



**ПЕЛАГЕЯ ЯКОВЛЕВНА  
КОЧИНА**

## ПЕЛАГЕЯ ЯКОВЛЕВНА КОЧИНА

(К семидесятилетию со дня рождения)

Пелагея Яковлевна Кочина войдет в историю развития науки и культуры России как одна из первых женщин ученых советского времени.

Круг научных исследований П. Я. Кочиной весьма разнообразен<sup>1</sup>. Она плодотворно работала в области динамической метеорологии и теории приливов, решила несколько задач теории упругости и с выдающимся успехом занималась вопросами фильтрации в пористых средах; большое количество оригинальных работ, выполненных П. Я. Кочиной по теории фильтрации, поставили ее в ряд наиболее авторитетных ученых в области механики движения грунтовых вод и нефти.

Результаты, полученные ею, нашли большое применение в строительстве гидросооружений, а также при проектировании разработок нефтяных и газовых месторождений.

\* \* \*

П. Я. Кочина (урожденная Полубаринова) родилась 13 мая 1899 г. в Астрахани. П. Я. Кочина училась сначала в Астраханской женской гимназии, а затем с четвертого класса — в Петроградской Покровской женской гимназии, которую окончила с золотой медалью в 1916 г. Вкус и любовь к математике сумел привить ей преподаватель алгебры Н. И. Библибин, известный педагог, переводчик «Алгебры» Бертрана.

После гимназии она поступила на Бестужевские женские курсы, которые позднее слились с Петроградским университетом. В 1921 г. Пелагея Яковлевна окончила курс физико-математического факультета по группе чистой математики. На женских курсах П. Я. Кочина слушала лекции Н. Н. Гернет, К. А. Поссе, в университете — Б. М. Кояловича, И. В. Мещерского, Г. В. Колосова, Г. М. Фихтенгольца. Но наибольшее влияние на формирование Пелагеи Яковлевны как ученого оказали Владимир Иванович Смирнов и Александр Александрович Фридман.

Трудовая деятельность Пелагеи Яковлевны началась еще в период учебы в гимназии и на Высших женских курсах, когда она стала давать уроки и работать в библиотеке Высших женских курсов. С 1919 г. П. Я. Кочина работает в Главной геофизической обсерватории сначала в должности вычислителя под руководством А. А. Фридмана, затем адъюнкта и физика; с 1925 г. она заведует отделом теоретической геофизики. В Главной геофизической обсерватории начались и первые научные исследования П. Я. Кочиной.

<sup>1</sup> Список трудов приведен на стр. 207.

Одновременно П. Я. Кочина ведет большую педагогическую работу в высших учебных заведениях Ленинграда — на физическом отделении Ленинградского университета, в Институте инженеров путей сообщения, в Учебном комбинате гражданского воздушного флота. Здесь в 1934 г. она получает звание профессора по кафедре математики.

В 1935 г. академик Николай Евграфович Кочин был приглашен на работу в Москву в Академию наук. Вместе с мужем переехала в Москву и Пелагея Яковлевна.

В этом же году она начинает работать старшим научным сотрудником в Математическом институте АН СССР. С 1935 г. начинается постоянная работа П. Я. Кочиной в учреждениях Академии наук.

Переезд в Москву не прервал и педагогическую деятельность Пелагеи Яковлевны. Начиная с 1935 г. она заведует кафедрами высшей математики в ряде московских вузов — в Гидрометеорологическом институте, Дирижаблестроительном и др. После войны она ведет преподавательскую работу в Московском нефтяном институте, в Московском университете и других учебных заведениях.

В 1939 г. Пелагея Яковлевна переходит в только что организованный Институт механики АН СССР, а в 1940 г. защищает диссертацию «Некоторые задачи установившегося движения грунтовых вод» на ученую степень доктора физико-математических наук. Изданная в 1942 г. монография П. Я. Кочиной «Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод», в основу которой положена диссертация, была удостоена государственной премии.

Одновременно со своими прямыми научными обязанностями Пелагея Яковлевна с конца 30-х годов начинает уделять много времени истории науки и глубоко изучает творчество С. Ковалевской.

В 1946 г. Пелагея Яковлевна, как один из крупнейших специалистов по гидродинамике, была избрана членом-корреспондентом Академии наук СССР по Отделению технических наук. С 1948 г., в течение более десяти лет, она руководит отделом гидродинамики Института механики АН СССР. С небольшой группой сотрудников она ведет исследования по фильтрации жидкостей и газов в пористых средах.

В 1958 г. П. Я. Кочина избрана действительным членом Академии наук СССР. Распоряжением Президиума АН СССР от 19 III 1959 г. она назначена заведующей отделом прикладной гидродинамики в Институте гидродинамики Сибирского отделения АН СССР.

В последующее десятилетие П. Я. Кочина ведет организационную работу по созданию отдела. Под ее общим руководством в отделе ведутся исследования в области гидродинамики, гидравлики а также по ряду задач гидротехнического строительства и водного хозяйства.

Однако постепенно личные научные интересы Пелагеи Яковлевны сосредотачиваются на вопросах орошения. Особое внимание она уделяет проблеме орошения Кулундинской степи. Она не раз выезжала в Кулундинскую степь, на Алейскую оросительную систему, на орошаемые пастбища Горного Алтая, чтобы ознакомиться с объектами и системами

орошения на месте. Часть исследований отражены в статьях (1960, 5; 1962, 4; 1964, 3), а некоторые результаты длительных исследований в этой области П. Я. Кочкиной опубликованы в книге «Математические методы в вопросах орошения» совместно с ее сотрудниками В. Г. Пряжинской и В. Н. Эмихом.

Ряд научных работ П. Я. Кочкиной, относящихся к этому периоду, посвящены решению некоторых пространственных задач [о движении грунтовых вод, задач о притоке к скважинам, о фильтрации в слоистых грунтах.

В те же годы она участвует в организации Новосибирского университета; на механико-математическом факультете организует и возглавляет кафедру теоретической механики, читает курсы по гидромеханике, теории движения грунтовых вод; руководит группой аспирантов. Она по-прежнему уделяет внимание истории науки: от случая к случаю делает сообщения в связи с юбилейными датами Вейерштрасса, Ковалевской, Фридмана, Громеки и Вейсбаха в Московском математическом обществе, в Институте механики АН СССР и в Доме дружбы народов.

П. Я. Кочина выступала с докладами на ряде Всесоюзных и Международных конгрессов, съездов по механике, гидромеханике, гидравлике: Всесоюзных съездах по теоретической и прикладной механике (1960 и 1964), по математике (1962), на Международных конгрессах по прикладной механике (Стреза, 1960), гидравлического общества Франции (1960), XI Конгрессе Международной ассоциации по гидравлическим исследованиям (Ленинград, 1965), XV Международной ассамблее по геофизике и геодезии (Швейцария, 1967). Весной 1962 г. Пелагея Яковлевна совершает поездку по Индии, где знакомится с организацией орошения.

П. Я. Кочина ведет активную общественную работу, состоит членом Комитета советских женщин. В 1959 г. она ездила в Рим на конференцию итальянских женщин. П. Я. Кочина ведет научно-общественную работу, являясь членом редколлегии журналов «Прикладная математика и механика» и «Прикладная механика и техническая физика». Она возглавила Межведомственную комиссию по использованию и охране водных ресурсов Сибири. Была представителем оргкомитета ряда совещаний в Сибирском отделении АН СССР по водным проблемам Сибири.

В последние годы П. Я. Кочина в своей научной деятельности уделила значительное внимание популяризации научных знаний по проблеме водохозяйственного строительства. Этому вопросу посвящена ее популярная книга (1964, 2), статья в научно-популярном журнале «Наука и жизнь» (1962, 1), а также статьи в газетах «Вечерний Новосибирск» (1960, 6), «Советская Сибирь» (1964, 1; 1965, 4) и др.

\* \* \*

Родина высоко оценила заслуги Пелагеи Яковлевны Кочкиной, наградив ее тремя орденами Ленина, орденом Трудового Красного знамени и медалями СССР.

В 1969 г. за большие заслуги в развитии Советской науки П. Я. Кочкиной присвоено звание Героя Социалистического труда.

Научная деятельность Пелагеи Яковлевны Кочкиной весьма разнообразна.<sup>1</sup>

Первые научные работы Пелагеи Яковлевны были выполнены в Главной геофизической обсерватории; темы их были предложены А. А. Фридманом.

В этих работах П. Я. Кочина рассмотрела ряд теоретических вопросов, связанных с построением атмосферных течений. Она показала, что в первом приближении составляющие ветра можно рассматривать как линейные функции координат; это позволяет дать классификацию особых точек линий тока на плоскости (1923) и в пространстве (1929).

В двух других исследованиях (1924; 1928) при помощи перемещающихся особенностей сделана попытка строить модели облачных гряд (вихри с горизонтальной осью).

Позднее Пелагея Яковлевна приняла участие в составлении известной монографии «Динамическая метеорология», в которой ей принадлежат глава VI «Кинетика атмосферных движений» и глава VII «Динамика атмосферы».

К области геофизики относятся также работы по теории сейш-приливов в прямоугольном бассейне (1937, 1938, 1,2), в которых она уточнила результаты предшествующих приближенных теорий. Во второй из этих работ дифференциальное уравнение теории приливов приводится к интегральному уравнению, строится его ядро при помощи комплексной функции Грина и исследуются его некоторые свойства.

В 1939 г. публикуются первые работы Пелагеи Яковлевны Кочкиной, посвященные теории фильтрации жидкостей и газов в пористых средах и движению грунтовых вод. Этой области механики П. Я. Кочина отдала тридцать лет непрерывной работы. Ее теоретические исследования направлены на решение прикладных задач, в выборе которых проявилась большая внутренняя интуиция ученого. Результаты, полученные путем тонких математических преобразований, доводятся до числа и становятся доступными для обозрения с позиций практики.

Ее монографии «Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод» (1942) и «Теория движения грунтовых вод» (1952) используются инженерами и другими специалистами, работающими в области разработки нефтяных и газовых месторождений, гидротехнических сооружений и гидро-мелиорации.

Известный английский ученый гидродинамик Дж. Тэйлор (G. Taylor), передавая через редакцию журнала «Прикладная математика и механика» приветствие П. Я. Кочкиной по случаю ее 70-летия, пишет:

«...Я не авторитет в области течения подземных вод, в которой она (Пелагея Яковлевна) так хорошо известна, но я достаточно знаком с предметом, чтобы говорить о высоком качестве ее работы...

...Все, изучающие движение грунтовых вод, благодарны мадам Кочкиной за лекции, опубликованные в книге, которой они пользуются...

<sup>1</sup> Список трудов приведен на стр. 207.

Большой оригинальный материал, содержащийся в этой книге, изложен в строгой логической последовательности. Для читателя не специалиста он открывает привлекательность области, в которой математики могут дать инженерам лучшее представление о процессах, происходящих под сооружениями, которые они строят».

Научные работники, инженеры и специалисты проектных, строительных и промышленных организаций Москвы, Ленинграда и других городов нашей страны постоянно обращаются за консультацией по вопросам фильтрации к П. Я. Кочкиной. Эта повседневная деятельность столь обычна и естественна для Пелагеи Яковлевны, что как бы и не замечается.

В этом году выходит книга, публикуемая издательством «Наука», под редакцией П. Я. Кочкиной «Развитие исследований по теории фильтрации в СССР». Создание ее обязано авторитету П. Я. Кочкиной. По ее приглашению около 45 научных работников и специалистов научно-исследовательских институтов Академии наук и промышленности, вузов и университетов приняли участие в составлении этого сборника.

Систематический обзор трудов П. Я. Кочкиной по фильтрации публикуется здесь ниже в отдельной статье. Заметим, что в этот обзор не вошли работы, стоящие обиняком.

В работе (1957), в которой рассматриваются простейшие автомоделные решения задачи о плоском или осесимметричном неустановившемся движении несжимаемой идеальной жидкости в слое конечной глубины в предположении, что вертикальная составляющая ускорения] мала. Две статьи посвящены однородным винтовым потокам; в первой (1959) показано, что выражение для функции тока двумерного винтового движения, полученное О. Ф. Васильевым, можно значительно упростить, при этом приводится общий вид линий тока; вторая (1961) представляет краткий доклад по винтовым движениям, сделанный П. Я. Кочкиной на конференции в Алма-Ате.

Особого внимания заслуживает деятельность П. Я. Кочкиной в области истории науки. Ее исследования в этой области связаны с именем Софьи Ковалевской. Это имя привлекало Пелагею Яковлевну со студенческих лет. Она изучала ее работы, знакомилась с ее литературными произведениями.

В 1938 г. предстояло отметить 50-летие присуждения С. В. Ковалевской премии имени Бордена Парижской академией наук.

Сергей Алексеевич Чаплыгин в честь Ковалевской решил опубликовать сборник «Движение твердого тела вокруг неподвижной точки», к участию в этом сборнике он привлек П. Я. Кочину. Пелагея Яковлевна перевела с французского языка мемуары Ковалевской «Задачу о вращении твердого тела» и «Об одном свойстве системы дифференциальных уравнений, определяющих вращение твердого тела около неподвижной точки»; для этого же сборника она написала статью, в которой изложила метод Ковалевской, а также дальнейшие исследования Ляпунова, Лиу-

вилля и других авторов по вопросу об однозначных решениях и алгебраических интегралах задачи о вращении.

Приближалось столетие со дня рождения Ковалевской (1950). Пелагея Яковлевна добилась пополнения советского архива о Ковалевской обширными материалами, хранившимися в Стокгольме. Президент Академии наук Сергей Иванович Вавилов поддержал инициативу П. Я. Кочкиной и назначил ее председателем комиссии по первому изданию научных трудов С. Ковалевской на русском языке, которые он включил в серию «Классики науки», издававшуюся под его общей редакцией.

П. Я. Кочина провела весьма трудоемкий разбор обширной переписки С. Ковалевской, а также других материалов, присланных из Стокгольма на нескольких иностранных языках. Многие переводы П. Я. Кочина делала сама, другие тщательно проверяла.

Тем не менее уже в 1948 г. П. Я. Кочина подготовила и отредактировала сборник «С. В. Ковалевская. Научные работы», для которого перевела шесть произведений ученой, и составила очерк о ее научной деятельности. Более полную биографию С. Ковалевской П. Я. Кочина написала в том же году для серии «Люди русской науки».

13 января 1950 года Пелагея Яковлевна выступила на общем собрании Академии наук СССР, посвященном 100-летию со дня рождения С. В. Ковалевской, с обстоятельным докладом о ее жизни и деятельности. О литературных произведениях С. В. Ковалевской сделала доклад академик Милица Васильевна Нечкина.

В дальнейшем П. Я. Кочина не прекратила своих исследований. Она перевела, прокомментировала и опубликовала переписку С. В. Ковалевской с французским математиком Эрмитом — очерк «Дж. Дж. Сильвестр и С. В. Ковалевская», а также «Письма Ш. Эрмита к С. В. Ковалевской». Готовит к изданию письма к русской ученой знаменитого немецкого математика Вейерштрасса, переписку Ковалевской с ее шведским другом и соратником Г. Миттаг-Леффлером, письма к ней П. Л. Чебышева и др.

Все исследования П. Я. Кочкиной проведены на уровне профессионального историка; при этом она не делает обобщающих выводов или заключений, но содержание ее работ раскрывает образ Ковалевской как выдающейся ученой, утверждают ее как передовую русскую женщину своего времени, боровшуюся за право женщин работать во всех областях деятельности человека.

\* \* \*

Неутомимого труженика науки и культуры, Героя Социалистического труда, первую женщину-академика в области механики, замечательного человека Пелагею Яковлевну Кочину в день семидесятилетия научная общественность нашей страны горячо поздравляет и желает доброго здоровья и дальнейших творческих успехов.

## ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ П. Я. КОЧИНОЙ ПО ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ<sup>1</sup>

Исследованию фильтрации посвящено более семидесяти публикаций П. Я. Кочкиной, в число которых входят три монографии, оригинальные журнальные статьи, обзоры, доклады на сессиях Академии наук СССР и Академий наук союзных республик, доклады на международных конгрессах и симпозиумах, научно-популярные книги и статьи и др.

1. Первая публикация П. Я. Кочкиной в области теории фильтрации грунтовых вод относится к 1938 г. (1938, 2)<sup>2</sup>. В этой статье и в двух последующих (1939, 3, 4) излагается оригинальный общий метод решения плоской задачи теории установившейся фильтрации грунтовых вод в однородных грунтах. Этот метод основан на применении аналитической теории дифференциальных уравнений.

В рассмотрение вводятся производная комплексной координаты точек области фильтрации  $dz/d\zeta$  и производная комплексного потенциала фильтрации  $d\omega/d\zeta$  как аналитические функции в некоторой вспомогательной полуплоскости  $\zeta$ . Водопроницаемые и водонепроницаемые участки границы области фильтрации, а также участки высачивания предполагаются прямолинейными. Тогда, используя условие для комплексного потенциала фильтрации на кривой депрессии, можно аналитически продолжить эти функции на всю плоскость; исключением будут точки ее вещественной оси, соответствующие концам участков границ областей фильтрации и комплексного потенциала фильтрации.

Эти точки будут регулярными особыми точками линейно-независимых функций  $dz/d\zeta$  и  $d\omega/d\zeta$  с известными характеристическими показателями, а сами функции будут линейно-независимыми решениями обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка класса Фукса (без свободного члена). Коэффициенты уравнения зависят от координат регулярных особых точек, а также от характеристических показателей функций и некоторого числа постоянных. Эти постоянные должны удовлетворять двум условиям, следовательно, две постоянные определяются, а остальные остаются неопределенными. Эти неопределенные постоянные называются дополнительными (аксессуарными) параметрами.

Таким образом, задача сводится к интегрированию указанного уравнения относительно введенных производных, и если они будут определены, то, интегрируя полученные выражения, найдем параметрическое решение рассматриваемой фильтрационной задачи (параметром будет переменная  $\zeta$ ).

В упомянутых выше работах П. Я. Кочкиной дано аналитическое определение характеристических показателей функций в регулярных особых точках. В работах Б. К. Ризенкампа, С. Н. Нумерова и др. характеристические показатели определялись из геометрических соображений.

Изложение предлагаемого метода иллюстрировано рассмотрением частных случаев фильтрации через однородные земляные плотины и перемычки в земляной перемычке в виде прямоугольного массива, расположенной на горизонтальном водоупоре; в земляной перемычке с низовым клином, расположенной на горизонтальном водоупоре, снабженной горизонтальным фильтром; в земляной плотине, расположенной на горизонтальном водоупоре, снабженной горизонтальным фильтром; в земляной плотине, треугольного профиля при сухом нижнем бьефе, расположенной на горизонтальном водоупоре; в бесконечно высокой земляной плотине трапецеидального профиля при сухом нижнем бьефе и, наконец, в земляной плотине трапецеидального профиля, расположенной на наклонном или горизонтальном водоупоре.

<sup>1</sup> Обзор по поручению редакции составлен С. Н. Нумеровым.

<sup>2</sup> Нумерация цитируемых работ соответствует порядковому расположению работ по годам в списке трудов (стр. 207).

В работе (1940, 7) впервые было найдено эффективное решение для упомянутого выше случая фильтрации в прямоугольном массиве. Следует заметить, что этот случай фильтрации был ранее рассмотрен иным методом Б. Б. Девисоном, а также независимо от него Г. Гамелем. Однако им не удалось найти эффективного решения. Метод П. Я. Кочкиной всегда приводит к эффективным результатам в случае трех регулярных особых точек, т. е. при заранее известных аксессуарных параметрах.

В работе (1939, 5) на примере рассмотрения случая фильтрации в перемычке с низовым клином при сухом нижнем бьефе, расположенной на горизонтальном водоупоре, показана применимость разработанного ею метода при наличии равномерного испарения на свободной поверхности грунтовых вод.

Иное распространение метода П. Я. Кочкиной для расчета фильтрации двух жидкостей различных плотностей дано в ее работе (1956, 1) при рассмотрении одного случая фильтрации пресной воды над соленой водой.

Весьма важное значение при расчете напорной фильтрации в основании бетонных плотин имеет учет неоднородности основания.

В работе (1939, 6) дано применение разработанного ею метода для расчета фильтрации под основанием плоского флютбета и вокруг водонепроницаемого шпунта в предположении, что водонепроницаемое основание сложено из двух горизонтальных слоев одинаковой мощности с любыми коэффициентами фильтрации. Найденные ею решения выражаются через гипергеометрические функции, которые в данных частных случаях вырождаются в тригонометрические функции. Имея в виду последнее обстоятельство, в двух других работах П. Я. Кочкиной (1940, 4; 1941, 1) дано преобразование найденных ею решений к более простому виду, а также приведены результаты вычислений по упрощенным зависимостям.

Другое применение разработанного П. Я. Кочкиной метода при расчете фильтрации в неоднородном грунте дано в ее работе (1942, 1). В этой работе получены решения для случаев фильтрации в основании плоского симметричного разрезного флютбета, а также вокруг двух точечных шпунтов, при условии, что водопроницаемое основание имеет конечную мощность и состоит из двух слоев с вертикальной линией раздела, расположенной посередине между частями разрезного флютбета или точечными шпунтами.

Выше рассмотрены те из работ П. Я. Кочкиной, которые посвящены изложению предложенного ею фундаментального метода решения плоской задачи установившейся фильтрации грунтовых вод, а также рассмотрению ряда частных случаев фильтрации, решаемых этим методом, представляющих значительный научный и практический интерес.

Метод П. Я. Кочкиной применяется в исследованиях других авторов (В. А. Барон, В. А. Васильев, Н. К. Калинина, Ю. А. Кравченко, Г. К. Михайлов, С. Н. Нумеров, К. Ризенкамф, И. С. Теплицкий, С. В. Фалькович, Д. Ф. Шульгин, В. Н. Эмих и т. д.).

Обратимся теперь к рассмотрению других работ П. Я. Кочкиной, посвященных теории установившейся фильтрации грунтовых вод.

В работе (1952, 5) изложен метод расчета одномерной неравномерной установившейся фильтрации в прямоугольных грунтовых руслах с горизонтальным дном. Этот метод распространен на случай, когда основание грунтового русла сложено из двух слоев, при условии, что граница раздела этих слоев будет наклонной прямой. В работе приводится качественный анализ возможных форм свободной поверхности фильтрационного потока в этом случае.

Исследованию одномерной установившейся фильтрации грунтовых вод в многослойных горизонтальных пластах посвящена еще одна работа П. Я. Кочкиной (1963, 3). В этой работе предполагается:

1) что в верхнем слое пласта имеет место безнапорный режим фильтрации, а в нижнем слое напор постоянен;

2) испарение со свободной поверхности грунтовых вод имеет интенсивность, представляющую собой линейную функцию глубины фильтрационного потока в верхнем слое пласта;

3) интенсивность инфильтрации на свободной поверхности грунтовых вод либо постоянна, либо изменяется по синусоидальному закону. При решении указанной выше задачи одномерное нелинейное уравнение для напора в верхнем слое пласта линеаризуется обычным способом (по Буссинеску).

Анализ найденного решения рассматриваемого случая фильтрации позволяет представить следующую картину течения. В области усиленной инфильтрации устанавливается общее слабое перетекание из слоя в слой сверху вниз. В области разгрузки, обусловленной усиленным летним испарением или малым количеством атмосферных осадков, перетекание происходит снизу вверх. Такой характер течения диктует перенос солей в первом случае сверху вниз и во втором — снизу вверх. Орошение может вызвать местное перераспределение напора и местное выливание солей с одновременным переносом их в соседние участки. Одним из способов борьбы с засолением при орошении может быть откачка воды из нижележащих горизонтов. Это должно создавать в верхнем горизонте неглубокую, но широкую воронку депрессии и поддерживать переток из верхнего слоя пласта в нижние.

Исследованию одномерной неравномерной установившейся фильтрации в полубесконечном грунтовом массиве в предположении, что горизонтальный водоупор будет слабопроницаемым и подстилается слоем сильнопроницаемого грунта, напор в котором практически постоянен, посвящена работа П. Я. Кочкиной (1960, 2).

В ней предложен метод линеаризации уравнения для напора, обладающий существенными преимуществами по сравнению с обычным методом линеаризации (по Буссинеску), в отношении выражения фильтрационного расхода в массиве.

Использованию годографа скорости при исследовании плоской задачи установившейся фильтрации грунтовых вод в однородных грунтах посвящено четыре работы П. Я. Кочкиной (1939, 1; 1940, 5, 1; 1952, 4). В первой из них (1939, 1) изучается непрерывная деформация области годографа скорости при непрерывной деформации области фильтрации, иллюстрируемая рассмотрением двух частных случаев фильтрации (случай фильтрации в однородной земляной плотине трапецеидального профиля, снабженной горизонтальным фильтром, расположенной на горизонтальном водоупоре, и случай фильтрации в однородной земляной плотине треугольного профиля, расположенной на горизонтальном водоупоре).

Во второй работе (1940, 5) рассмотрена безнапорная фильтрация в однородно-анизотропной пористой среде. В этой работе установлен вид годографа скорости при условии, что область фильтрации состоит из водонепроницаемых и водопроницаемых участков, участков высачивания, участков контакта фильтрующей жидкости с более тяжелой покоящейся жидкостью и кривой депрессии. В качестве приложения полученных общих результатов рассмотрено два частных случая плоской установившейся фильтрации грунтовых вод в однородно-анизотропном грунте (случай фильтрации к горизонтальному фильтру, расположенному на горизонтальном водоупоре, и случай отжима более легкой жидкости более тяжелой покоящейся жидкостью при фильтрации вокруг точечного шпунта).

В третьей работе (1940, 1) в результате использования годографа скорости найдено решение для случая фильтрации в теле и основании земляной плотины трапецеидального профиля, снабженной горизонтальным фильтром, при условии, что основание плотины имеет такой же коэффициент фильтрации, как и тело плотины, и подстилается водоупором с горизонтальной кровлей.

И наконец, в четвертой работе (1952, 4) применением способа годографа скорости найдено решение для случаев плоской установившейся фильтрации в основании криволинейного флютбета, характеризуемого постоянством скорости фильтрации, а также прямоугольного флютбета, углы которого округлены по кривым постоянной величины скорости фильтрации. Эта работа была первой работой, в которой фигурировала так называемая обратная краевая задача теории плоской установившейся фильтрации грунтовых вод. В настоящее время опубликован большой цикл работ, выполненных главным образом Казанской школой механиков, посвященных обратным краевым задачам теории плоской установившейся фильтрации грунтовых вод.

Использованию приближенного конформного отображения при решении плоской задачи установившейся фильтрации грунтовых вод посвящена работа П. Я. Кочкиной (1961, 1). В ней, в частности, рассмотрены задачи об установившейся фильтрации из канала (без подпора и с подпором) в однородном водопроницаемом слое грунта неограниченной мощности, решенные А. Р. Цицкишвили.

При рассмотрении этих случаев априори задавался образ смоченного периметра канала на плоскости аналитической функции Жуковского. При конформном отображении области функции Жуковского на вспомогательную полуплоскость использовалось выражение М. А. Лаврентьева, дающее приближенное конформное отображение области, близкой к полуплоскости, на полуплоскость и наоборот.

Как уже отмечалось выше, в работах П. Я. Кочкиной нашли отражения важные в практическом отношении случаи напорной фильтрации в неоднородных основаниях бетонных гидротехнических сооружений. Рассмотрению указанных случаев также посвящены две ее работы (1940, 2; 1941, 3).

В первой из них (1940, 2) найдено решение для случая плоской напорной установившейся фильтрации в основании плоского флюتبета при условии, что его основание состоит из двух горизонтальных слоев, подстилаемых водоупором с горизонтальной кровлей. При решении этой задачи в качестве неизвестной функции принята вертикальная составляющая скорости фильтрации на границе раздела слоев. В результате этого при определении комплексной скорости фильтрации в верхнем и нижнем слоях получаются две смешанные задачи теории аналитических функций, решаемые известным методом, путем конформного отображения верхнего и нижнего слоев соответственно на верхнюю и нижнюю полуплоскости. Учитывая связь между предельными значениями касательной составляющей скорости фильтрации на границе раздела слоев, П. Я. Кочкиной найдено линейное и интегральное уравнение типа Фредгольма первого рода, которому удовлетворяет неизвестная функция. Это уравнение может быть приведено к уравнению второго рода в результате использования формулы обращения интеграла типа Коши, взятому по конечному отрезку вещественной оси.

Во второй работе (1941, 3) найдено выражение для комплексной скорости фильтрации в случае вихря единичной интенсивности, расположенного в многослойном горизонтальном пласте, подстилаемом водоупором с горизонтальной кровлей, при условии, что на кровле верхнего слоя пласта напор постоянен. В монографии П. Я. Кочкиной (1942, 1) определение неизвестной плотности вихрей приводится к решению линейного интегрального уравнения типа Фредгольма второго рода.

Вопросам пространственной установившейся фильтрации грунтовых вод посвящены две работы П. Я. Кочкиной (1951, 7; 1965, 3).

2. Первая работа П. Я. Кочкиной, посвященная проблеме неустановившейся фильтрации грунтовых вод, возникла в результате требований отечественной гидротехнической практики. В 1939 г. проектная организация, ведущая разработку проекта Соликамского гидроузла, обратилась в Математический институт им. В. А. Стеклова АН СССР за консультацией по поводу решения ряда наиболее сложных научно-технических проблем, возникших в процессе проектирования указанного гидроузла. Среди упомянутых проблем было прогнозирование отжима соленых вод пресными водами в основании бетонной плотины Соликамского гидроузла. В результате появилась работа (1940, 3).

При математической постановке этой задачи используются основные уравнения неустановившейся фильтрации при условии пренебрежимости в них конвективной частью силы инерции. Далее предполагается, что в начальный момент времени течение будет безвихревым, а условие на границе раздела пресной и соленой водами принимается в приближенной форме, как в теории длинных волн.

Сначала изучаются возможные формы границы раздела пресной и соленой вод в условиях установившейся фильтрации для наиболее простой схемы чистого шпунта. Далее изучается деформация границы раздела пресной и соленой вод в условиях неустановившейся фильтрации методами теории длинных волн.

Заметим, что упомянутые выше результаты П. Я. Кочкиной, касающиеся случая установившейся фильтрации, были обобщены А. Т. Павловым и В. А. Брагинской на случай неточечного пшунта и пшунта любой длины, а также на случай, когда основание бетонной плотины будет однородно-анизотропным.

К вопросу о деформации границы раздела двух жидкостей различных плотностей в условиях неустановившейся фильтрации П. Я. Кочина неоднократно возвращалась в своих последующих работах (1949, 5, 7).

В исследованиях П. Я. Кочкиной по проблеме неустановившейся фильтрации грунтовых вод большое внимание было уделено изучению одномерной фильтрации в гидравлической постановке, т. е. на базе использования уравнения Буссинеска в нелинеаризованной и линеаризованной формах и его обобщений. Указанным вопросам посвящены семь работ П. Я. Кочкиной.

Среди упомянутых работ особо важное значение имели три ее работы (1948, 2; 1949, 7; 1952, 3).

В этих работах были найдены точные эффективные решения одномерного уравнения Буссинеска в случае установившейся фильтрации в полубесконечном грунтовом массиве, в пустом или наполненном водой в начальный момент времени, при условии, что на границе массива глубина воды изменяется скачком до некоторой постоянной глубины. Найденные П. Я. Кочкиной решения, в дальнейшем обобщенные Г. И. Баренблаттом и др., явились эталонами для оценки точности результатов, получаемых на основе различных приближенных методов расчета одномерной неустановившейся фильтрации (метода смены стационарных состояний и его обобщений и др.).

Использованию одномерного уравнения Буссинеска в линеаризованной (по Буссинеску) форме при рассмотрении задач одномерной неустановившейся фильтрации, представляющих значительный интерес для практики, посвящен ряд работ П. Я. Кочкиной.

В работе (1949, 7) показано, что линеаризованное уравнение Буссинеска будет первым приближением при точном решении уравнения Буссинеска методом разложения по степеням некоторого малого параметра.

В работах (1949, 7; 1950, 6) дано обобщение линеаризованного уравнения Буссинеска на случай наличия наклонного водоупора (криволинейного и прямолинейного) и инфильтрации на свободной поверхности; рассмотрен ряд частных случаев начальных и граничных условий на границе полубесконечного грунтового массива.

В работах (1949, 7; 1950, 6; 1951, 5) изучается динамика свободной поверхности грунтовых вод при оросительных поливах или при промывке засоленных почв. При этом в последней из них учитывается транспирация воды растениями.

Обобщению линеаризованного уравнения Буссинеска на случай горизонтально-слоистой проницаемой толщи грунтов посвящены работы П. Я. Кочкиной (1949, 7; 1951, 4).

В первой из них (1949, 7) рассмотрен случай слабопроницаемого водоупора, подстилаемого сильнопроницаемым слоем грунта, напор в котором постоянен.

Во второй работе (1951, 4) рассмотрен тот случай, когда водопроницаемая толща грунтов состоит из двух горизонтальных слоев с различными коэффициентами фильтрации, подстилаемых горизонтальным водоупором.

Рассмотрение этих случаев иллюстрируется решением ряда частных задач не установившейся фильтрации в полубесконечном и прямоугольном грунтовых массивах.

Особо важное значение для гидротехники имела рассмотренная П. Я. Кочкиной в § 11 работы (1949, 7) задача о расчете плановой неустановившейся фильтрации в обход берегового примыкания бетонной плотины при малой врезке берегового устоя в берег. Эта задача была первой из цикла задач по расчету плановой неустановившейся фильтрации грунтовых вод на базе использования линеаризованного уравнения Буссинеска. Исследования плановой неустановившейся фильтрации грунтовых вод, начало которых было положено упомянутой выше работой П. Я. Кочкиной, получили дальнейшее развитие в работах других авторов (Н. Н. Веригин, С. Н. Нумеров и др.; при этом использовался иной способ линеаризации уравнения Буссинеска).

Исследованию плоской (в вертикальном разрезе) неустановившейся фильтрации грунтовых вод посвящены работы П. Я. Кочкиной (1947, 2; 1950, 7; 1951, 1; 1959, 1).

В первой из них (1947, 2) рассмотрен случай плоской неустановившейся фильтрации грунтовых вод к затопленной точечной дрене в слое однородного грунта неограниченной мощности в предположении, что в начальный момент времени кривая депрессии будет горизонтальной прямой. При решении этой задачи координата точек области фильтрации в любой момент времени представляется как функция двух переменных, а именно координат точек области фильтрации (полуплоскости) в начальный момент времени. П. Я. Кочкиной найдены условия для введенной функции на вещественной оси полуплоскости. Используя эти условия, искомая функция ищется в форме степенного ряда по степеням времени, причем в этом ряде удерживаются только члены не выше второй степени времени. Следует отметить, что рассмотренная задача относится к числу наиболее трудно разрешимых задач теории неустановившейся фильтрации грунтовых вод. Задачи, родственные с рассмотренной выше, изучались Л. А. Галиным под влиянием работы П. Я. Кочкиной.

В другой из упомянутых работ (1959, 1) рассмотрен случай плоской неустановившейся фильтрации в полубесконечном грунтовом массиве неограниченной мощности при заданной форме кривой депрессии в начальный момент времени (в частности, эта поверхность может быть горизонтальной прямой или синусоидной) и при заданном законе изменения горизонта воды на границе массива (в частности, линейный закон). При нахождении искомого решения используется найденное П. Я. Кочкиной условие на кривой депрессии в линеаризованной форме, а также предположение о малом уклоне кривой депрессии от горизонтальной прямой.

В работах (1950, 7; 1951, 1) предложен графический способ расчета плоской и осесимметрической неустановившейся фильтрации грунтовых вод. Указанный способ базируется на установленном П. Я. Кочкиной выражении для скорости перемещения кривой депрессии, а также на методе последовательной смены стационарных состояний, реализуемом графическим способом. Предлагаемый графический способ расчета неустановившейся фильтрации иллюстрируется рассмотрением ряда частных случаев, представляющих собой весьма значительный практический интерес (фильтрация из каналов и др.).

В работе (1959, 2) исследуется неустановившаяся фильтрация грунтовой воды при неполном насыщении пор грунта. В ней приводится замкнутая система уравнений, описывающая рассматриваемое физическое явление, на базе которых получается нелинейное уравнение, которому должна удовлетворять насыщенность. Это уравнение предлагается решать методом последовательных приближений, ограничиваясь только двумя первыми приближениями. В качестве конкретного приложения полученных результатов рассмотрен одномерный случай, отвечающий начальной стадии фильтрации из достаточно широкого канала в сухой грунт. Полученные теоретические результаты сопоставляются с экспериментами ряда авторов.

Важное значение для гидротехники имели две работы П. Я. Кочкиной (1951, 3; 1953, 2), посвященные расчету неустановившейся фильтрации грунтовых вод, имеющей место в процессе намыва земляных плотин.

3. Исследования П. Я. Кочкиной по теории скважин органически связаны с более ранними ее работами, посвященными различным проблемам теории фильтрации грунтовых вод.

Первые работы П. Я. Кочкиной по теории скважин относятся к довоенному периоду, когда она поддерживала деловой контакт с группой учеников Л. С. Лейбензона, организовавших при Московском нефтяном институте им. И. М. Губкина Проектно-исследовательское бюро по проектированию разработки новых нефтяных месторождений СССР с комплексным использованием методов подземной гидрогазодинамики, технологии, нефтедобычи, геологии и отраслевой экономики. Впоследствии это бюро оформилось в один из крупнейших существующих ныне научно-исследовательских нефтегазовых институтов нашей страны ВНИИНЕФТЕГАЗ.

В связи с работами указанного выше Проектно-исследовательского бюро П. Я. Кочиной был рассмотрен ряд задач о стационарном притоке нефти к батареям скважин. Кроме указанных задач, большой интерес представляли рассмотренные П. Я. Кочиной так называемые обратные задачи гидравлики нефтяных пластов, заключающиеся в определении гидромеханических характеристик пластов по регистрации дебитов и забойных давлений в отдельных скважинах.

Контакт П. Я. Кочиной с упомянутым выше Проектно-исследовательским бюро был прерван в связи с Великой Отечественной войной, но активный интерес к упомянутым выше задачам сохранился на весь дальнейший период ее научно-исследовательской деятельности, вплоть до настоящего времени.

Основные результаты довоенных исследований П. Я. Кочиной были опубликованы в двух статьях (1942, 2; 1943, 2), вышедших в свет в военное время.

В первой из них (1942, 2) рассматривалась плоская установившаяся фильтрация жидкостей в горизонтальном пласте к совершенной скважине при условии, что пласт состоит из двух зон с различными коэффициентами фильтрации в следующих трех частных случаях: 1) пласт безграничен, а граница раздела зон будет прямой линией; 2) пласт безграничен, а граница раздела зон будет окружностью; 3) пласт круговой, а граница раздела зон будет окружностью, концентрической или эксцентрической с границей пласта.

Во второй работе (1943, 2) рассмотрен случай притока к совершенной скважине в пласте, граница которого будет эллипсом. В той же работе рассмотрена задача об определении области нефтеносности по данным откачки из совершенных скважин в предположении, что пласт будет круговым или полосообразным в плане.

Исследованию напорной установившейся фильтрации к совершенным скважинам в искривленных пластах постоянной мощности (отсчитываемой по нормали к ограничивающим пласт поверхностям) посвящена работа П. Я. Кочиной (1950, 8). В этой работе рассмотрены следующие частные формы подошвы пласта: 1) цилиндрическая поверхность; 2) поверхность вращения; 3) сфера; 4) эллипсоид вращения и 5) трехосный эллипсоид. Эта работа явилась первой из цикла работ, выполненных рядом отечественных авторов (О. В. Голубева, В. П. Пилатовский и др.).

Изучению напорной стационарной фильтрации к совершенным скважинам в горизонтально-слоистых пластах при использовании модели Мятиева — Гиринского посвящена работа П. Я. Кочиной (1947, 1). В этой работе дается новый, более обоснованный вывод уравнения А. Н. Мятиева в случае любого числа напорных водоносных горизонтов, а также детально рассмотрен случай одной скважины в предположении наличия трех водоносных горизонтов, при постоянных напорах по кровле и подошве горизонтально-слоистого пласта.

Вопросы определения дебита и радиуса влияния скважин, работающих в различных условиях, рассматриваются в работах П. Я. Кочиной (1960, 2, 3, 4; 1963, 2).

В первых двух из них (1960, 2, 3) рассмотрен случай притока к безнапорной совершенной скважине в предположении, что водоупор будет слабопроницаемым и имеет постоянную мощность. В результате примененного в этих работах оригинального способа линеаризации уравнения для напора получено новое выражение для дебита скважины, более обоснованное, нежели выражение, получаемое при обычном способе линеаризации (по Буссинеску) упомянутого уравнения.

В работе (1963, 2) найдено выражение для отношения дебитов безнапорной скважины, пробуренной до водоупора, при условии, что она перфорирована по всей длине и в пределах некоторой ее части.

Расчету пространственного установившегося притока к наклонным и горизонтальным скважинам, работающим в различных условиях, посвящены две работы П. Я. Кочиной (1955, 1; 1956, 2). В этих работах скважины рассматриваются как линейные стоки с постоянной плотностью распределения удельного фильтрационного расхода по их длине.

Весьма важной задачей при нефтедобыче является определение формы границы раздела между нефтью и подошвенной водой при откачке нефти из скважин и дре-

нажных галерей. Рассмотрению этой задачи для пластов различных форм (цилиндрического, куполообразного и горизонтального) посвящены две работы П. Я. Кочкиной (1943, 1; 1948, 1). Заметим, что методика, примененная во второй из названных работ, корреспондируется с методикой определения границы раздела между жидкостями различных плотностей, ранее примененной в уже цитируемых выше работах (п. 2).

Другой важной задачей, возникающей при нефтедобыче, является прогноз деформации так называемого контура нефтеносности. Указанная задача была впервые рассмотрена Л. С. Лейбензоном. Она состоит в следующем. Имеется горизонтальный пласт, заполненный нефтью и окружающей ее по периферии водой (краевая вода). Если в нефтяной части пласта будут пробурены скважины на всю толщину пласта (совершенные скважины), то под напором краевой воды нефть будет вытесняться из пласта в скважины. При таком вытеснении граница между нефтью и водой, называемая контуром нефтеносности, будет стягиваться к скважинам. При постоянстве давления на границе водоносной части пласта (по координатам времени) в пренебрежении вязкостью воды по сравнению с вязкостью нефти во всей водоносной части пласта, а следовательно, и на контуре нефтеносности давление будет постоянным.

Расчету деформации контура нефтеносности посвящены три работы П. Я. Кочкиной (1945, 1, 2; 1954, 1).

В первых двух из этих работ (1945, 1, 2) применением теории функций комплексной переменной подобно тому, как это сделано в работе (1947, 2), дано решение задачи о деформации контура нефтеносности в случае наличия либо одной скважины, когда начальная форма контура нефтеносности будет кардиоидой, окружностью (эксцентрично-расположенной по отношению к скважине) и прямой, либо в случае круговой батареи равнодебетных скважин при круговой начальной форме контура нефтеносности.

В третьей из упомянутых работ (1954, 1) предложено при изучении деформации контура нефтеносности использовать моделирование на щелевом лотке.

Исследования П. Я. Кочкиной по вопросу о деформации контура нефтеносности получили дальнейшее развитие в работах ряда отечественных ученых (Л. А. Галин, П. П. Куфарев, Ю. П. Виноградов и др.).

4. Особое место в исследованиях П. Я. Кочкиной по проблемам теории фильтрации жидкостей и газов в пористых средах имели две ее работы (1953, 1; 1954, 2), посвященные рассмотрению фильтрации (установившейся и неустановившейся) газа в угольных пластах. В первой из них (1953, 1), рассмотрена установившаяся фильтрация газа в тонком угольном пласте, заключенном между двумя газонепроницаемыми пластами. Предполагая состояние газа изотермическим, получается, что квадрат давления газа будет двумерной гармонической функцией. Это дает возможность использовать при определении всех параметров газового фильтрационного потока метод конформных отображений. В работе рассмотрены следующие пять частных задач: фильтрация газа к тонкому штреку при наличии прямолинейного забоя лавы, фильтрация газа к бесконечно тонкому и бесконечно длинному штреку, фильтрация газа в прямом угле, фильтрация газа к совершенной скважине в полубесконечном пласте и фильтрация газа к стенкам выработки при наличии совершенной скважины. Во всех перечисленных выше частных задачах получены простые формулы, по которым может быть определено давление газа в любой точке пласта, при условии, что известны проницаемость и температура пласта, вязкость газа и давление в какой-либо точке пласта.

Во второй работе (1954, 2) найдено уравнение неразрывности при фильтрации (одномерной, плоской и пространственной) газа в угольном пласте в предположении, что газ в породе будет либо свободным, либо сорбированным, причем количество сорбированного газа в единице объема породы является функцией давления, определяемой законом Ленгмюра. Уравнение неразрывности предлагается записывать в форме интегрального соотношения, удобного при решении задач рассматриваемого класса, методом последовательной смены стационарных состояний (в необобщенном и обобщенном видах). Этим вопросам затем были посвящены статьи Г. Н. Пыхтева и В. Н. Разумовой.

## СПИСОК ТРУДОВ П. Я. ПОЛУБАРИНОВОЙ - КОЧИНОЙ

1923

Критические точки линий тока на плоскости. Геофиз. сб., т. 4, вып. 2, стр. 3—28.

1924

Zur Frage über die Turbulenz des Windes. Beiträge z. Phys. freien Atmosph., Bd. 11, H. 4, s. 181—190.

1928

О перемещающихся особенностях плоского движения несжимаемой жидкости. Геофиз. сб., т. 5, вып. 2, стр. 7—28 (совм. с А. А. Фридманом).

1929

Критические точки линий тока коллинеарного движения в пространстве. Изв. Гл. геофиз. обсерв., № 1, стр. 3—16.

1931

Начала векторного исчисления. Л., литограф. изд. УК ГВФ, 48 стр.

Сборник задач по высшей математике с авиационным уклоном (кафедра математики учебного комбината ГВФ). Л., литограф. изд. УК ГВФ, вып. 1, 78 стр.

Сборник задач по высшей математике с авиационным уклоном. Л., литограф. изд. УК ГВФ, вып. 2, 96 стр.

1932

Вычисление деформаций дирижабля «Комсомольская правда». Л., литограф. изд., УК ГВФ, 17 стр. (совм. с А. Г. Воробьевым).

1935

Динамика атмосферы (гидродинамика идеальной жидкости). В кн.: «Динамическая метеорология», ч. I, гл. 7. Ред. Б. И. Извеков и Н. Е. Кочин, Л. Ленредиздат ЦУЕГМС, стр. 296—339.

Кинематика атмосферных движений. В кн.: «Динамическая метеорология», ч. 1, гл. 6. Ред. Б. И. Извеков и Н. Е. Кочин. Л., Ленредиздат ЦУЕГМС, стр. 239—295.

1936

К вопросу об устойчивости пластинки. ПММ, т. 3, вып. 1, стр. 16—22.

1937

К задаче о приливах в прямоугольном бассейне при малых значениях угловой скорости вращения жидкости. Изв. АН СССР, сер. матем., № 3, стр. 445—466.

1938

Об интегральном уравнении теории приливов в бассейнах постоянной глубины. Изв. АН СССР, сер. матем., № 2, стр. 249—270.

Применение теории линейных дифференциальных уравнений к некоторым случаям движения грунтовой воды. Изв. АН СССР, сер. матем., № 3, стр. 371—395.

1939

О непрерывности изменения годографа скорости в плоском установившемся движении грунтовых вод. Докл. АН СССР, т. 24, № 4, стр. 327—330.

On the continuity of variation of the velocity hodograph in a plane steady motion of ground waters. C. R. Acad. Sci. URSS, vol. 24, No. 4, p. 325—327.

Применение теории линейных дифференциальных уравнений к некоторым задачам о движении грунтовых вод (случай трех особых точек). Изв. АН СССР, сер. матем., № 3, стр. 329—350.

Применение теории линейных дифференциальных уравнений к некоторым задачам о движении грунтовых вод (число особых точек больше трех). Изв. АН СССР, сер. матем., № 5—6, стр. 579—602.

Пример движения грунтовых вод через земляную плотину при наличии испарения. Изв. АН СССР, ОТН, № 7, стр. 45—52.

Простейшие случаи движения грунтовой воды в двух слоях с различными коэффициентами фильтрации. Изв. АН СССР, ОТН, № 6, стр. 75—88.

1940

К вопросу о движении грунтовых вод в дренированной плотине. Уч. зап. Моск. ун-та, Механика, вып. 39, стр. 91—102.

К вопросу о фильтрации в двуслойной среде. Докл. АН СССР, т. 26, № 4, стр. 339—341.

О неустановившемся движении грунтовых вод в двух слоях различной плотности. Изв. АН СССР, ОТН, № 6, стр. 73—80.

О простейших случаях фильтрации в двуслойной среде. Докл. АН СССР, т. 26, № 8, стр. 746—749.

О фильтрации в анизотропном грунте. ПММ, т. 4, вып. 2, стр. 101—104.

Об однозначных решениях и алгебраических интегралах задачи о вращении тяжелого твердого тела около неподвижной точки. В сб.: «Движение твердого тела вокруг неподвижной точки», М.—Л., Изд-во АН СССР, стр. 157—186.

Расчет фильтрации через земляную перемычку. ПММ, т. 4, вып. 1, стр. 53—64.

Фильтрация газов и жидкости через пористые среды. В кн.: «План научно-исследовательских работ АН СССР на 1940 г.», М.—Л., Изд-во АН СССР, стр. 199—200 (совм. с С. А. Христиановичем).

Пер. с франц.: С. В. Ковалевская «Задача о вращении твердого тела около неподвижной точки». В сб.: «Движение твердого тела вокруг неподвижной точки», М.—Л., Изд-во АН СССР, стр. 11—49.

Пер. с франц.: С. В. Ковалевская «Об одном свойстве системы дифференциальных уравнений, определяющей вращение твердого тела около неподвижной точки». В сб.: «Движение твердого тела вокруг неподвижной точки», М.—Л., Изд-во АН СССР, стр. 50—58.

## 1941

О фильтрации в неоднородном (двуслойном) грунте. Инж. сб., т. 1, № 2, стр. 313—320.

О фильтрации под гидротехническим сооружением в многослойной среде. ПММ, т. 5, вып. 2, стр. 287—301.

Приближенные вычисления (конспект лекций). М., литогр. изд. Моск. авиац. технол. ин-та, 45 стр.

## 1942

Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод. М.—Л., Изд-во АН СССР, 143 стр.

О притоке жидкости к скважинам в неоднородной среде. Докл. АН СССР, т. 34, № 2, стр. 46—51.

Inflow of fluids to oil wells in a heterogeneous medium. C. R. Acad. Sci. USSR, 1942, vol. 34, No. 2, p. 42—46.

## 1943

О движении подошвенных вод в нефтяных пластах. ПММ, т. 7, вып. 6, стр. 439—454 (совм. с Б. Э. Казарновской).

О прямой и обратной задачах гидравлики нефтяного пласта. ПММ, т. 7, вып. 5, стр. 361—374.

## 1945

К вопросу о перемещении контура нефтеносности. Докл. АН СССР, т. 47, № 4, стр. 254—257.

О неустановившихся движениях в теории фильтрации. 1. О перемещениях контура нефтеносности. ПММ, т. 9, вып. 1, стр. 79—90.

On the displacement of the oil bearing contour. C. R. Acad. Sci. USSR, vol. 47, No. 4, p. 250—254.

## 1947

К гидравлической теории колодцев в многослойной среде. ПММ, т. 11, вып. 3, стр. 357—362.

О неустановившемся движении грунтовых вод со свободной поверхностью. ПММ, т. 11, вып. 2, стр. 231—236 (совм. с Н. К. Калининным).

Обтекание со срывом струй круглого цилиндра в канале. В сб.: «Рефераты научно-исследоват. работ за 1945 г. ОТН АН СССР», М.—Л., Изд-во АН СССР, стр. 33—34.

Теория фильтрации жидкостей в пористых средах. ПММ, т. 11, вып. 6, стр. 629—674 (совм. с С. В. Фальковичем).

Ред. Кочин Н. Е. «Определение гидродинамических характеристик решеток большого шага». ПММ, т. 11, вып. 1, стр. 85—96.

## 1948

Об обводнении нефтяных скважин. Изв. АН СССР, ОТН, № 2, стр. 161—170.

Об одном нелинейном уравнении в частных производных, встречающемся в теории фильтрации. Докл. АН СССР, т. 63, № 6, стр. 623—626.

С. В. Ковалевская (Очерк научной деятельности). В сб.: «С. В. Ковалевская. Научные работы», М., Изд-во АН СССР, стр. 313—342.

С. В. Ковалевская. В сб.: «Люди русской науки», т. I, М.—Л., Гостехиздат, стр. 164—170.

Рец.: «Н. Е. Жуковский. Избр. соч.», т. 1, 2. Советская книга, № 11, стр. 63—64.

Пер. с франц.: С. В. Ковалевская «Задача о вращении твердого тела около неподвижной точки». В сб.: «Ковалевская. Научные работы», М., Изд-во АН СССР, стр. 153—220. См. также 1940 г.

Пер. с франц.: С. В. Ковалевская. «Мемуар об одном частном случае задачи о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки, когда интегрирование производится с помощью ультраэллиптических функций времени». В сб.: «С. В. Ковалевская. Научные работы». М., Изд-во АН СССР, стр. 235—244.

Пер. с франц.: С. В. Ковалевская «О приведении некоторого класса абелевых интегралов третьего ранга к эллиптическим интегралам». В сб.: «С. В. Ковалевская. Научные работы», М., Изд-во АН СССР, стр. 51—74.

Пер. с франц.: Ковалевская. «О распространении света в кристаллической среде». В сб.: «С. В. Ковалевская. Научные работы», М., Изд-во АН СССР, стр. 136—138.

Пер. с франц.: С. В. Ковалевская «Об одной теореме Брунса». В сб.: «С. В. Ковалевская. Научные работы», М., Изд-во АН СССР, стр. 245—254.

Пер. с франц.: С. В. Ковалевская «Об одном свойстве системы дифференциальных уравнений, определяющей вращение твердого тела около неподвижной точки». В сб.: «С. В. Ковалевская. Научные работы», М., Изд. АН СССР, стр. 221—234. См. 1940 г.

Ред.: Н. К. Калинин. «О неустановившейся фильтрации в случае дрены в водопроницаемом слое конечной глубины». ПММ, т. 12, вып. 2, стр. 199—206.

Ред.: «С. В. Ковалевская. Научные работы». М., Изд-во АН СССР, 368 стр. (Редакция, комментарии и послесловие П. Я. Кочкиной.)

## 1949

К истории задачи о вращении твердого тела. В сб.: «Вопросы истории отечественной науки» (Общее собрание АН СССР 5—11 января 1949 г.), М.—Л., Изд-во АН СССР, стр. 187—195.

К истории задачи о вращении твердого тела. Изв. АН СССР, ОТН, № 5, стр. 626—632.

Николай Евграфович Кочин (Краткий биографический очерк). В кн.: «Н. Е. Кочин», Собр. соч., т. 1, М.—Л., Изд-во АН СССР, стр. 5—9.

О некоторых неустановившихся движениях грунтовых вод. Изв. АН СССР, ОТН, № 6, стр. 838—846.

О неустановившейся фильтрации с поверхностями раздела. Докл. АН СССР, т. 66, № 2, стр. 173—176.

О неустановившихся движениях в теории фильтрации (Краткое содержание доклада на общем собрании ОТН АН СССР 9 февраля 1949 г.). Вестн. АН СССР, № 4, стр. 103—106.

О неустановившихся движениях грунтовых вод при фильтрации из водохранилищ. ПММ, т. 13, вып. 2, стр. 187—206 (см. также ПММ, т. 15, вып. 6, стр. 773).

Ред.: «Н. Е. Кочин. Собр. соч.», т. 1, М.—Л., Изд-во АН СССР, 613 стр. (совм. с А. А. Дороднициным и И. А. Кибелем).

Ред.: «Н. Е. Кочин. Собр. соч.», т. 2, М.—Л., Изд-во АН СССР, 587 стр. (совм. с С. А. Христиановичем и Н. Г. Четаевым).

## 1950

Жизнь и деятельность С. В. Ковалевской (К 100-летию со дня рождения). М.—Л., Изд-во АН СССР, 52 стр. (пер. на чешск., Прага, 1951).

Жизнь и научная деятельность С. В. Ковалевской (Доклад на общем собр. АН СССР 13 января 1950 г.). Вестн. АН СССР, № 3, стр. 38—41.

Научные работы С. В. Ковалевской (К 100-летию со дня рождения). ПММ, т. 14, вып. 3, стр. 229—235.

Научные работы С. В. Ковалевской (К 100-летию со дня рождения). Усп. матем. наук, т. 5, вып. 41 (38), стр. 3—14.

Н. Е. Кочин. Жизнь и деятельность. Л., Гидрометеиздат, 34 стр.

О влиянии уклона водоупора и инфильтрации на неустановившееся движение грунтовых вод. Докл. АН СССР, т. 75, № 4, стр. 511—514.

О неустановившихся движениях грунтовых вод. Докл. АН СССР, т. 75, № 3, стр. 357—360.

Об источниках и стоках на поверхности. ПММ, т. 14, вып. 1, стр. 57—64.

Ред.: Ф. Б. Нельсон-Скорняков. Фильтрация в однородной среде. Изд. 2. М., Изд-во Сов. наука, 568 стр. ПММ, т. 14, вып. 2, стр. 224—228.

## 1951

Графический способ расчета неустановившихся движений грунтовых вод. Инж. сб., т. 9, стр. 3—14.

Жизнь и научная деятельность С. В. Ковалевской. В сб.: «Памяти С. В. Ковалевской», М., Изд-во АН СССР, стр. 7—66.

К теории Е. А. Гаврашенко намыва плотин. Гидротехн. стр-во, № 8, стр. 15—16.

К теории неустановившихся движений в многослойной среде. ПММ, т. 15, вып. 4, стр. 511—514.

О динамике грунтовых вод при поливах. ПММ, т. 15, вып. 6, стр. 649—654.

О жизни и деятельности И. С. Громеки. (Краткое содержание доклада в Институте механики АН СССР 8 февраля 1951 г.). Изв. АН СССР, ОТН, № 4, 635 стр.

О статьях В. В. Ивакина и В. М. Насберга по вопросу фильтрации при нагнетании в ненасыщенный водой грунт. Изв. АН СССР, ОТН, № 12, стр. 1880—1882.

Theory of filtration on liguids in porous medium. Adv. Appl. Mech. vol. 2, p. 152—225 (совм. с С. В. Фальковичем).

- Zofia Kowalewska — Warszawa, 39 p. (пер. с рус., 1948).  
 Život a působení S. V. Kovalevské. Osvěte, Praha, přeložil V. Cháb (Tvůrcové přírodovědy), 74s. (пер. с рус., 1950).  
 Ред.: Н. Е. Кочин «Векторное исчисление и начала тензорного исчисления». Изд. 7. М., Изд-во АН СССР, 426 стр.  
 Ред.: «Памяти С. В. Ковалевской». Сб. статей, М., Изд-во АН СССР, 156 стр.  
 1952  
 Из переписки С. В. Ковалевской. Усп. матем. наук, т. 7, вып. 4, стр. 103—125.  
 Научные работы А. Н. Мятлева. Ашхабад, Изв. АН ТуркмССР, No 5, стр. 85—89.  
 О перемещении языка грунтовых вод при фильтрации из канала. Докл. АН СССР, т. 82, № 6, стр. 853—855.  
 О применении плавных контуров основания гидротехнических сооружений. ПММ, т. 16, вып. 1, стр. 57—66 (совм. с И. Н. Кочиной).  
 О фильтрации в двух грунтах с наклонной линией раздела. Изв. АН СССР, ОТН, № 1, стр. 11—20.  
 Теория движения грунтовых вод. М., Гостехиздат, 676 стр. (пер. на китайск. яз., Пекин, 1957; пер. на англ. яз., Принстон, 1962).  
 Ред.: И. С. Громека. Собр. соч., М., Изд-во АН СССР, 296 стр.  
 1953  
 О неустановившейся фильтрации газа в угольном пласте. ПММ, т. 17, вып. 6, стр. 734—738.  
 О теории намыва плотин. Инж. сб., т. 16, стр. 193—202.  
 О фильтрации из каналов. Тр. III сессии АН ТуркмССР, Ашхабад, 3—6 мая 1952 г., стр. 111—118.  
 1954  
 К вопросу о перемещении контура нефтеносности. Изв. АН СССР, ОТН, № 11, стр. 105—107 (совм. с А. Р. Шкирич).  
 Некоторые плоские задачи теории фильтрации газа в угольном пласте. ПММ, т. 18, вып. 1, стр. 1—14.  
 1955  
 Задача о системе горизонтальных скважин. Arch. Mech. stosowanej, t. 7, zeszyt 3, Warszawa, p. 287—300.  
 Софья Васильевна Ковалевская, ее жизнь и деятельность. М., Гостехиздат, 100 стр. (пер. на англ. яз., М., 1957).  
 1956  
 О линзе пресной воды над соленой водой. ПММ, т. 20, вып. 3, стр. 418—420.  
 О наклонных и горизонтальных скважинах конечной длины. ПММ, т. 20, вып. 1, стр. 95—108.  
 Основные задачи теории фильтрации. Тр. III Всес. матем. съезда, т. 2, стр. 79—82 (совм. с И. А. Чарным).  
 Ред.: А. Н. Костяков, Н. Н. Фаворин, С. Ф. Аверьянов «Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод». Сб. 1, М., Изд-во АН СССР, 452 стр.  
 1957  
 Дж. Дж. Сильвестр и С. В. Ковалевская. Вопросы истории естествознания и техники, № 5, стр. 156—162.  
 О некоторых неустановившихся движениях «мелкой воды». ПММ, т. 21, вып. 6, стр. 783—794.  
 Письма Ш. Эрмита к С. В. Ковалевской. Тр. Ин-та истории естествознания и техники (физ.-матем. наук), т. 19, стр. 650—690.  
 Теория движения грунтовых вод. Пер. на китайск. яз., Пекин, 751 стр.  
 Юлиус Вейсбах — как механик (к 150-летию со дня рождения). Изв. АН СССР, ОТН, № 2, стр. 98—103.  
 Sophia Vasilyevna Kovalevskaya, her life and work. M., Foreign languages Publ. house. 78 p. (пер. книги о С. В. Ковалевской на англ. яз., М., 1955).  
 Sur une méthode relative à la théorie des écoulements plans et permanent des eaux souterraines — 9 Congr. Intern. de méc. appl., 1956, Actes, t. A, p. 357  
 1958  
 Основные задачи теории фильтрации. Тр. III Всес. матем. съезда, т. 3, стр. 466—479 (совм. с И. А. Чарным).  
 1959  
 О движениях грунтовых вод при колебаниях уровня воды в водохранилище с вертикальной границей. ПММ, т. 23, вып. 3, стр. 540—545.  
 О неустановившейся фильтрации при неполной насыщенности грунта. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, № 2, стр. 57—63 (совм. с И. Кулабуховой).  
 О точечном источнике и вихревой нити в винтовом потоке. ПММ, т. 23, вып. 4, стр. 785—787.

1960

- Конгресс Гидротехнич. общества Франции. Вестн. АН СССР, № 12, стр. 92—93.  
Об установившихся движениях грунтовых вод в пластах, граничащих со слабопроницаемыми пластами. ПМТФ, № 1, стр. 91—95.  
О дебите скважины в безнапорном движении со слабопроницаемым водоупором. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, № 3, стр. 155—156.  
О радиусе влияния скважины. Изв. СО АН СССР, № 5, стр. 20—29.  
Орошение Кулундинской степи. Вестн. АН СССР, № 5, стр. 24—26.  
Шестые дни гидравлики. Вечерний Новосибирск, 1960, 25 мая.

1961

- Некоторые методы теории функций комплексного переменного в применении к теории фильтрации. В сб.: «Некоторые проблемы математики и механики», Новосибирск, СО АН СССР, стр. 212—218.

1962

- О винтовых движениях жидкости. Тр. II Республ. конференц. по матем. и механ., Алма-Ата, 1959, стр. 160—163.  
Проблема Кулунды. Наука и жизнь, № 1.  
Орошение подземными водами в Индии. Гидротехника и мелиорация, № 8, стр. 47—56 (совм. с Н. А. Мосиенко).  
Theory of ground water movement. Princeton university press, New Jersey, 613 p.  
Sur les rayons d'action des puits. VI-èmes Journées de l'hydraulique, Nancy, 1960, Quest. I, rapp. 16.

1963

- Александр Александрович Фридман. Усп. физ. наук, т. 80, вып. 3, стр. 345—352.  
К вопросу о дебите трубчатых колодцев. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, № 2, стр. 38—42.  
О распределении напоров в слоистых грунтах. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, № 3, стр. 41—44.  
По орошаемой Индии. Природа, № 10, стр. 81—86 (совм. с Н. А. Мосиенко).

1964

- Земля, влага, урожай. Сов. Сибирь, № 60, 11 марта, стр. 3.  
Подземные воды. Новосибирск, Зап.-Сибирск. книжн. изд-во, 70 стр.  
Подземные воды Кулундинской степи и их использование для орошения. Гидротехника и мелиорация, № 10 (совм. с Н. А. Мосиенко и Е. В. Щербань).

1965

- Дать небо дирижаблям. «Известия», 10 июня (совм. с другими).  
Некоторые задачи теории движения грунтовых вод. Тр. Международн. симпозиума по вопросу: Приложения теории функций в механике сплошной среды, Тбилиси, 17—23 сентября 1963 г., М., «Наука», стр. 350—357.  
Приближенное решение некоторых пространственных задач о движении грунтовых вод. ПММ, т. 29, вып. 4, стр. 183—185.  
Проблемы водохозяйственного строительства в Западной Сибири. Сов. Сибирь, 1 июня (совм. с другими).

1966

- Карл Теодор Вильгельм Вейерштрасс (к 150-летию со дня рождения). Усп. матем. наук, т. 21, вып. 3, стр. 213—224.  
Карл Вейерштрасс (к 150-летию со дня рождения). Математика в школе, № 3, стр. 75—80.

1967

- Современные проблемы теории движения жидкости в пористых средах. Материалы XI конгресса МАГИ (Ленинград, 1965). Л., т. 6, стр. 177—195.  
Становление советской школы динамической метеорологии. Советская наука и техника за 50 лет. Развитие наук о земле в СССР. М., «Наука», стр. 599—605.  
Установившаяся фильтрация к несовершенной галерее в безнапорном пласте. Изв. АН СССР, МЖГ, № 4, стр. 97—100 (совм. с В. А. Постновым и В. Н. Эмихом).

1968

- Вопросы орошения засушливых земель. В сб.: «Оптимальные модели орошения» (материалы совещания в Новосибирске в марте 1967 г.), М., подготовлено ВНИИГ и М, стр. 23—32.

Methods of the theory of instable flow of underground water. General Assembly of Bern. Ground Water. Publ. No 77, Gentbrugge (Belgique) (co — E. S. Dsektser, W. N. Emikh, V. G. Pryaginskaya, E. W. Tcherban).

1969

- Математические методы в вопросах орошения. М., «Наука», 414 стр. (совм. с В. Г. Пряжинской и В. Н. Эмихом).  
Развитие исследований по фильтрации в СССР (1917—1967). М., «Наука», 540 стр. (Совм. с коллективом авторов).