ЛИТЕРАТУРА

1. Андреевский В. М. Измерение сил трения при вибрациях. Изв. вузов, Физика, 1968, № 6 (73) стр. 7—11.
2. Григорова С. Р., Толстой Д. М. О резонансном падении силы трения. Докл. АН СССР, 1966, т. 167, № 3, стр. 562, 563.
3. Крагельский И. В. Трение и износ. Изд. 2. М., «Машиностроение», 1968.
4. Коровчинский М. В. Локальный термический контакт при квазистационарном тепловыделении в процессе трения. Сб. «Теория трения и износа», М., «Наука», 1965.
5. Коровчинский М. В. Основы теории термического контакта при локальном трении. Сб. «Новое в теории трения». М., «Наука», 1966.
6. Чичинадзе А. В. Расчет и исследование внешнего трения при торможении. М., «Наука», 1967.
7. Уиттекер Э. Т., Ватсон Дж. Н. Курс современного анализа, т. 2. Изд. 2, М., Физматгиз, 1963.
8. Бабич В. М., Капилевич М. Б. Михлин С. Г., Натансон Г. Н., Риз П. М., Слободецкий Л. Н., Смирнов М. М. Линейные уравнения математической физики. М., «Наука», 1964.
9. Титчмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. М.— Л., Гостехиздат, 1948.
10. Слоновский Н. В. Применение одного метода построения неравенств к функциям Бесселя. Изв. вузов, Математика, 1967, № 4, стр. 93—102.

О СТАЦИОНАРНЫХ ДВИЖЕНИЯХ СПУТНИКА — ГИРОСТАТА

С. Я. Степанов

(Москва)

Рассмотрены два семейства стационарных движений спутника-гиростата в центральном ньютоновском поле сил, причем в этих движениях плоскость орбиты (круговой) центра масс спутника смещена относительно притягивающего центра. Получены достаточные условия устойчивости.

Указанные движения дополняют множество исследованных ранее стационарных движений спутника-гиростата, в которых центр круговой орбиты совпадает с притягивающим центром [1]. Как и для уже исследованных стационарных движений, условия устойчивости отличаются от таковых, полученных при ограниченной постановке задачи [1], на величины порядка l^2 / R^2 относительно главных членов (l — характерный размер спутника, R — расстояние от притягивающего центра). Смещение плоскости орбиты имеет порядок l^2 / R. Для реальных искусственных спутников Земли указанные величины весьма малы.

Исследование проведено методом Рауса с использованием некоторых результатов В. В. Румянцева [1].

1. Систему координат $O\zeta_1\zeta_2\zeta_3$ с началом в притягивающем центре будем предполагать инерциальной. Со спутником свяжем систему координат $Gx_1x_2x_3$, оси которой направим по его главным центральным осям инерции. Введем еще орбитальную систему координат $Gy_1y_2y_3$; ось y_3 направлена по OG, ось y_1 параллельна плоскости $O\zeta_3\zeta_1$ и направлена в сторону движения. Все системы координат правые и прямоугольные.

Положение корпуса спутника в системе координат $O\zeta_1\zeta_2\zeta_3$ будем определять сферическими координатами R, $\varkappa$, σ центра масс спутника G:

$$\zeta_1 = R \cos\varkappa \sin\sigma, \quad \zeta_2 = R \sin\varkappa, \quad \zeta_3 = R \cos\varkappa \cos\sigma$$

и углами Эйлера θ, ψ, φ, определяющими положение системы координат $Gx_1x_2x_3$ относительно $Gy_1y_2y_3$.

Проекции гиростатического момента k_1, k_2, k_3 на оси x_1, x_2, x_3 считаются постоянными.

2. Задача отыскания стационарных движений спутника-гиростата, представляющих собой относительные равновесия спутника в орбитальной системе координат, и определения условий их устойчивости сводится к определению стационарных точек и условий минимума измененной потенциальной энергии [1]

$$W(R, \varkappa, \beta_1, \beta_3, \gamma_1, \gamma_2) = {}^1/_2 K^2 / S - U$$

$$K = k - k_1\beta_1 - k_2\beta_2 - k_3\beta_3, \quad S = MR^2\cos^2\varkappa + A_1\beta_1^2 + A_2\beta_2^2 + A_3\beta_3^2$$

$$U = \mu M / R - {}^3/_2 \mu R^{-3}\,[A_1\gamma_1^2 + A_2\gamma_2^2 + A_3\gamma_3^2 - {}^1/_3 (A_1 + A_2 + A_3)]$$

$$\beta_2 = \sqrt{1 - \beta_1^2 - \beta_3^2}, \qquad \gamma_3 = \sqrt{1 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2}$$

Здесь U — силовая функция; M, A_1, A_2, A_3 — масса и главные центральные моменты инерции спутника; μ — гравитационная постоянная; k — константа интеграла площадей, отвечающего циклической координате σ; $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ и $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ — направляющие косинусы осей ζ_2 и y_3 в системе координат $Gx_1x_2x_3$. Переменные $\beta_1, \beta_3, \gamma_1, \gamma_2, \varkappa$ связаны соотношением

$$\chi = \beta_1\gamma_1 + \beta_2\gamma_2 + \beta_3\gamma_3 - \sin\varkappa = 0 \tag{2.1}$$

Вводя функцию $W = W + \lambda\chi$ (λ—множитель Лагранжа), уравнения стационарных движений спутника-гиростата (помимо (2.1)) относительно $R, \varkappa, \beta_1, \beta_3, \gamma_1, \gamma_2, \lambda$ можно записать в виде

$$\begin{gathered}
\frac{\partial W_1}{\partial R} = -\frac{K^2}{S^2} MR\cos^2\varkappa + M\frac{\mu}{R^2} - \frac{9}{2}\frac{\mu}{R^4}\Big[(A_1 - A_3)\gamma_1^2 + (A_2 - A_3)\gamma_2^2 + \\
+ \frac{2A_3 - A_1 - A_2}{3}\Big] = 0 \\
\frac{\partial W_1}{\partial \varkappa} = \frac{K^2}{S^2} MR^2 \sin\varkappa\cos\varkappa - \lambda\cos\varkappa = 0 \\
\frac{\partial W_1}{\partial \beta_1} = \frac{K}{S}\left(-k_1 + k_2\frac{\beta_1}{\beta_2}\right) - \frac{K^2}{S^2}(A_1 - A_2)\beta_1 + \lambda\left(\gamma_1 - \gamma_2\frac{\beta_1}{\beta_2}\right) = 0 \\
\frac{\partial W_1}{\partial \beta_3} = \frac{K}{S}\left(-k_3 + k_2\frac{\beta_3}{\beta_2}\right) - \frac{K^2}{S^2}(A_3 - A_2)\beta_3 + \lambda\left(\gamma_3 - \gamma_2\frac{\beta_3}{\beta_2}\right) = 0 \\
\frac{\partial W_1}{\partial \gamma_1} = 3\frac{\mu}{R^3}(A_1 - A_3)\gamma_1 + \lambda\left(\beta_1 - \beta_3\frac{\gamma_1}{\gamma_3}\right) = 0 \\
\frac{\partial W_1}{\partial \gamma_2} = 3\frac{\mu}{R^3}(A_2 - A_3)\gamma_2 + \lambda\left(\beta_2 - \beta_3\frac{\gamma_2}{\gamma_3}\right) = 0
\end{gathered} \tag{2.2}$$

Помимо уже рассмотренных [1] при $\varkappa = 0$, уравнения (2.1), (2.2) имеют также решения при $\varkappa \neq 0$

$$\begin{gathered}
R = R_0,\ \varkappa = \varkappa_0,\ \beta_1 = 0,\ (\beta_2 = \cos(\theta_0 + \varkappa_0)),\ \beta_3 = \sin(\theta_0 + \varkappa_0) \\
\lambda = MR_0^2\omega_0^2\sin\varkappa_0,\ \gamma_1 = 0,\ \gamma_2 = -\sin\theta_0,\ (\gamma_3 = \cos\theta_0)
\end{gathered} \tag{2.3}$$

если постоянные $R_0, \varkappa_0, \theta_0, \omega_0$ связаны соотношениями

$$\begin{gathered}
\omega_0\,[k_2\sin(\theta_0 + \varkappa_0) - k_3\cos(\theta_0 + \varkappa_0)] + {}^1/_2\omega_0^2(A_2 - A_3)\sin 2(\theta_0 + \varkappa_0) + \\
+ {}^3/_2\mu R_0^{-3}(A_2 - A_3)\sin 2\theta_0 = 0 \\
\omega_0^2\cos^2\varkappa_0 = \frac{\mu}{R_0^3}\left\{1 - \frac{9}{2MR_0^2}\left[(A_2 - A_3)\sin^2\theta_0 + \frac{2A_3 - A_1 - A_2}{3}\right]\right\} \\
\sin 2\varkappa_0 = \frac{3(A_2 - A_3)}{MR_0^2\omega_0^2}\frac{\mu}{R_0^3}\sin 2\theta_0, \qquad k_1 = 0 \qquad \left(\omega_0 = \sigma_0^{\boldsymbol{\cdot}} = \frac{K_0}{S_0}\right)
\end{gathered} \tag{2.4}$$

Решение (2.3) описывает относительное равновесие спутника в орбитальной системе координат, вращающейся с постоянной угловой скоростью ω_0 вокруг оси ζ_2, причем прямая OG образует постоянный угол $\varkappa_0$ с плоскостью $O\zeta_3\zeta_1$. Одна из главных осей инерции спутника x_1 направлена по скорости движения центра масс (ось y_1), а две другие x_2 и x_3 расположены в плоскости Gy_2y_3, образуя углы θ_0 с осями y_2 и y_3, соответственно. Угол $\varkappa_0$ имеет порядок l^2 / R^2 и максимален при $\theta_0 = {}^1/_4\pi$.

Вторые частные производные от функции W_1 при значениях (2.3) имеют следующий вид (невыписанные производные равны нулю):

$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial R^2} = \frac{4MR_0^2\cos^2\varkappa_0 - S_0}{S_0}\, M\omega_0^2\cos^2\varkappa_0 - 2M\frac{\mu}{R_0^3} + $$
$$+ 18\frac{\mu}{R_0^5}\left[(A_2 - A_3)\sin^2\theta_0 + \frac{2A_3 - A_1 - A_2}{3}\right]$$
$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial \varkappa^2} = \frac{MR_0^2}{S_0}\omega_0^2(S_0\cos^2\varkappa_0 + MR_0^2\sin^2 2\varkappa_0)$$
$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial \beta_1^2} = MR_0^2\omega_0^2\sin\varkappa_0\frac{\sin\theta_0}{\cos(\theta_0+\varkappa_0)} + (A_2 - A_1)\,\omega_0^2 + \frac{\omega_0 k_2}{\cos(\theta_0+\varkappa_0)}$$
$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial \beta_3^2} = MR_0^2\omega_0^2\sin\varkappa_0\frac{\sin\theta_0}{\cos^3(\theta_0+\varkappa_0)} + (A_2 - A_3)\,\omega_0^2 + \frac{\omega_0 k_2}{\cos^3(\theta_0+\varkappa_0)} +$$
$$+ \frac{\omega_0^2}{S_0}\left[\frac{MR_0^2\sin 2\varkappa_0}{2\cos(\theta_0+\varkappa_0)} - (A_2 - A_3)\sin(\theta_0+\varkappa_0)\right]^2$$
$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial \gamma_1^2} = -MR_0^2\omega_0^2\sin\varkappa_0\frac{\sin(\theta_0+\varkappa_0)}{\cos\theta_0} + 3\frac{\mu}{R_0^3}(A_1 - A_3)$$
$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial \gamma_2^2} = -MR_0^2\omega_0^2\sin\varkappa_0\frac{\sin(\theta_0+\varkappa_0)}{\cos^3\theta_0} + 3\frac{\mu}{R_0^3}(A_2 - A_3)$$
$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial R\,\partial\varkappa} = -\frac{2MR_0^2\cos^2\varkappa_0 - S_0}{S_0}\, MR_0\omega_0^2\sin 2\varkappa_0$$
$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial R\partial\beta_3} = \frac{2MR_0\omega_0^2\cos^2\varkappa_0}{S_0}\left[\frac{MR_0^2\sin 2\varkappa_0}{2\cos(\theta_0+\varkappa_0)} - (A_2 - A_3)\sin(\theta_0+\varkappa_0)\right]$$
$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial \varkappa\partial\beta_3} = -\frac{MR_0^2\omega_0^2\sin 2\varkappa_0}{S_0}\left[\frac{MR_0^2\sin 2\varkappa_0}{2\cos(\theta_0+\varkappa_0)} - (A_2 - A_3)\sin(\theta_0+\varkappa_0)\right]$$
$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial R\partial\gamma_2} = \frac{9\mu(A_2 - A_3)\sin\theta_0}{R_0^4}, \qquad \frac{\partial^2 W_1}{\partial\beta_1\partial\gamma_1} = MR_0^2\omega_0^2\sin\varkappa_0,$$
$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial\beta_3\partial\gamma_2} = -\frac{MR_0^2\omega_0^2\sin^2\varkappa_0}{\cos\theta_0\cos(\theta_0+\varkappa_0)}$$

Для устойчивости стационарного движения (2.3) по отношению к $R, R^\cdot, \varkappa, \varkappa^\cdot, \theta, \theta^\cdot, \psi, \psi^\cdot, \varphi, \varphi^\cdot, \sigma^\cdot$ при условии невозмущаемости интеграла площадей достаточно [1,2] выполнения условий Сильвестра определенной положительности второй вариации $\delta^2 W_1$ при подстановке в нее из (2.1)

$$\delta\gamma_2 = \cos\theta_0\delta\varkappa - \frac{\cos\theta_0}{\cos(\theta_0+\varkappa_0)}\delta\beta_3$$

Для реальных искусственных спутников ($l \ll R$) эти условия сводятся к следующим трем неравенствам:

$$s_1 = \frac{\partial^2 W_1}{\partial\gamma_1^2} > 0, \qquad s_2 = \frac{\partial^2 W_1}{\partial\gamma_1^2}\frac{\partial^2 W_1}{\partial\beta_1^2} - \left(\frac{\partial^2 W_1}{\partial\gamma_1\partial\beta_1}\right)^2 > 0 \tag{2.5}$$
$$s_3 = \det|a_{ij}| > 0 \qquad (a_{ij} = a_{ji};\ i, j = 1, 2, 3)$$
$$a_{11} = \frac{\partial^2 W_1}{\partial R^2}, \qquad a_{22} = \frac{\partial^2 W_1}{\partial\varkappa^2} + \cos^2\theta_0\frac{\partial^2 W_1}{\partial\gamma_2^2}$$
$$a_{33} = \frac{\partial^2 W_1}{\partial\beta_3^2} + \frac{\cos^2\theta_0}{\cos^2(\theta_0+\varkappa_0)}\frac{\partial^2 W_1}{\partial\gamma_2^2} - 2\frac{\cos\theta_0}{\cos(\theta_0+\varkappa_0)}\frac{\partial^2 W_1}{\partial\beta_3\partial\gamma_2}$$
$$a_{12} = \frac{\partial^2 W_1}{\partial R\,\partial\varkappa} + \cos\theta_0\frac{\partial^2 W_1}{\partial R\partial\gamma_2}, \qquad a_{13} = \frac{\partial^2 W_1}{\partial R\,\partial\beta_3} - \frac{\cos\theta_0}{\cos(\theta_0+\varkappa_0)}\frac{\partial^2 W_1}{\partial R\,\partial\gamma_2}$$
$$a_{23} = \frac{\partial^2 W_1}{\partial\varkappa\partial\beta_3} - \frac{\cos^2\theta_0}{\cos(\theta_0+\varkappa_0)}\frac{\partial^2 W_1}{\partial\gamma_2^2} + \cos\theta_0\frac{\partial^2 W_1}{\partial\beta_3\partial\gamma_2}$$

С точностью до членов порядка l^2 / R^2 неравенство $s_3 > 0$ эквивалентно $a_{33} > 0$, и условия (2.5) (соответственно первое, третье и второе) совпадают с соответствующими условиями устойчивости в ограниченной постановке задачи [1]

$$A_1 - A_2 \sin^2\theta_0 - A_3 \cos^2\theta_0 > 0, \qquad A_2 + \frac{k_2}{4\omega_0 \cos^3\theta_0} > A_3$$

$$(A_1 - A_2 \sin^2\theta_0 - A_3\cos^2\theta_0)\left(A_2 - A_1 + \frac{k_2}{\omega_0\cos\theta_0}\right) + 3(A_1 - A_2)(A_2 - A_3)\sin^2\theta_0 > 0$$

При нарушении условий (2.5) можно гарантировать неустойчивость стационарного движения (2.3), когда степень неустойчивости нечетна, что будет при выполнении неравенств $s_1 \neq 0$, $s_2 < 0$, $s_3 > 0$ или $s_1 \neq 0$, $s_2 > 0$, $s_3 < 0$.

3. В случае динамически симметричного спутника, $A_1 = A_2$ и $k_1 = k_2 = 0$, появляется еще одна циклическая координата φ. Исключение по методу Рауса циклических координат σ и φ приводит в этом случае к измененной потенциальной энергии [1]

$$W(R, \varkappa, \theta, \psi) = {}^1/_2 K^2 / S_1 - U$$

$$K = k - c\beta_3, \ S_1 = MR^2\cos^2\varkappa + A_1(1 - \beta_3^2), \ \beta_3 = \cos\theta\sin\varkappa - \sin\theta\cos\psi\cos\varkappa$$

$$U = \mu M / R + \mu R^{-3}(A_1 - A_3)(1 - {}^3/_2 \sin^2\theta)$$

Здесь c — константа циклического интеграла, отвечающего циклической координате φ; постоянная k_3 аддитивно входит в c.

Стационарные движения спутника будут определяться уравнениями

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial W}{\partial R} = -\frac{K^2}{S_1^2} MR\cos^2\varkappa + M\frac{\mu}{R^2} + 3\frac{\mu}{R^4}(A_1 - A_3)\left(1 - \frac{3}{2}\sin^2\theta\right) = 0\\
&\frac{\partial W}{\partial \varkappa} = -\frac{K}{S_1} c(\cos\theta\cos\varkappa + \sin\theta\cos\psi\sin\varkappa) + \frac{K^2}{S_1^2}\left[\frac{1}{2}MR^2\sin 2\varkappa + \right.\\
&\qquad \left. + A_1\beta_3(\cos\theta\cos\varkappa + \sin\theta\cos\psi\sin\varkappa)\right] = 0 \qquad (3.1)\\
&\frac{\partial W}{\partial \theta} = -\frac{K}{S_1}\left(\frac{K}{S_1}A_1\beta_3 - c\right)(\sin\theta\sin\varkappa + \cos\theta\cos\psi\cos\varkappa) + \\
&\qquad + \frac{3}{2}\frac{\mu}{R^3}(A_1 - A_3)\sin 2\theta = 0\\
&\frac{\partial W}{\partial \psi} = \frac{K}{S_1}\left(\frac{K}{S_1}A_1\beta_3 - c\right)\sin\theta\sin\psi\cos\varkappa = 0
\end{aligned}$$

Кроме решений, уже рассмотренных [1] при $\varkappa = 0$, уравнения (3.1) имеют решение

$$R = R_0, \quad \varkappa = \varkappa_0, \quad \theta = \theta_0, \quad \psi = \pi \qquad (3.2)$$

если

$$-\omega_0 c\cos(\theta_0 + \varkappa_0) + {}^1/_2 A_1\omega_0^2 \sin 2(\theta_0 + \varkappa_0) + {}^3/_2 \mu R_0^{-3}(A_1 - A_3)\sin 2\theta_0 = 0$$

$$\omega_0^2\cos^2\varkappa_0 = \frac{\mu}{R_0^3}\left[1 + \frac{3(A_1 - A_3)}{MR_0^2}\left(1 - \frac{3}{2}\sin^2\theta_0\right)\right] \qquad (3.3)$$

$$\sin 2\varkappa_0 = \frac{3(A_1 - A_3)}{MR_0^2\omega_0^2}\frac{\mu}{R_0^3}\sin 2\theta_0 \qquad \left(\omega_0 = \sigma_0^{\cdot} = \frac{K_0}{S_{10}}\right)$$

В стационарном движении (3.2), представляющем собой в осях Кенига регулярную прецессию спутника, прямая OG образует постоянный угол $\varkappa_0$ с плоскостью $O\zeta_3\zeta_1$, а ось динамической симметрии спутника x_3 располагается в плоскости Gy_2y_3, образуя с осью y_3 постоянный угол θ_0. Угол $\varkappa_0$, как и в предыдущем случае, имеет порядок l^2 / R^2 и максимален при $\theta_0 = {}^1/_4\pi$.

После вычисления вторых частных производных функции W при значениях (3.2) нетрудно убедиться, что вторая вариация $\delta^2 W$ для реальных спутников будет определенно положительной при выполнении единственного неравенства

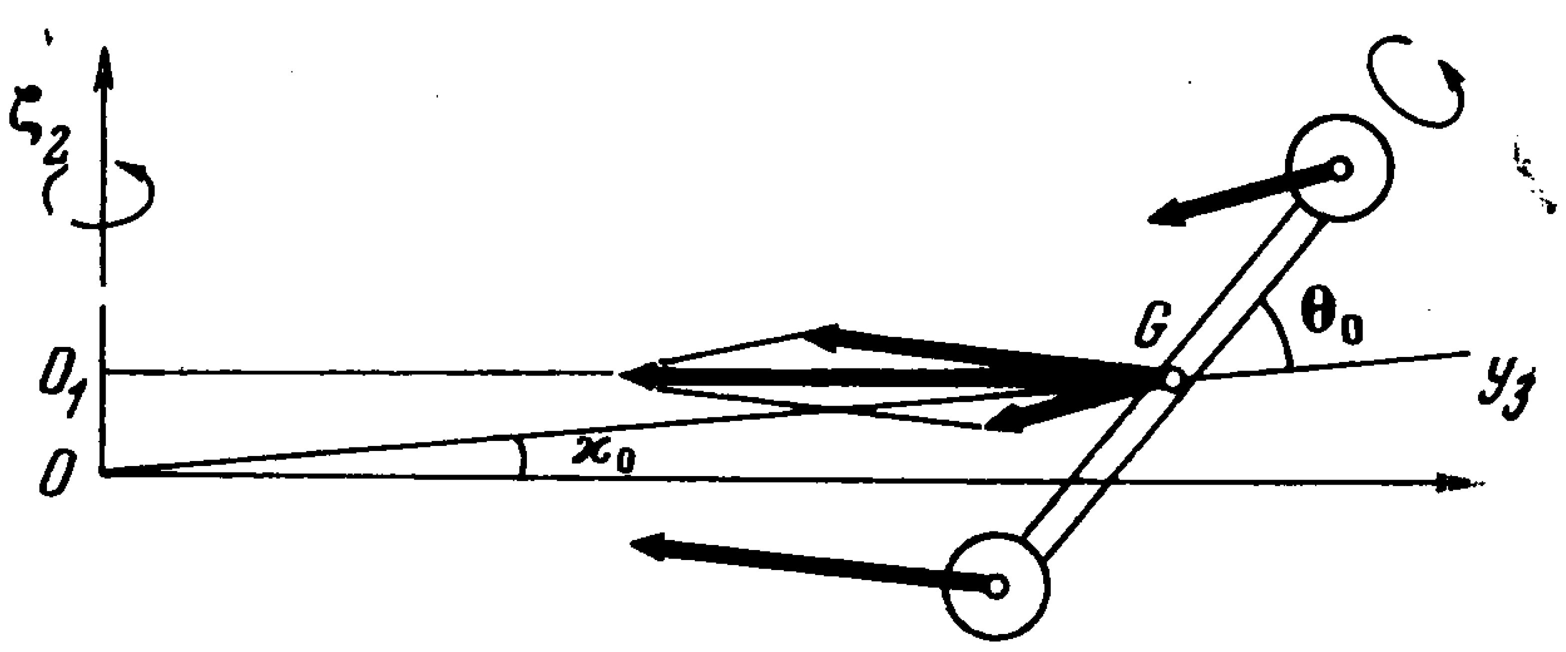
$$\frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} = 3\frac{\mu}{R_0^3}(A_1 - A_3)\frac{\sin^2\theta_0 \cos\theta_0 \cos\varkappa_0}{\cos(\theta_0 + \varkappa_0)} > 0 \tag{3.4}$$

являющегося, таким образом, достаточным условием устойчивости движения (3.2) по отношению к $R, R^\cdot, \varkappa, \varkappa^\cdot, \theta, \theta^\cdot, \psi, \psi^\cdot, \sigma^\cdot, \varphi^\cdot$ при условии невозмущаемости постоянных k и c. При $|\theta_0| < {}^1/_2\pi$ неравенство (3.4) сводится к условию $A_1 > A_3$, совпадающему с условием устойчивости в ограниченной постановке задачи. При нарушении условия (3.4) с заменой знака неравенства на противоположный невозмущенное движение будет неустойчиво.

4. Теорема Рауса гарантирует условную устойчивость. Однако движения (2.3) и (3.2) будут также и безусловно (когда постоянные k и c возмущаются) устойчивы, так как для них на основании теоремы о неявных функциях выполняются требования дополнения Ляпунова [1,3] к теореме Рауса. Действительно, якобианы системы уравнений (2.1), (2.2) и системы уравнений (3.1), равные соответственно

$$\frac{\cos^2\varkappa_0}{\cos^2\theta_0}s_2 s_3, \qquad \frac{\partial^2 W}{\partial\psi^2}\Delta \qquad (\Delta \neq 0)$$

отличны от нуля в силу условий (2.5) и (3.4), а левые части уравнений (2.1), (2.2) и (3.1) вместе с их соответствующими частными производными непрерывны в окрестности значений (2.3) и (3.2).



Вообще, якобиан уравнений стационарных движений в форме (2.1), (2.2) или (3.1) совпадает с максимальным минором в признаке [2] условного минимума W или, соответственно, в условиях Сильвестра знакоопределенности $\delta^2 W$. Поэтому, если при применении теоремы Рауса (теоремы 2,4 работы [1] стр. 16, 20) пользоваться признаком, сформулированным в работе [2] (или какими-либо эквивалентными или более грубыми условиями), или, соответственно, условиями знакоопределенности $\delta^2 W$, то требования дополнения Ляпунова [1,3] будут выполнены.

То же можно сказать и о теоремах 1 и 1а Рауса работы [1].

5. В каждой группе условий (2.4) и (3.3) существования решений (2.3) и (3.2) первое соотношение выражает равенство нулю суммы моментов относительно оси y_1 приложенных к спутнику гироскопических, центробежных и гравитационных сил, а второе и третье соотношения выражают равенство между равнодействующими центробежных сил (с обратным знаком) и сил гравитационных в проекциях на оси y_3 и y_2 (второе сокращено на MR_0, а третье — на $MR_0\omega_0^2$). Следует подчеркнуть, что в рассматриваемом наклонном положении спутника сумма проекций гравитационных сил на ось y_2 равна ${}^3/_2\mu R_0^{-4}(A_2 - A_3)\sin 2\theta_0$ и отлична от нуля, что и вызывает смещение плоскости движения центра масс. Последнее хорошо видно на примере закрученного спутника, имеющего форму гантели (фигура).

Автор благодарит В. В. Румянцева за постановку задачи и обсуждение работы.

Поступила 6 II 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Румянцев В. В. Об устойчивости стационарных движений спутников. М., Вычисл. центр АН СССР, 1967.
2. Шостак Р. Я. О признаке условной определенности квадратичной формы n переменных, подчиненных линейным связям, и о достаточном признаке условного экстремума функции n переменных. Усп. матем. н., 1954, т. 9, вып. 2.
3. Ляпунов А. М. О постоянных винтовых движениях твердого тела в жидкости. Сочинения, т. I. М., «Наука», 1965.