

Применяя к последнему слагаемому (4.6) обобщенную теорему о среднем и производя интегрирование, получаем

$$\ln \theta_2 + \frac{\gamma - 3}{\gamma - 1} \ln \theta - A^* \ln \theta = \ln C \quad \theta \theta_2 = C \theta^{A^* + 2/(\gamma - 1)} \rightarrow 0, \quad \text{при } \theta \rightarrow 0$$

так как $A^* = A(u_2^0) \geq 0$ ($u_2 < u_2^0 < u_2^*$), $C = \text{const}$. Ясно, что в этом случае и $\theta \theta_1 \rightarrow 0$ при $\theta \rightarrow 0$, т. е. в плоскости $\xi_1 \xi_2$ линии $u_1 = f(u_2)$ соответствует кривая $\xi_1 = u_1$.

Для случая $V_1 = V_2 = V$ был произведен расчет критических скоростей V^* (для $V < V^*$ зоны вакуума не образуется), для $\alpha = 1/2\alpha$, $\gamma = 1.4$, $\gamma = 2$ (в [1]) было приведено $V^* = 0.42$ для $\alpha = 1/2\pi$, $\gamma = 3$), результаты следующие

$$V^* \approx 2.29 \quad (\alpha = 1/2\alpha, \gamma = 1.4), \quad V^* \approx 0.88 \quad (\alpha = 1/2\alpha, \gamma = 2)$$

Замечание 4.1. На линии вакуума θ_i могут быть как конечными, так и бесконечными. Однако уже вторые производные, как следует непосредственно из (1.2), для $\gamma \geq 3$ обязательно обращаются в бесконечность.

Поступила 7 V 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Ермолин Е. В., Сидоров А. Ф. Некоторые конфигурации изэнтропических распадов двумерных разрывов. ПММ, 1966, т. 30, вып. 2.
2. Яненко Н. Н. Бегущие волны системы квазилинейных уравнений. Докл. АН СССР, 1956, т. 109, № 1.
3. Сидоров А. Ф., Яненко Н. Н. К вопросу о нестационарных плоских течениях политропного газа с прямолинейными характеристиками. Докл. АН СССР, 1958, т. 123, № 5.
4. Сучков В. А. Истечение в вакуум на косо́й стенке, ПММ, 1963, т. 27, вып. 4.
5. Сидоров А. Ф. О нестационарных течениях газа, примыкающих к области покоя. ПММ, 1966, т. 30, вып. 1.

ИЗМЕНЕНИЕ СКОРОСТИ ГАЗА В НОРМАЛЬНОЙ ИОНИЗУЮЩЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНЕ И ЗАДАЧА О ПРОВОДЯЩЕМ ПОРШНЕ

А. А. Бармин (Москва)

В работе исследуется изменение скорости газа в ионизирующей ударной волне, распространяющейся вдоль начального магнитного поля (нормальная ионизирующая волна) в случае, когда магнитная вязкость газа много больше остальных диссипативных коэффициентов. Полученные результаты использованы для построения решения задачи о движении проводящего поршня. Аналогичные исследования при произвольной ориентации фронта волны к магнитному полю проведены в работе [1].

Рассмотрение предельного случая нормальных ионизирующих волн представляет интерес в связи с многочисленными экспериментальными исследованиями таких волн [2-3], а также в связи с наличием ряда особенностей в решении по сравнению с общим случаем. В работе [4] применительно к задаче о разряде рассчитывались профили изменения магнитного поля, плотности и других величин в сверхзвуковой нормальной ионизирующей ударной волне и следующей за ней МГД волне разряжения. При этом предполагалось, что ионизирующая волна с изменением магнитного поля будет ионизирующей волной Жуге. Ниже показано, что это предположение выполняется.

В рассматриваемом случае нормальных ионизирующих ударных волн течение будет плоским, т. е. скорость газа и магнитное поле лежат в одной плоскости, проведенной через нормаль к фронту волны. Введем систему координат x, y, z , в которой ось x направлена по нормали к волне, а компонента магнитного поля за волной $H_{z2} = 0$. Пусть u и v — изменения скорости по осям x и y в этой системе координат.

В рассматриваемом случае промежуточные ионизирующие ударные волны отсутствуют, т. е. из пяти типов волн [5] возможны только три: сверхзвуковые быстрые, сверхзвуковые и дозвуковые медленные ионизирующие волны. В сверхзвуковых ионизирующих волнах магнитное поле, а следовательно, и касательная составляющая скорости газа не меняется. На плоскости uv быстрой волне соответствуют точки оси u правее u' .

Пусть $a_0 = a_0' \sqrt{4\pi\rho_1} / H_x$ — безразмерная скорость звука перед волной. Тогда при $a_0 > 1$ $u' = u^*$, где u^* — изменение скорости в волне, за которой температура газа становится критической, т. е. принадлежит границе между областями с нулевой и отличной от нуля электропроводностью. При $a_0 < 1$

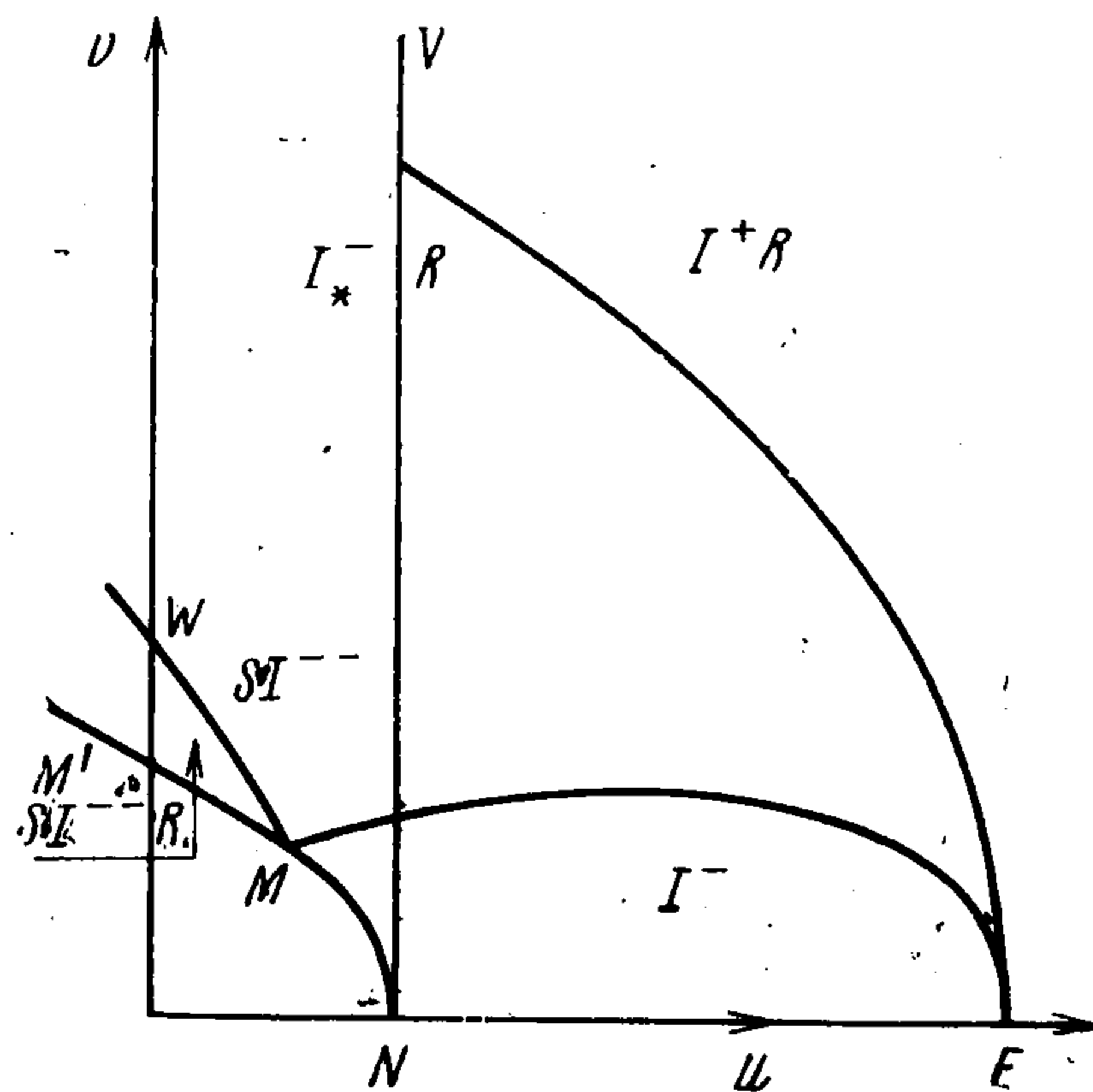
$$u' = \max [u^*, u_E] \quad \left(u_E = \frac{2H_x (1 - a_0^2)}{\sqrt{(\gamma - 1)4\pi\rho_1} \sqrt{\gamma + 1 - 2a_0^2}} \right)$$

Здесь выражение u_E приведено для совершенного газа. На фиг. 1, 2 представлены соответственно случаи $a_0 < 1$, $a_0 > 1$.

Сверхзвуковые медленные ионизирующие волны имеют место только при $a_0 < 1$ и $u^* < u_E$. Так как изменение в них обеих компонент скорости в некоторых пределах произвольно, то на плоскости uv им соответствует двумерная область. В рассматриваемом случае эта область будет симметричной относительно оси u , поэтому на фиг. 1 изображена только часть этой области, лежащая при $v > 0$. Граница ее состоит из отрезков линий, на которых выполняется одно из следующих условий:

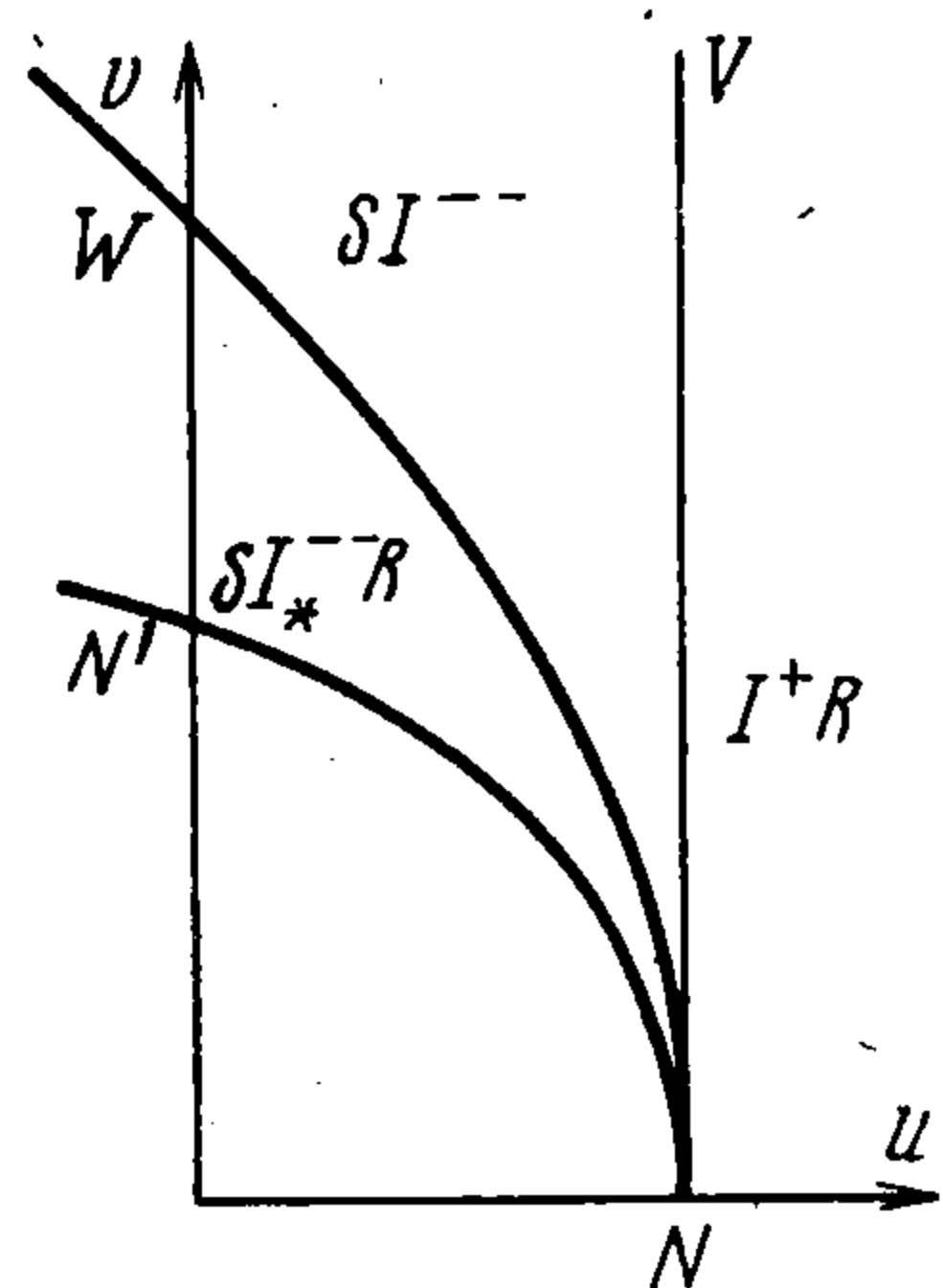
1) условие Жуге, т. е. за волной скорость газа относительно ионизирующей волны равняется медленной магнитозвуковой скорости $u_2 = a_-$ (кривая ME);

2) скорость ионизирующей волны равна скорости газодинамической волны, за которой состояние становится критическим (кривая NM).



Фиг. 1

Дозвуковая медленная ионизирующая волна имеет место, если $u^* < u_E$. Перед ней всегда распространяется газодинамическая ударная волна, за которой состояние газа становится критическим. Для удобства дальнейшего изложения на фиг. 1, 2 представлено изменение скорости газа при прохождении им системы обеих волн — газодинамической ударной и медленной дозвуковой ионизирующей волн.



Фиг. 2

Это изменение скорости принадлежит области $WMNV$ при $a_0 < 1$ (фиг. 1) и области WNV при $a_0 > 1$ (фиг. 2), а также симметричным относительно оси u областям. Граница области состоит из линий, на которых выполнено одно из условий:

- 1) скорость ионизирующей волны равна нулю (NV);
- 2) скорость $u_2 = a_-$ (линия Жуге) MW на фиг. 1 и NW на фиг. 2;
- 3) скорость распространения ионизирующей волны относительно газодинамической ударной волны равна нулю (только при $a_0 < 1$, MN на фиг. 1).

Рассмотрим теперь автомодельную задачу о течении газа, вызываемом движением проводящего поршня. Пусть идеально проводящий плоский поршень начинает двигаться в момент времени $t = 0$ из положения $x = 0$ с постоянной скоростью $U = ue_x + ve_y$. В начальный момент времени в области $x > 0$ находится покоящийся непроводящий газ с постоянными плотностью и давлением в однородных электрическом $E = Ee_z$ и магнитном $H = H_x e_x$ полях; причем начальное поле перпендикулярно плоскости поршня. Предположим, что движение поршня вызывает образование ионизирующей ударной волны, за которой электропроводность газа равна бесконечности, требуется найти движение газа. Граничным условием на поршне будет совпадение скоростей газа и поршня, в случае, если газ примыкает к поршню, или линейное соотношение $(U - U_r) \times H = 0$, в случае, если между поршнем и газом имеется пустота [6].

Заметим, что задача об электрическом разряде будет частным случаем сформулированной задачи о поршне, когда $u = 0$, $v = cE / H_x$.

Поставленная задача будет автомодельной, и ее решение состоит из поверхностей разрыва и простых волн, разделенных областями с постоянными значениями всех параметров. Впереди распространяется электромагнитная волна.

Если начальное электрическое поле мало по сравнению с магнитным и $U / c \ll 1$, то изменением магнитного поля в электромагнитной волне можно пренебречь, т. е. считать магнитное поле перед ионизирующей волной равным начальному. При этом электрическое поле впереди ионизирующей волны будет определяться из решения задачи, а электромагнитная волна может не рассматриваться.

Будем изображать скорость поршня точками на плоскости vu . Тогда эта плоскость разобьется на ряд областей, каждой точке которых будут соответствовать решения, состоящие из одних и тех же комбинаций волн. Качественный вид этих областей изображен на фиг. 1, 2 для случая $a_0 < 1$, $a_0 > 1$, соответственно.

Внутри каждой области указаны комбинации волн, представляющие решение в случае, когда скорость поршня принадлежит этой области. При этом использованы следующие обозначения: I^+ , I^- — сверхзвуковые быстрая и медленная ионизирующие волны, I^{--} — дозвуковая медленная ионизирующая волна, $I_*^- I_*^{--}$ — ионизирующие медленные волны Жуге, R — магнитогидродинамическая медленная волна разрежения, S — газодинамическая ударная волна, за которой состояние газа критическое.

Заметим, что левее линии $M'MN$ на фиг. 1 и $N'N$ на фиг. 2 решение с ионизирующими волнами отсутствует. В области $M'MNV$ на фиг. 1 и в $N'NV$ на фиг. 2 возможны два решения со сверхзвуковыми и дозвуковыми ионизирующими волнами. Отметим основные особенности решения с нормальной ионизирующей волной по сравнению с общим случаем.

1) Отсутствуют решения с промежуточными ионизирующими волнами.

2) Нет решений, содержащих альфвеновские и медленные магнитогидродинамические ударные волны. В области, где возможно решение с дозвуковыми ионизирующими волнами, всегда возможно также решение со сверхзвуковыми. Однако в этом случае решения с дозвуковыми волнами соответствуют второму листу решений [1] и, по-видимому, будут неустойчивыми, так, что осуществляется решение со сверхзвуковыми волнами.

3) При изменении знака v в решении меняются только знаки у поперечных компонент скорости газа и магнитного поля.

Заметим, что при $a_0 > 1$ или $u^* > u_E$ решения со сверхзвуковыми медленными ионизирующими волнами отсутствуют. Из фиг. 1, 2 следует, что решение задачи о разряде со сверхзвуковыми волнами состоит из ионизирующей волны и волны разрежения, при этом в зависимости от начальных значений и приложенного электрического поля ионизирующей волной будет либо медленная ионизирующая волна Жуге, либо быстрая ионизирующая волна.

Это доказывает предположение, принимаемое Таусингом. Отметим, что в экспериментах по электрическому разряду в кольцевой трубе в присутствии магнитного поля в зависимости от условий эксперимента наблюдаются оба указанных режима.

Поступила 6 V 1968

НИИ механики
Московского университета

ЛИТЕРАТУРА

1. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Изменение скорости газа в ионизирующих ударных волнах. Задача о проводящем поршне. ПММ, 1968, т. 32, вып. 3.
2. Miller В. Experimental study of normal ionizing shock waves. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 1.
3. Newood J. Experiments in a magnetically driven shock tube with an axial magnetic field. Phys. Fluids, 1966, vol. 9, No. 6.
4. Taussing R. T. Normal ionizing shock waves. Phys. Fluids, 1965, vol. 8, No. 9.
5. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Об ударных волнах, ионизирующих газ, находящийся в электромагнитном поле. Докл. АН СССР, 1968, т. 178, № 1.
6. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. М., Физматгиз, 1962, стр. 141.