

СТАТИЧЕСКИЕ ОБРАЗОВАНИЯ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И ПЛАНКЕОНЫ

В. Г. Лапчинский, К. П. Станюкович
(Москва)

Рассмотрены статические однородные образования в общей теории относительности. Показано, что двумя типами образований исчерпывается их возможный набор. Полученные данные используются при изложении планкеонной гипотезы строения элементарных частиц.

Каноническая форма общей теории относительности или каноническая гравитодинамика, различные варианты которой разработаны в последнее время рядом авторов [1-3], позволяет корректно сформулировать общековариантное определение собственной энергии уединенного объекта, подчиняющегося условию: создаваемое им искривление пространства — времени локально. Этому условию с высокой степенью точности удовлетворяют свободные элементарные частицы. Оказывается, что собственная энергия элементарных частиц в гравитационном поле конечна, а внутри области определения элементарной частицы должна находиться гравитационно самоскомпенсированная область размерами $L \sim 10^{-34}$ см (или из соображений размерности 10^{-33} см). Энергия, заключенная в данной области, порядка 10^{28} эв (10^{-5} г). Условие гравитационной самокомпенсации приводит к требованию: размеры данной области L должны быть равны ее гравитационному радиусу r_g .

С другой стороны, известны характерная планковская длина $L^* \sim 10^{-33}$ см и характерная планковская масса $m^* \sim 10^{-5}$ г. Д. И. Блохинцев заметил, что масса $m^* \sim 10^{-5}$ г, локализованная в L^* , имела бы гравитационный радиус $r_g = L^*$. К. П. Станюкович заметил далее, что для этой массы удовлетворялось бы $r_g = a$, где a — радиус внутренней кривизны. Отсюда видно, что если бы такой объект реально существовал, его характеристики удовлетворяли бы характеристикам объекта класса Вселенной $r_g = L^* = a$. Далее К. П. Станюкович [4,5] высказал предположение о реальном существовании таких объектов (планкеонов) в нашей Вселенной, как своего рода реликтовых частиц, оставшихся с момента рождения самой Вселенной.

М. А. Марков [6,7] предположил существование таких же объектов как составных частей элементарных частиц (своего рода кварков предельно больших масс — максимонов). Три (или больше) максимона посредством сильной связи объединяются в одну систему — элементарную частицу — с дефектом масс, с точностью до 10^{-20} равным собственной энергии покоя максимонов. Оставшаяся некомпенсированной энергия и есть наблюдаемая энергия элементарной частицы.

Существует другой подход к толкованию планкеонов с L^* и m^* . В самом деле, планкеоны относятся к объектам класса Вселенной.

Планкеон, будучи погруженным во внешнее пространство — время, никаким способом не смог бы заявить о своем существовании — для внешнего наблюдателя масса планкеона с $L^* = r_g = a$ равнялась бы нулю тождественно.

Но вследствие наличия флуктуаций полей в объемлющем пространстве условие $L^* = r_g = a$ нарушается, и планкеон переходит в неидеально замкнутое состояние.

Часть материи, его образующей, выходит за пределы гравитационного радиуса и становится явно наблюдаемой, т. е. между истеченной материей и объектами внешнего пространства становится возможным прямое взаимодействие. По теории К. П. Станюковича масса истеченной из планкеона материи в первом порядке теории возмущений равна массе, скажем, нуклона, а в третьем — массе гравитона (иллюстрацией возмущенных планкеонов будут полужамкнутые миры Зельдовича — Новикова).

Исходя из этой модели, элементарную частицу можно представлять как распределенную в области локализации частицы материю, удерживаемую гравитационным полем планкеонного ядра, находящегося глубоко в центре частицы. При этом известное из эксперимента распределение плотностей внутри адронов указывает на возможность определенного класса движений планкеонного ядра. Виртуальный характер плотностей вовсе не противоречит высказанной гипотезе.

В качестве первого приближения можно предположить статичность планкеонов в замкнутом состоянии и рассмотреть их возможный набор.

1. Рассмотрим внутреннюю задачу для идеальной жидкости, подчиняющейся тензору энергии — импульса

$$T_i^k = (p + \varepsilon) u_i u^k + p \delta_i^k \quad (1.1)$$

в рамках общей теории относительности

$$R_i^k - 1/2 \delta_i^k R = \kappa T_i^k \quad (1.2)$$

Метрику пространства — времени, образуемую при этом, ищем в виде

$$- ds^2 = - c^2 dt^2 + e^{\lambda(r,t)} dr^2 + e^{\nu(r,t)} (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (1.3)$$

Стандартной процедурой из уравнений поля (1.2) находим, что $e^{\lambda(r,t)}$, $e^{\nu(r,t)}$, $p(r,t)$ и $\varepsilon(r,t)$ подчиняются системе уравнений

$$\frac{1}{4} e^{-\lambda} v'^2 - \frac{3}{4} v'' - v'' - e^{-\nu} = \kappa \left[(p + \varepsilon) \frac{u^2}{c^2 \theta^2} + p \right] \quad (1.4)$$

$$e^{-\lambda} \left(\frac{1}{4} v'^2 + \frac{1}{2} v'' - \frac{1}{2} v' \lambda' \right) - \left(\frac{v'^2}{2} + \frac{v''}{2} + \frac{v' \lambda'}{4} + \frac{\lambda'^2}{4} + \frac{\lambda''}{2} \right) = \kappa p \quad (1.5)$$

$$e^{-\lambda} \left(\frac{3}{4} v'^2 + v'' - \frac{v' \lambda'}{2} \right) - \left(\frac{v'^2}{4} + \frac{v' \lambda'}{2} + e^{-\nu} \right) = \kappa \left(\rho - \frac{p + \varepsilon}{\theta^2} \right) \quad (1.6)$$

$$v'' + \frac{v' v'}{2} - \frac{\lambda' v'}{2} = \kappa (p + \varepsilon) \frac{u}{c \theta^2} e^{1/2 \lambda} \quad (1.7)$$

Рассмотрим однородные образования, что дает возможность написать единое уравнение состояния

$$p = p(\varepsilon) \quad (1.8)$$

Условие сопутствия системы отсчета движущейся материи при рассмотрении уравнений

$$T_{i;k}^k = \frac{1}{\sqrt{-g}} \left(\frac{\partial T_i^k \sqrt{-g}}{\partial x^k} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^i} T^{\alpha\beta} = 0 \quad (1.9)$$

или в развернутом виде

$$\frac{p' + \varepsilon' u^2 / c^2}{p + \varepsilon} + \frac{(p' + \varepsilon') u}{(p + \varepsilon) c} e^{1/2 \lambda} + \frac{2uu'}{c^2 \theta^2} + \frac{u}{c} \left(v' e^{1/2 \lambda} + \frac{u}{c} v' \right) + \frac{u'}{c \theta^2} e^{1/2 \lambda} \left(1 + \frac{u^2}{c^2} \right) + \left(\frac{u}{c} e^{1/2 \lambda} \lambda' \right) = 0 \quad (1.10)$$

$$\frac{(p' + \varepsilon') u}{(p + \varepsilon) c} + \frac{p' u^2 / c^2 + \varepsilon'}{p + \varepsilon} e^{1/2 \lambda} + \frac{\lambda'}{2} \left(1 + \frac{u^2}{c^2} \right) e^{1/2 \lambda} + \left(v' e^{1/2 \lambda} + \frac{u}{c} v' \right) + \frac{u'}{c \theta^2} \left(1 + \frac{u^2}{c^2} \right) + \frac{2uu'}{c^2 \theta^2} e^{1/2 \lambda} = 0 \quad (1.11)$$

приводит к необходимости нулевого градиента давления $p' = 0$.

В самом деле, линии времени в синхронно-сопутствующей системе отсчета есть геодезические, в чем нетрудно убедиться непосредственно. Однако по геодезическим линиям будет двигаться не только пылевидная ма-

терия, но и всякая другая, для которой справедливо условие $p' = 0$, так как силовое воздействие всегда характеризуется направленностью и должно выражаться, как очевидно, градиентом давления, а не самим давлением, т. е. с геодезических линий будет «сходить» лишь материя, для которой не выполняется условие $p' = 0$. Само же давление выступает в качестве однородного и изотропного фона, наложенного на материю¹.

Учитывая соотношение (1.8) и условие $p' = 0$, систему уравнений (1.4)–(1.7) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} 4e R_{\lambda}(r) - R_{\nu}(r) &= R_{\lambda}'(r)R_{\nu}'(r) - 2R_{\nu}''(r), \quad 3/4 T^2(t) - 3Ae^{-T(t)} = \kappa \varepsilon \\ Ae^{-T(t)} - 3/4 T^2(t) - T''(t) &= \kappa p \end{aligned} \quad (1.12)$$

Интервал (1.3) тогда примет вид

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 + e^{T(t)} [e^{R_{\lambda}(r)} dr^2 + e^{R_{\nu}(r)} d\Omega^2] \quad (1.13)$$

Уравнения (1.12), будучи дополнены уравнением состояния (1.8), полностью определяют динамику Вселенной Фридмана.

Уравнение (1.12) содержит в себе в качестве частных случаев уравнения для нахождения вида пространственной части интервала, применявшиеся Эйнштейном и Мак-Витти. В самом деле, положим в (1.13)

$$e^{R_{\nu}(r)} = e^{R_{\lambda}(r)} r^2$$

Тогда в этом частном случае (1.12) переходит в известное уравнение

$$\frac{\partial^2 R_{\lambda}(r)}{\partial r^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial R_{\lambda}(r)}{\partial r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial R_{\lambda}(r)}{\partial r} \right)^2 \quad (1.14)$$

решение которого дает

$$e^{R_{\lambda}(r)} = \frac{1}{(1 + 1/4 kr^2)^2}, \quad e^{R_{\nu}(r)} = \frac{r^2}{(1 + 1/4 kr^2)^2} \quad (1.15)$$

С учетом (1.15) интервал (1.13) перепишется в виде

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 + e^{T(t)} \left[\frac{dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)}{(1 + 1/4 kr^2)^2} \right] \quad (1.16)$$

Это общеизвестная запись интервала Фридмана. Найдем другую форму записи интервала (1.16). Положим $\exp R_{\lambda}(r) = r^2$. Из выражения

$$\exp R_{\lambda}(r) = \frac{R_{\nu}'(r)}{4[A - e^{-R_{\nu}(r)}]}$$

являющегося следствием уравнения (1.12), находим

$$\exp R_{\lambda}(r) = \frac{1}{1 + Ar^2} = \frac{1}{1 \pm r^2/a_0^2} \quad (1.17)$$

С учетом (1.17) интервал (1.13) перепишется

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 + e^{T(t)} \left[\frac{dr^2}{1 \pm r^2/a_0^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right] \quad (1.18)$$

¹ В последнем, пятом издании «Теории поля» Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица (1967 г.) Е. М. Лифшицем сделано неточное утверждение, что синхронно-сопутствующая система отсчета существует только при условии $p = 0$ (стр. 377) и далее (стр. 389) приводится решение Толмана как единственная возможность существования синхронно-сопутствующей системы отсчета.

что можно переписать в виде

$$-ds^{*2} = -c^2 d\tau^2 + \frac{dr^2}{1 - r^2/a^2} + r^2 d\Omega^2 = -ds^2 a_0^2/a^2$$

Здесь существенно, что имеется начальный радиус кривизны $a_0 > 0$ ($a = a_0$ при $t = 0$). Уравнения (1.12), дополненные уравнением состояния $p = p(\varepsilon)$, имеют бесконечное число решений, из которых выберем подкласс решений с $R = \text{const}$, что будет необходимым, но не достаточным условием для пространств постоянной кривизны.

Для статических пространств выполняется, кроме того, условие

$$p = \text{const}, \quad \varepsilon = \text{const} \quad (1.19)$$

Определим в (1.12) $R = \kappa(\varepsilon - 3p) = \text{const}$ и получим общее решение

$$e^{T(t)} = A_1 \exp(\sqrt{1/3} R ct) + A_2 \exp(-\sqrt{1/3} R ct) - 6A/R \quad (1.20)$$

накладывая на которое дополнительное условие (1.19), получим два пространства

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - r^2/a_0^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (1.21)$$

с уравнением состояния $3p + \varepsilon = 0$, и

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 + \exp(\sqrt{1/3} R ct) (dr^2 + r^2 d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (1.22)$$

с уравнением состояния $p + \varepsilon = 0$. Переход от метрики (1.22) к виду

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 \left(1 - \frac{r^2}{a_0^2}\right) + \frac{dr^2}{(1 - r^2/a_0^2)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

и наоборот осуществляется достаточно просто.

Единственность статических миров (1.21) и (1.22) может быть показана из рассмотрения уравнения гидростатического равновесия в ОТО

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{(p + \varepsilon)(1 + \kappa r^2 p)}{(p + \varepsilon) - \varepsilon r dp/dr} \right] = 1 - \kappa r^2 \varepsilon \quad (1.23)$$

Пусть $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{const}$, тогда из (1.23) получим

$$\kappa r^2 (p + \varepsilon) (3p + \varepsilon) = -2r (dp/dr) (1 - \kappa r^2 \varepsilon)$$

Отсюда следует, что при $p = \text{const}$, либо $3p + \varepsilon = 0$, либо $p + \varepsilon = 0$.

Возникает трудность с уравнениями состояния, в которых либо p , либо ε должны быть отрицательными. Эта трудность уже имеет свою историю. Впервые с ней столкнулся Эйнштейн, и, чтобы избежать отрицательных величин, ввел в исходные уравнения ОТО дополнительный член Λ .

Впоследствии к отрицательному давлению прибегали и другие авторы, вводя его произвольным образом для устранения сингулярностей в динамических моделях Вселенной. Можно поступить и так. В тензор энергии — импульса идеальной жидкости нужно ввести компоненты истинного тензора самого гравитационного поля, плотность энергии которого отрицательна.

Введение такого тензора ничего общего не имеет с псевдотензором энергии — импульса гравитационного поля, полученным по теореме Нетер.

Псевдотензор гравитационного поля описывает, по сути говоря, гравитационные волны и возможность мультиполюного излучения гравитационных волн. Истинный тензор гравитационного поля является функцией 4-х кривизны, и его шпур «неистребим» ни при каких преобразованиях координат и систем отсчета. В этом случае всегда

можно давление гравитационного поля вычислить таким образом, чтобы давление и плотность материи были положительными. По-видимому, правы были Вейль и Эддингтон, предполагавшие варьировать, помимо обычного эйнштейновского лагранжиана гравитационного поля $R/2m$, и другие лагранжианы.

Общее решение (1.20) без наложения дополнительных условий $p = \text{const}$ и $\varepsilon = \text{const}$ определяет модели миров нестатических. Это можно показать достаточно просто, непосредственно убедившись в невозможности приведения любых частных случаев интервала с метрикой, определяемой из (1.20), при любых значениях постоянных интегрирования A_1, A_2, A к виду, не зависящему от времени.

Полученные таким образом нестатические Вселенные расширяются так, что средняя кривизна по всем двумерным направлениям в каждой точке остается постоянной, при этом меняется уравнение состояния, переходя непрерывным образом от физического к «нефизическому». Например, материя во Вселенной вида

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 + \text{sh} \sqrt{1/3} R ct (dr^2 + r^2 d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

в начальный момент времени имела уравнение состояния $3p - \varepsilon = 0$, т. е. уравнение состояния ультрарелятивистского газа. С течением времени уравнение состояния непрерывным образом переходит в $p + \varepsilon = 0$.

2. Покажем, что Вселенные (1.21) и (1.23) исчерпывают набор статических пространств постоянной кривизны. Для этого рассмотрим однородные и изотропные образования, удовлетворяющие космологическому принципу, т. е. имеющие метрику

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 + e^{T(t)} du^2 \quad (2.1)$$

где du^2 — метрика трехмерной пространственной гиперповерхности, причем метрические коэффициенты в du^2 не зависят от временной координаты.

Среди пространств класса (2.1) будем искать подкласс пространств постоянной кривизны, для которых удовлетворяется условие

$$R_{iklm} = K \begin{pmatrix} g_{il} & g_{km} \\ g_{im} & g_{lm} \end{pmatrix}$$

или в развернутом виде

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{im}}{\partial x^k \partial x^l} + \frac{\partial^2 g_{kl}}{\partial x^i \partial x^m} - \frac{\partial^2 g_{il}}{\partial x^k \partial x^m} - \frac{\partial^2 g_{km}}{\partial x^i \partial x^l} \right) + g_{pr} (\Gamma_{il}^n \Gamma_{im}^p - \Gamma_{km}^n \Gamma_{il}^p) = K \begin{pmatrix} g_{il} & g_{km} \\ g_{im} & g_{lm} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Тензор Римана — Кристоффеля R_{iklm} имеет 21 существенную компоненту. Индексы в этих компонентах пробегают следующие значения:

1212	1223	1324	1423	2323	2424	1313
1213	1314	1334	1424	2324	2434	1314
1214	1223	1414	1434	2334	3434	1323

Из них компоненты с числом различных индексов больше двух дают в правой части уравнения (2.2) тождественный нуль. Остается шесть существенных компонент, для которых правая часть не тождественный нуль, а именно:

$$1212 \quad 1313 \quad 1414 \quad 2323 \quad 2424 \quad 3434 \quad (2.3)$$

Шесть компонент из (2.3), выраженные через метрические коэффициенты основной квадратичной формы (2.1), дадут систему шести уравнений, общими решениями которых и будут пространства постоянной кривизны.

Метрику (2.1) возьмем в виде (1.18), тогда

$$g_{11} = \frac{e^{T(t)}}{1 + Ar^2}, \quad g_{22} = e^{T(t)} r^2, \quad g_{33} = e^{T(t)} r^2 \sin^2 \theta \quad (2.4)$$

и символы Кристоффеля

$$\Gamma_{22}^1 = -\frac{k'}{2h}, \quad \Gamma_{11}^1 = \frac{h'}{2h}, \quad \Gamma_{22}^{\circ} = \frac{k'}{2}, \quad \Gamma_{11}^{\circ} = \frac{h'}{2} \quad (2.5)$$

Подставляя (2.4) и (2.5) в (2.2), получим уравнение для индексов 1212 — $q_{11}(\Gamma_{22}^1 \Gamma_{11}^1) - q_{00}(\Gamma_{22}^{\circ} \Gamma_{11}^{\circ}) = K q_{11} q_{22}$ или $T''(t) - 4A e^{-T(t)} = 4K$ (2.6)

Уравнение для индексов 1313 будет иметь вид

$$\frac{1}{2} \left(-\frac{\partial^2 g_{33}}{\partial x^1 \partial x^1} \right) + g_{33} (\Gamma_{13}^3 \Gamma_{13}^3) - g_{11} (\Gamma_{33}^1 \Gamma_{11}^1) = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial^2 e^{T(t)} r^2}{\partial r^2} \right) + e^{T(t)} r^2 \left(\frac{k'^2}{4k^2} \right) - \frac{e^{T(t)}}{1 + Ar^2} \left(-\frac{k'h'}{4h^2} \right) + \frac{k'h'}{4} = K \frac{e^{T(t)}}{1 + Ar^2} e^{T(t)} r^2$$

После небольших преобразований приходим снова к уравнению (2.6). К такому же уравнению (2.6) приводит уравнение для индексов 2323. Этого следовало ожидать, так как пространственная часть есть подпространство постоянной кривизны, и все пространственные координаты равноправны.

Уравнение (2.6) для компонент 1414, 2424, 3434 дает после несложных вычислений уравнение

$$T''(t) + 2T''(t) = 4K \quad (2.7)$$

Для определения функции $e^{T(t)}$ имеем два уравнения (2.6) и (2.7), решением которых для случая $K = 0$ будет

$$e^{T(t)} = A(ct + c_1)^2$$

т. е. частный случай пустого расширяющегося эвклидова пространства. Полагая в (2.6) $A = 0$, получим пространственно-временную метрику для мира де Ситтера. При помощи подстановки

$$1/y = 4 A e^{-T(t)}$$

уравнение (2.6) приводится к виду

$$y'^2 = 4Ky^2 + y$$

единственным решением которого будет

$$e^{T(t)} = \begin{cases} (A_0/K_0) \operatorname{ch}^2 \sqrt{K_0} (ct + c_1), & K = K_0 > 0 \\ (A_0/K_0) \operatorname{cos}^2 \sqrt{K_0} (ct + c_1), & K = -K_0 < 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

Решения (2.8) напоминают выражения метрик обычных двумерных поверхностей постоянной кривизны, записанных в полугеодезической систе-

ме координат с точностью до изгиба. Нетрудно убедиться, что решение (2.8) удовлетворяет и уравнению (2.7). Таким образом, найдены два пространства постоянной кривизны, однородных и изотропных

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 + \frac{A_0}{K_0} \operatorname{ch}^2 \sqrt{K_0} (ct + c_1) \left(\frac{dr^2}{1 - r^2/a_0^2} + r^2 d\Omega^2 \right) \quad (2.9)$$

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 + \frac{A_0}{K_0} \cos^2 \sqrt{K_0} (ct + c_1) \left(\frac{dr^2}{1 + r^2/a_0^2} + r^2 d\Omega^2 \right) \quad (2.10)$$

Вселенные, определяемые метриками (2.9) и (2.10), удовлетворяют космологическому принципу, поэтому для них справедливы соотношения (1.12). Подставляя (2.8) в (1.12), получим уравнение состояния $p + \varepsilon = 0$.

Метрику искомым пространствам нетрудно привести к виду, не зависящему от времени, при этом оказывается, что (2.9) переходит в

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 \left(1 - \frac{r^2}{a_0^2} \right) + \frac{dr^2}{(1 - r^2/a_0^2)} + r^2 d\Omega^2, \quad (2.11)$$

а (2.10) переходит в

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 \left(1 + \frac{r^2}{a_0^2} \right) + \frac{dr^2}{1 + r^2/a_0^2} + r^2 d\Omega^2$$

Найденная форма записи интересна тем, что пространственная часть записывается стандартным образом, как и для Вселенных Фридмана, следовательно, автоматически записывается для мира де Ситтера ряд новых форм, в частности, такая:

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 + \frac{A_0}{K_0} \operatorname{ch}^2 (\sqrt{K_0} ct + c_1) \left[\frac{dr^2 + r^2 d\Omega^2}{(1 + 1/4 kr^2)^2} \right]$$

Таким образом, может быть только два типа Вселенных, идентифицируемых со статистическими планкeонами. В реальном состоянии планкeоны нестатичны, и следующее приближение, которое нужно рассмотреть, есть приближение осциллирующих объектов типа Вселенной.

Уже это приближение дает реальную надежду найти спектр уровней планкeонного ядра элементарных частиц, связанных со спектром элементарных частиц.

Гипотеза планкeонного строения элементарных частиц имеет ряд весьма плодотворных следствий, точное доказательство которых есть предмет квантовой гравитации. Одним из таких следствий является вывод о скрытой в элементарных частицах энергии, на двадцать порядков превышающей их наблюдаемую массу покоя.

Поступила 27 III 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. В г у с е S. De W i t t. Quantum theory of gravity. Phys. Rev., 1967, vol. 160, No5, p. 1113.
2. А р н о в и т т Р., Д и з е р С., М и с н е р К. В. Динамика общей теории относительности. «Эйнштейновский сборник». М., «Наука», 1967.
3. Д и р а к П. Теория гравитации в гамильтоновой форме. Сб.: Новейшие проблемы гравитации. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
4. С т а н ю к о в и ч К. П. Гравитационное поле и элементарные частицы. М., «Наука», 1965.
5. С т а н ю к о в и ч К. П. К вопросу о существовании устойчивых частиц в Метагалактике. Сб.: Проблемы теории гравитации элементарных частиц. М., Атомиздат, 1966.
6. М а р к о в М. А. Supplement of the progress of theoretical physics. Commemoration issue for the 30-th anniversary of meson theory by Or. H., Yukawa, 1965.
7. М а р к о в М. А. Элементарные частицы предельно больших масс. Сб.: Физика высоких энергий и теория элементарных частиц. Киев, «Наукова думка», 1967.
Л а н д а у Л. Д., Л и ф ш и ц Е. М. Теория поля. Изд. 5, М., «Наука», 1967.