СОСРЕДОТОЧЕННАЯ СИЛА В ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ И В СОСТАВНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В. А. Свекло

(Калининград)

Задача о действии сосредоточенной силы в анизотропном (ортотропном) пространстве рассматривалась в работах [1-3].

Ниже проблема исследуется методом комплексных решений Смирнова — Соболева, обобщенным на систему дифференциальных уравнений.

Лишь для трансверсально-изотропного тела получаемые результаты носят элементарный характер.

§ 1. Комплексные решения уравнений равновесия. Если ввести потенциалы φ, ψ, χ, полагая

$$u=\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad v=\frac{\partial\varphi}{\partial y}-\frac{\partial\psi}{\partial x}, \quad w=\frac{\partial\chi}{\partial z} \tag{1.1}$$

то уравнения равновесия трансверсально-изотропного тела при условии, что ось z направлена по оси упругой симметрии, принимают вид

$$\frac{\partial L_1}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}=0, \quad \frac{\partial L_1}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial x}=0, \quad \frac{\partial L_2}{\partial z}=0 \tag{1.2}$$

$$L_1 = A\Delta\varphi + Ld^2\varphi / dz^2 + (L+F)d^2\chi / dz^2$$
$$L_2 = (L+F)\Delta\varphi + L\Delta\chi + Cd^2\chi / dz^2 \tag{1.3}$$
$$Q = N\Delta\psi + Ld^2\psi / dz^2, \qquad \Delta = d^2/dx^2 + d^2/dy^2$$

Здесь A, L, F, N, C — упругие постоянные [4]. Решение системы уравнений (1.2) построим в виде

$$\varphi = \operatorname{Re}\varphi^\circ(\theta), \qquad \psi = \operatorname{Re}\psi^\circ(\theta), \qquad \chi = \operatorname{Re}\chi^\circ(\theta) \tag{1.4}$$

Переменная θ определяется соотношением

$$\delta = \alpha\xi + \beta\eta + \nu\zeta + f(\theta) = 0, \qquad \alpha = \cos\theta, \ \beta = \sin\theta$$
$$\xi = x - x_0, \qquad \eta = y - y_0, \qquad \zeta = z - z_0 \tag{1.5}$$

функция $f(\theta)$ произвольна.

Удовлетворяя (1.2) и, пользуясь формулами дифференцирования [5]

$$\frac{\partial^3\psi}{\partial x^2\partial y} = -\operatorname{Re}\frac{1}{\delta'}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{\delta'}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\alpha^2\beta\varphi^{\circ\prime}}{\delta'}\right)\right],$$
$$\delta' = -\beta\xi + \alpha\eta + \nu'\zeta + f'(\theta) \tag{1.6}$$

получим

$$(A+\nu^2L)\varphi^{\circ\prime} + (L+F)\nu^2\chi^{\circ\prime} = 0, \qquad (L+F)\varphi^{\circ\prime} + (L+\nu^2C)\chi^{\circ\prime} = 0 \tag{1.7}$$

$$(N+\nu^2L)\psi^{\circ\prime} = 0 \tag{1.8}$$

Из (1.7) выводим

$$\begin{vmatrix} A+\nu^2L & (L+F)\nu^2 \\ L+F & L+\nu^2C \end{vmatrix} = 0 \tag{1.9}$$

т. е. в рассматриваемом случае анизотропии функция $\nu(\theta)$ постоянна и равна корням $\pm i\nu_1$, $\pm i\nu_2$ уравнения (1.9). В последующем, для простоты, считаем ν_k действительными положительными числами.

Каждому корню ν_k отвечает частное решение (1.7)

$$\varphi_k^{\circ\prime}(\theta_k) = (L - \nu_k^2 C)\,\omega_k(\theta_k), \quad \chi^{\circ\prime}(\theta_k) = -(L + F)\,\omega_k(\theta_k) \tag{1.10}$$

функция ω_k произвольна.

Из (1.8) выводим $\nu = i\nu_3$, $\nu_3 = \sqrt{N/L}$, $\psi^{\circ\prime}$ — произвольна.

Переменная θ_k ($k = 1, 2, 3$) определяется соотношением

$$\delta_k = \alpha_k \xi + \beta_k \eta \pm i\nu_k \zeta + f_k(\theta_k) = 0 \tag{1.11}$$

Согласно (1.1)

$$u = -\operatorname{Re}\left[\sum_{k=1}^{2}(L - \nu_k^2 C)\frac{\omega_k}{\delta_k'}\alpha_k + \frac{\beta_3\omega_3}{\delta_3'}\right]$$

$$v = -\operatorname{Re}\left[\sum_{k=1}^{2}(L - \nu_k^2 C)\frac{\omega_k}{\delta_k'}\beta_k - \frac{\alpha_3\omega_3}{\delta_3'}\right] \tag{1.12}$$

$$w = (L + F)\operatorname{Re}\sum_{k=1}^{2}\frac{i\nu_k\omega_k}{\delta_k'}, \qquad \omega_3 = \psi^{\circ\prime}$$

$$\delta_k' = -\beta_k\xi + \alpha_k\eta + f_k'(\theta_k) \qquad (k = 1, 2, 3)$$

Формулы (1.12) содержат произвольные функции ω_k, f_k и определяют класс комплексных решений уравнений равновесия рассматриваемой анизотропной среды. Аналогичный класс решений может быть построен для уравнений равновесия среды с общим видом анизотропии. Выбор потенциалов (1.1) не нарушает общности решения в классе (1.12), так как между ними и «полной» системой потенциалов, определяющих продольное и поперечное перемещения, в упомянутом классе можно установить взаимно-однозначное соответствие.

Рассмотрим частные случаи.

а) *Плоские решения.* Положим $\theta_k = \theta_0 = \mathrm{const}$, $f_k \equiv -\theta_k$, тогда

$$\alpha_k = \cos\theta_0, \qquad \beta_k = \sin\theta_0, \qquad \delta_k' = -1$$
$$\theta_k = \xi\cos\theta_0 + \eta\sin\theta_0 \pm i\nu_k\zeta \tag{1.13}$$

Решение (1.12) запишется в виде

$$u = \operatorname{Re}\{[(L - \nu_1^2 C)\,\omega_1 + (L - \nu_2^2 C)\omega_2]\cos\theta_0 - \omega_3\sin\theta_0\}$$
$$v = \operatorname{Re}\{[(L - \nu_1^2 C)\omega_1 + (L - \nu_2^2 C)\omega_2]\sin\theta_0 + \omega_3\cos\theta_0\} \tag{1.14}$$
$$w = \operatorname{Re}[-(L + F)i(\nu_1\omega_1 + \nu_1\omega_2)]$$

Кроме произвольных аналитических функций ω_k, оно содержит произвольный параметр θ_0, определяющий решение плоской задачи в плоскости, проходящей через ось z и составляющей с плоскостью xz угол θ_0. Интегрируя (1.14) по θ_0 в пределах от 0 до 2π, получаем новое решение уравнений равновесия (1.2). Развитие этого направления изложено в [6].

б) *Однородные решения.* Последние получим, полагая в (1.11) $f_k \equiv 0$. Имеем в данном случае

$$\alpha_k = \rho^{-2}(R_k\eta - i\nu_k\zeta\xi), \qquad \beta_k = -\rho^{-2}(R_k\xi + i\nu_k\zeta\eta)$$
$$\delta_k' = -\beta_k\xi + \alpha_k\eta = R_k = (\rho^2 + \nu_k^2\zeta^2)^{1/2}, \qquad \rho^2 = \xi^2 + \eta^2 \tag{1.15}$$

Можно показать, аналогично [7], что в этом классе содержатся решения уравнений равновесия анизотропной среды, отвечающие действию сосредоточенной силы в точке неограниченного пространства или в точке границы полупространства.

§ 2. **Сосредоточенная сила в неограниченном пространстве.** Начало координат поместим в точку, где действует в направлении оси z сосредоточенная сила интенсивности P.

В решении (1.12) положим $\omega_k = iD_k$, где D_k — вещественные постоянные, и $\omega_3 = 0$ (отсутствует кручение). Тогда, с учетом (1.15), после отделения вещественной части и требования ограниченности радиального смещения при $\rho = 0$ получим

$$u_\rho = -\sum_{k=1}^{2} \frac{(L - \nu_k^2 C) D_k}{R_k R_k^*}, \qquad w = -(L+F) \sum_{k=1}^{2} \frac{\nu_k D_k}{R_k}$$

$$(R_k^* = R_k + \nu_k z) \tag{2.1}$$

При этом на D_k накладывается условие

$$(L - \nu_1^2 C) D_1 + (L + \nu_2^2 C) D_2 = 0 \tag{2.2}$$

Другое соотношение выводим из требования эквивалентности нагрузки от напряжений, распределенных на малой сфере, описанной вокруг начала координат, приложенной сосредоточенной силе P. В результате получим

$$(F + \nu_1^2 C) D_1 + (F + \nu_2^2 C) D_2 = -P / 4\pi L \tag{2.3}$$

Подставляя значения D_k в (2.1), запишем окончательно

$$u_\rho = \frac{E_0 (L+F)}{\nu_2 - \nu_1} \left[\frac{1}{R_1 R_1^*} - \frac{1}{R_2 R_2^*} \right]$$

$$w = -\frac{E_0}{\nu_2 - \nu_1} \left[\frac{\nu_1 (L - \nu_2^2 C)}{R_1} - \frac{\nu_2 (L - \nu_1^2 C)}{R_2} \right] \tag{2.4}$$

$$E_0 = P\, [4\pi LC / \nu_1 + \nu_2)]^{-1}$$

Полагая $C = A = \lambda + 2\mu$, $L = \mu$, $F = \lambda$, где λ, μ — коэффициенты Ламе, после раскрытия неопределенности получим соответствующий результат для изотропной среды.

§ 3. **Сосредоточенная сила в точке полупространства.** Если сосредоточенная сила P приложена в точке полупространства $M_0\,(x_0,\ y_0,\ z_0)$, то (2.4) запишем в виде

$$u = u_1 + u_2, \qquad v = v_1 + v_2, \qquad w = w_1 + w_2 \tag{3.1}$$

где p — решение, связанное с переменной θ_p, определяемой соотношениями

$$\delta_p = \xi \alpha_p + \eta \beta_p + i\nu_p (z - z_0) = 0$$

$$\alpha_p^2 + \beta_p^2 = 1 \qquad (p = 1,\ 2) \tag{3.2}$$

Решению с индексом p поставим в соответствие pq — решение u_{pq}°, v_{pq}°, w_{pq}°, связанное с переменной θ_{pq}, определяемой соотношением

$$\delta_{pq} = \xi \alpha_{pq} + \eta \beta_{pq} - i\nu_p z_0 - i\nu_q z = 0$$

$$\alpha_{pq}^2 + \beta_{pq}^2 = 1, \qquad \delta_{pq}' = R_{pq} = [\rho^2 + (\nu_p z_0 + \nu_q z)^2]^{1/2} \tag{3.3}$$

Последнее однозначно определяется требованием совпадения всех переменных на границе полупространства $z = 0$.

Решения с индексом pq находим из условия, что напряжения σ_{zp}^*, ν_{zxp}^*, τ_{zyp}^* соответствующие частному решению

$$u_p^* = u_p + u_{p1}^\circ + u_{p2}^\circ, \qquad v_p^* = v_p + v_{p1}^\circ + v_{p2}^\circ$$

$$w_p^* = w_p + w_{p1}^\circ + w_{p2}^\circ \qquad (p = 1,\ 2) \tag{3.4}$$

обращаются в нуль при $z = 0$.

Введем потенциалы, учитывая, что кручение отсутствует

$$u_p^* = \frac{\partial \varphi_p^*}{\partial x}, \quad v_p^* = \frac{\partial \varphi_p^*}{\partial y}, \quad w_p^* = \frac{\partial \chi_p^*}{\partial z} \tag{3.5}$$

Пользуясь (1.10) и учитывая, что $\alpha_{pq} = \alpha_p$, $\beta_{pq} = \beta_p$, $\theta_{pq} = \theta_p$ при $z = 0$, получим

$$\begin{aligned}(F + \nu_1^2 C)\nu_1\omega_{p1} + (F + \nu_2^2 C)\nu_2\omega_{p2} &= (F + \nu_p^2 C)\nu_p\omega_p \\ (F + \nu_1^2 C)\omega_{p1} + (F + \nu_2^2 C)\omega_{p2} &= -(F + \nu_p^2 C)\omega_p\end{aligned} \tag{3.6}$$

Отсюда

$$\omega_{pq} = \frac{F + \nu_p^2 C}{F + \nu_q^2 C}\frac{\nu_p + \nu_{q1}}{\nu_p - \nu_{q1}}\omega_p = iA_{pq}D_p, \qquad q_1 = 3 - q \tag{3.7}$$

Таким образом, для радиального смещения и смещения в направлении оси z имеем

$$u_{\rho pq}^\circ = \frac{(L - \nu_q^2 C)A_{pq}D_p(\nu_p z_0 + \nu_q z)}{\rho R_{pq}}, \qquad w_{pq} = \frac{-(L + F)A_{pq}\nu_q D_p}{R_{pq}} \tag{3.8}$$

Функции $u_{\rho pq}^\circ$ неограничены при $\rho = 0$. Поэтому от решения (3.8) перейдем к новому pq — решению, получаемому из (3.8) путем замены в формуле для $u_{\rho pq}^\circ$ дроби $\nu_p z_0 + \nu_q z / R_{pq}$ на выражение $1 - (\nu_p z_0 + \nu_q z)/R_{pq}$, что равносильно добавлению к (3.8) частного решения вида

$$u^\circ = A^\circ\xi\rho^{-2}, \qquad v^\circ = A^\circ\eta\rho^{-2}, \qquad w^\circ = 0 \tag{3.9}$$
$$A^\circ = \text{const}$$

удовлетворяющего граничным условиям и условиям на бесконечности. Необходимость его добавления может отпасть при других граничных условиях, например при жесткой заделке границы полупространства. Получим

$$u_{\rho pq} = \frac{(L - \nu_q^2 C)A_{pq}D_p}{R_{pq}R_{pq}^*}, \qquad w_{pq} = -\frac{(L + F)A_{pq}\nu_q D_p}{R_{pq}} \tag{3.10}$$
$$R_{pq}^* = R_{pq} + \nu_p z_0 + \nu_q z$$

Окончательные формулы для упругих перемещений запишутся в виде

$$\begin{aligned}u_\rho &= -\frac{(L + F)E_0}{(\nu_1 - \nu_2)^2}\rho\sum_{p=1}^{2}\left[\frac{\nu_p - \nu_{p1}}{R_p R_p^*} - \frac{\nu_p + \nu_{p1}}{R_{pp}R_{pp}^*} + \frac{F + \nu_{p1}^2 C}{F + \nu_p^2 C}\frac{2\nu_p}{R_{pp_1}R_{pp_1}^*}\right] \\ w &= \frac{-E_0}{(\nu_1 - \nu_2)^2}\sum_{p=1}^{2}(L - \nu_{p1}^2 C)\nu_p\left[\frac{\nu_p - \nu_{p1}}{R_p} - \frac{\nu_p + \nu_{p1}}{R_{pp}} + \frac{F + \nu_p^2 C}{F + \nu_{p1}^2 C}\frac{2\nu_{p1}}{R_{pp1}}\right]\end{aligned} \tag{3.11}$$
$$(p_1 = 3 - p)$$

При $z_0 = 0$ из (3.11) выводим решение, отвечающее действию сосредоточенной силы на границе полупространства [6] [1]

$$\begin{aligned}u_\rho &= \frac{P(L + F)\rho\nu_1\nu_2}{2\pi L(\nu_2 - \nu_1)}\left[\frac{\nu_1}{A + \nu_1^2 F}\frac{1}{R_1 R_1^*} - \frac{\nu_2}{A + \nu_2^2 F}\frac{1}{R_2 R_2^*}\right] \\ w &= \frac{P(L + F)\nu_1\nu_2}{2\pi L(\nu_2 - \nu_1)}\left[\frac{\nu_2^2}{A + \nu_2^2 F}\frac{1}{R_1} - \frac{\nu_1^2}{A + \nu_1^2 F}\frac{1}{R_2}\right]\end{aligned} \tag{3.12}$$

Полагая в (3.11)

$$A = C = \lambda + 2\mu, \qquad F = \lambda, \qquad L = \mu$$

и раскрывая неопределенность, получим известное решение Миндлина [8].

[1] В формулах [6] необходимо устранить неточности при вычислении интегралов (4.12) стр. 912.

§ 4. Сосредоточенная сила в точке составного пространства. Здесь наряду с «отраженным» pq-решением необходимо учитывать «преломленное» pq-решение, связанное с переменной $\theta_{pq}^{(1)}$, определенной соотношением

$$\delta_{pq}{}^{(1)} = \alpha_{pq}{}^{(1)}\xi + \beta_{pq}{}^{(1)}\eta - i\nu_p z_0 + i\nu_q{}^{(1)} z = 0 \tag{4.1}$$

Частные решения вида

$$u_p{}^* = u_p + u_{p1}{}^\circ + u_{p2}{}^\circ + u_{p1}{}^{(1)} + u_{p2}{}^{(1)}, \ldots \tag{4.2}$$

подбираются таким образом, чтобы были удовлетворены заданные условия сопряжения рассматриваемых трансверсально-изотропных полупространств. Например, в случае гладкого контакта имеем на границе раздела $z = 0$

$$\sigma_z = \sigma_z{}^{(1)}, \qquad w = w^{(1)}, \qquad \tau_{z\rho} = \tau_{z\rho}^{(1)} = 0 \tag{4.3}$$

Если сосредоточенная сила интенсивности P действует в точке M_0 (x_0, y_0, z_0) полупространства с упругими постоянными A, C, F,..., то при отсутствии кручения имеем вместо (3.6)

$$L(F + \nu_1{}^2C)\omega_{p1} + L(F + \nu_2{}^2C)\omega_{p2} - L^{(1)}(F^{(1)} + \nu_1{}^{(1)2}C^{(1)})\omega_{p1}{}^{(1)} - L^{(1)}(F^{(1)} + \nu^{(1)2}C^{(1)})\omega^{(1)}{}_{p2} = -L\,(F + \nu_p{}^2C)\omega_p$$

$$\nu_1\,(F + \nu_1{}^2C)\omega_{p1} + \nu_2\,(F + \nu_2{}^2C)\omega_{p2} = \nu_p\,(F + \nu_p{}^2C)\omega_p$$

$$\nu_1{}^{(1)}\,(F^{(1)} + \nu_1{}^{(1)2}\,C)\omega_{p1}{}^{(1)} + \nu_2{}^{(1)}\,(F^{(1)2} + \nu_2{}^{(1)2}\,C)\omega_{p2}{}^{(1)} = 0 \tag{4.4}$$

$$\nu_1\omega_{p1} + \nu_2\omega_{p2} + \nu_1{}^{(1)}\,\omega_{p1}{}^{(1)} + \nu_2{}^{(1)}\omega_{p2}{}^{(1)} = \nu_p\omega_p$$

Соотношения (4.4) позволяют построить в элементарном виде решение поставленной задачи и, в частности, получить соответствующее решение для изотропного составного пространства, составленного из различных по материалу изотропных полупространств. Однако ввиду громоздкости получаемых формул оно приводится лишь для случая, когда материалы полупространств одинаковы $A^{(1)} = A$,...

Имеем при указанных условиях

$$\omega_{pq} = {}^1\!/\!_2\,(S_{pq} + Q_{pq}), \qquad \omega_{pq}{}^{(1)} = {}^1\!/\!_2\,(S_{pq} - Q_{pq})$$

$$S_{pq} = \frac{\nu_p(\nu_{q1} - \nu_p)}{\nu_q(\nu_{q1} - \nu_q)}, \qquad Q_{pq} = -\frac{F + \nu_p{}^2C}{F + \nu_q{}^2C}\,\frac{\nu_p + \nu_{q1}}{\nu_{q1} - \nu_q} \tag{4.5}$$

Подставляя (4.5) в формулы для перемещений вида (1.12) и добавляя решение вида (3.9), находим искомое решение

$$u_\rho = -\frac{E_0(L + F)}{(\nu_1 - \nu_2)^2}\,\rho \sum_{p=1}^{2}\left[\frac{\nu_p - 2\nu_{p1}}{R_pR_p{}^*} - \frac{\nu_p}{R_{pp}R_{pp}{}^*} + \frac{F + \nu_{p1}{}^2C}{F + \nu_p{}^2C}\left(\frac{\nu_p}{R_{pp_1}R_{pp_1}{}^*} + \frac{\nu_p}{R_{pp_1}{}^{(1)}R_{pp_1}{}^{(1)*}}\right)\right]$$

$$w = -\frac{E_0}{(\nu_1 - \nu_2)^2}\sum_{p=1}^{2}(L - \nu_{p_1}{}^2C)\,\nu_p\left[\frac{\nu_p - 2\nu_{p_1}}{R_p} - \frac{\nu_p}{R_{pp}} + \frac{F + \nu_p{}^2C}{F + \nu_{p_1}{}^2C}\left(\frac{\nu_{p_1}}{R_{pp_1}} + \frac{\nu_{p_1}}{R_{pp_1}{}^{(1)}}\right)\right] \tag{4.6}$$

$$R_{pp_1} = [\rho^2 + (\nu_{p_1}z - \nu_p z_0)^2]^{1/2}, \qquad R_{pp_1}{}^{(1)*} = R_{pp_1}{}^{(1)} + \nu_{p_1}z - \nu_p z_0$$

Путем предельного перехода из (4.6) можно вывести соответствующее решение для изотропной среды.

При $z_0 = 0$ вновь получаем результат (3.12), годный для описания напряженного состояния обоих полупространств.

Нетрудно рассмотреть случай, когда граница раздела полупространств не перпендикулярна оси упругой симметрии. Например, если границей раздела служит плоскость $y = 0$, то решение (2.4) удобно представить в виде

$$\begin{gathered} u = -\operatorname{Re}[(L - \nu_1^2 C)\alpha_1(\delta_1')^{-1}\omega_1 + (L - \nu_2^2 C)d_2(\delta_2^1)^{-1}\omega_2] \\ v = -\operatorname{Re}[(L - \nu_1^2 C)\beta_1(\delta_1')^{-1}w_1 + (L - \nu_2^2 C)\beta_2(\delta_2')^{-1}\omega_2] \\ w = (L + F)\operatorname{Re}[(\delta_1')^{-1}\omega_1 + (\delta_2')^{-1}\omega_2] \end{gathered} \tag{4.7}$$

Здесь

$$\begin{gathered} \delta_p = \alpha_p\xi + \beta_p\eta + \zeta = 0, \quad \delta_p' = \alpha_p'\xi + \beta_p'\eta \quad (p = 1, 2) \\ \alpha_p' = d\alpha_p / d\theta_p, \quad \beta_p' = d\beta_p / d\theta_p, \quad \alpha_p = \theta_p \\ \beta_p = i\sqrt{\nu_p^{-2} + \theta_p^2}, \quad \omega_p = D_p\beta_p^{-1} \end{gathered} \tag{4.8}$$

«Отраженное» и «преломленное» решения связываются с переменными, определяемыми из соотношений

$$\begin{gathered} \delta_{pq} = \alpha_{pq}\xi - \beta_{pq}y - \beta_p y_0 + \zeta = 0 \qquad \begin{pmatrix} p = 1, 2 \\ q = 1, 2, 3 \end{pmatrix} \\ \delta_{pq}^{(1)} = \alpha_{pq}^{(1)}\xi + \beta_{pq}y - \beta_p y_0 + \zeta = 0 \\ \alpha_{pq} = \theta_{pq}, \quad \beta_{pq} = i\sqrt{\nu_q^{-2} + \theta_{pq}^2} \\ \alpha_{pq} = \theta_{pq}^{(1)}, \quad \beta_{pq}^{(1)} = i\sqrt{\nu_q^{(1)-2} + \theta_{pq}^{(1)^2}} \end{gathered} \tag{4.9}$$

На границе раздела все переменные совпадают. Упомянутые выше решения с индексом pq подбираются из принятых условий сопряжения. Схема решения остается прежней.

Заметим, что при $y_0 \neq 0$ решение здесь не оказывается элементарным и требует разрешения алгебраического уравнения четвертой степени. Однако при $y_0 = 0$, т. е. при действии сосредоточенной силы вдоль границы раздела, оно вновь становится элементарным.

В заключение отметим возможность применения метода для решения тех же задач для сред с более общим видом анизотропии.

Поступила 22 X 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Kröner E. Das Fundamentalintegral der anisotropen elastishen Differentialgleichungen. Z. für Physik, 1953, Bd 136, H. 4.
2. Башелейшвили М. О. О фундаментальных решениях дифференциальных уравнений анизотропного упругого тела. Сообщ. АН ГрузССР, 1957, т. 19, № 4.
3. Купрадзе В. Д., Гегелия Т. Г., Башелейшвили М. О., Бурчуладзе Т. В. Трехмерные задачи математической теории упругости, гл. XIII. Тбилиси, Изд-во Тбилисск. ун-та, 1968.
4. Ляв А. Математическая теория упругости. М.—Л., ОНТИ, 1937.
5. Свекло В. А. К решению динамических задач плоской теории упругости для анизотропного тела. ПММ, 1961, т. 25, вып. 5.
6. Свекло В. А. Задачи типа Буссинеска для анизотропного полупространства. ПММ, 1964, т. 28, вып. 5.
7. Франк Ф., Мизес Р. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики, ч. 2, М.—Л., ОНТИ, 1937.
8. Лурье А. И. Пространственные задачи теории упругости. М., Гостехиздат, 1955.