w_\eta \varepsilon \delta^{-1/2} + O(\varepsilon \delta^{1/2}) + O(\varepsilon^2 \delta^{-1}) \quad (4.13)$$

$$\rho \left(\frac{u T_S}{1 + K \eta \varepsilon \delta^{-1/2}} + v^\circ T_\eta \right) - \left(\frac{u p_S}{1 + K \eta \varepsilon \delta^{-1/2}} + v^\circ p_\eta \right) = \sigma^{-1} (\mu T_\eta)_\eta + \mu (u_\eta^2 + w_\eta^2) + \delta [r^{-1} w (p_\varphi - \rho T_\varphi)] + \varepsilon \delta^{-1/2} [\mu K (T_\eta \sigma^{-1} - 2u u_\eta)] + O(\varepsilon \delta^{1/2}) + O(\varepsilon^2 \delta^{-1}) \quad (4.14)$$

5. Случай $\lim \varepsilon \delta^{-1} = \beta_0 < \infty$, $\varepsilon, \delta \rightarrow 0$. Представим δ в виде произведения $\varepsilon \beta^{-1}$, где $\beta = O(1)$, когда $\varepsilon, \delta \rightarrow 0$, и подставим $\delta = \varepsilon \beta^{-1}$ в уравнения (4.2) — (4.14). В результате получим уравнения движения газа в виде

$$(rup)_S + [r(1 + KN\beta) \rho v^*]_N = O(\varepsilon) \quad (5.1)$$

$$\rho \left(\frac{uv_S^* \beta^2}{1 + KN\beta} + v^* v_N^* \beta^3 - \frac{Ku^2 \beta}{1 + KN\beta} \right) + p_N = O(\varepsilon) \quad (5.2)$$

$$\rho \left(\frac{uu_S}{1 + KN\beta} + v^* u_N + \frac{Kuv^* \beta}{1 + KN\beta} \right) + \frac{p_S}{1 + KN\beta} = O(\varepsilon) \quad (5.3)$$

$$\frac{uw_S}{1 + KN\beta} + v^* w_N = O(\varepsilon) \quad (5.4)$$

$$\rho \left(\frac{uT_S}{1 + KN\beta} + v^* T_N \right) - \left(\frac{up_S}{1 + KN\beta} + p_N v^* \right) = O(\varepsilon) \quad (5.5)$$

$$(v = v^* \beta, N = n\varepsilon^{-1}, S = s\beta\varepsilon^{-1}) \quad (5.5)$$

$$(rup_S) + [r(1 + K\eta\varepsilon^{1/2}\beta^{1/2} \rho v^0)]_\eta = O(\varepsilon) \quad (5.6)$$

$$p_\eta - K\rho u^2 (\varepsilon\beta)^{1/2} = O(\varepsilon) \quad (5.7)$$

$$\rho \left(\frac{uu_S}{1 + K\eta(\varepsilon\beta)^{1/2}} + v^0 u_\eta + \frac{Kuv^0}{1 + K\eta(\varepsilon\beta)^{1/2}} (\varepsilon\beta)^{1/2} \right) + \frac{p_S}{1 + K\eta(\varepsilon\beta)^{1/2}} =$$

$$= (\mu u_\eta)_\eta + [2K\mu u_\eta - (Ku\mu)_\eta] (\varepsilon\beta)^{1/2} + O(\varepsilon) \quad (5.8)$$

$$\rho \left(\frac{uw_S}{1 + K\eta(\varepsilon\beta)^{1/2}} + v^0 w_\eta \right) = (\mu w_\eta)_\eta + K\mu w_\eta (\varepsilon\beta)^{1/2} + O(\varepsilon) \quad (5.9)$$

$$\rho \left(\frac{uT_S}{1 + K\eta(\varepsilon\beta)^{1/2}} + v^0 T_\eta \right) - \left(\frac{up_S}{1 + K\eta(\varepsilon\beta)^{1/2}} + v^0 p_\eta \right) = \sigma^{-1} (\mu T_\eta)_\eta +$$

$$+ \mu (u_\eta^2 + w_\eta^2) + (\varepsilon\beta)^{1/2} [\mu K (T_\eta \sigma^{-1} - 2uu_\eta)] + O(\varepsilon) \quad (5.10)$$

$$(v = (\varepsilon\beta)^{1/2} v^0, \eta = n\beta^{1/2} \varepsilon^{-1/2}, S = s\beta\varepsilon^{-1})$$

Все уравнения пунктов 4 и 5 получены с равномерной точностью, определяемой множителем $1 + O(\varepsilon)$.

6. Примечательно, что в уравнениях (5.1) — (5.10) отсутствуют производные искомых функций по φ . Это означает, что с точностью, принятой в теории пограничного слоя, параметры течения газа в пограничном слое в меридиональных плоскостях ($\varphi = \text{const}$) могут быть определены независимо. (Речь, конечно, идет по окрестности линии $s = 0$, где образующая тела вращения сильно искривлена.). В уравнениях (4.3) — (4.14) производные искомых величин по φ имеют множителем δ , поэтому зависимость между параметрами течения газа в меридиональных плоскостях $\varphi = \text{const}$ слабая, если параметр δ мал. (Эта зависимость, видимо, может быть учтена итеративным путем.)

Поступила 27 V 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Булах Б. М. О равномерно точных уравнениях плоского ламинарного пограничного слоя для тела с резким локальным изменением кривизны его профиля. ПММ, 1967, т. 31, вып. 5.
2. Van Dyke M. Second — order compressible boundary layer theory with application to the blunt bodies in hypersonic flow. — In Hypersonic Flow Research. New York — London, Acad. Press, 1962, pp. 37—76. (Рус. пер.: Исследование гиперзвуковых течений. М., «Мир», 1964.)