В заключение отметим, что, повторяя те же рассуждения, можно точно выполнить и любое другое условие на торцах цилиндра. Если таковым будет, например, касательное напряжение τ_{rz}, следует положить вместо (3,5)

$$H(r) = 2G \sum_{k=1}^{\infty} a_k m_k \delta_k' \operatorname{sh} m_k l \quad .$$

Поступила 25 VI 1968.

ЛИТЕРАТУРА

1. Папкович П. Ф. Об одной форме решения плоской задачи теории упругости для прямоугольной полосы. Докл. АН СССР, 1940, т. 27, № 4.
2. Папкович П. Ф. Два вопроса теории изгиба тонких упругих плит. ПММ, 1941, т. 5, вып. 3.
3. Гринберг Г. А. О методе, предложенном П. Ф. Папковичем для решения плоской задачи теории упругости для прямоугольной области и задачи изгиба прямоугольной тонкой плиты с двумя закрепленными кромками и о некоторых его обобщениях. ПММ, 1953, т. 17, вып. 2.
4. Прокопов В. К. О соотношении обобщенной ортогональности П. Ф. Папковича для прямоугольной пластинки. ПММ, 1964, т. 28, вып. 2.
5. Ворович И. И., Ковальчук В. Е. О базисных свойствах одной системы однородных решений. ПММ, 1967, т. 31, вып. 5.
6. Прокопов В. К. Обзор работ по однородным решениям теории упругости и их приложениям. М., Машгиз, 1967 (Тр. Ленингр. политехн. ин-та, № 279).
7. Нуллер Б. М. Об однородных решениях теории упругости и соотношении ортогональности П. А. Шиффа (семинар «Механика деформируемого твердого тела» под руководством А. И. Лурье). Инж. ж. МТТ, 1968, № 2.
8. Schiff P. A. Sur l'equilibre d'un cylindre d'elastique. J. Math. pures et appl., 1883, ser. III, t. 9.
9. Стеклов В. А. О равновесии упругих тел вращения. Сообщения Харьковск. матем. о-ва, 1893, вторая серия., т. 3.
10. Filon L. N. G. On the elastic equilibrium of circular cylinders under certain practical systems of load. Trans. Royal. phil. Soc. of London, 1902, ser. A, vol. 193.
11. Лурье А. И. Пространственные задачи теории упругости. М., Гостехиздат, 1955.

ОБ ОШИБКАХ В КНИГЕ Л. ДЖ. СЛЕЙТЕР «ВЫРОЖДЕННЫЕ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ»

М. Э. Авербух, Л. Е. Борухов

(Саратов)

Исправлены неверные формулы разложений функций Куммера и Уиттекера первого рода по цилиндрическим функциям, приведенные в монографии Слейтер [1].

Разложения функций ${}_1F_1\,(a,\,b,\,x)$ и $M_{k,m}\,(x)$ в ряды по цилиндрическим функциям во многих случаях оказываются полезными ввиду отсутствия таблиц с необходимым интервалом изменения параметров. Такие разложения даны Слейтер в [1]. Однако все четыре итоговые формулы соответствующего параграфа 2.7.3 неверны.

Ошибочность формул (2.7.14) и (2.7.16) становится очевидной при сведении их к ранее известным частным случаям. Действительно, при $a = n + {}^1/_2$ и $b = 2n + 1$ находим по формуле (2.7.14)

$${}_1F_1\,[n + {}^1/_2,\, 2n + 1,\, x] = 2^{2n}\,\Gamma\,(n)\, e^{{}^1/_2 x} x^{-n} I_n\,({}^1/_2 x)$$

Это противоречит частной формуле (2.7.1). Из формулы (2.7.16) при $k = 0$ получаем

$$M_{0,m}\,(x) = 2^{2m}\Gamma\,(m) x^{{}^1/_2} I_m\,({}^1/_2\; x)$$

Это противоречит точной формуле (1.8.11) (см. также (9.235) [2]).

Как показала проверка, эта ошибка возникла в результате неверного подсчета в тексте книги [1] функции ${}_0F_1\,(;b,\,x)$ при переходе от формулы (2.7.10) к формулам (2.7.14), (2.7.15). В формулы (2.7.16), (2.7.17) она перенесена механически. Так как во всех четырех формулах ошибка одна и та же, то проведем подсчет для ${}_1F_1\,(a,\,b,\,x)$ и укажем точный результат для $M_{k,m}\,(x)$.

По формуле (2.7.11) находим

$${}_0F_1\,[\,;\,b-a+{}^1/_2+n,\,({}^1/_4x)^2]=\Gamma\,(b-a+{}^1/_2+n)\,({}^1/_4x)^{a-b+{}^1/_2-n}I_{b-a-{}^1/_2+n}\,({}^1/_2x)$$

Используя равенство

$$\Gamma\,(b-a+{}^1/_2+n)=\Gamma\,(b-a-{}^1/_2)\,(b-a-{}^1/_2)_n\,(b-a-{}^1/_2+n)$$

внесем в (2.7.10) найденное значение ${}_0F_1$. После упрощений получим точный вид разложения

$${}_1F_1\,[a,\,b,\,x]=e^{{}^1/_2x}\Gamma\,(b-a-{}^1/_2)\,({}^1/_4x)^{a-b+{}^1/_2}\times$$
$$\times\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2b-2a-1)_n\,(b-2a)_n\,(-1)^n}{n!\,(b)_n}\,(b-a-{}^1/_2+n)\,I_{b-a-{}^1/_2+n}\,({}^1/_2x)$$

Отсюда видно, что в формулах (2.7.14), (2.7.15) под знаком ряда потерян множитель $(b-a-{}^1/_2+n)$.

Записывая теперь функцию Уиттекера $M_{k,m}\,(x)$ по формуле (1.6.4), находим правильный вид разложения

$$M_{k,m}\,(x)=2^{2m+2k}\,x^{{}^1/_2-k}\,\Gamma\,(m+k)\times$$
$$\times\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2m+2k)_n\,(2k)_n\,(-1)^n}{n!\,(1+2m)_n}\,(m+k+n)\,I_{m+k+n}\,({}^1/_2x)$$

Сравнение с (2.7.16) и (2.7.17) в работе [1] показывает, что в последних утерян множитель $(m+k+n)$.

Легко убедиться, что из полученных здесь разложений могут быть получены частные случаи (2.7.1) и (1.8.11) работы [1].

Попутно укажем замеченные в [1] опечатки. В правых частях формул (1.5.4) (1.5.5) стоит множитель x^c, а должно быть x^{c-1}. На последующем изложении эта ошибка не отражается. В последней формуле п. 2.7.2 на стр. 32 в знаменателе под знаком ряда стоит множитель $(2n+1)_m$, а должен быть $(2n+t)_m$.

В заключение отметим, что указанные ошибки и опечатки книги [1] содержатся и в английском оригинале [3].

Поступила 20 VI 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Слейтер Л. Дж. Вырожденные гипергеометрические функции. М., Вычислит. центр АН СССР, 1966.
2. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.
3. Slater L. J. Confluent hypergeometric functions. Cambridge, Univ. Press, 1960.