

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ТОКА  
В МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ КАНАЛЕ С ПРОНИЦАЕМЫМИ  
ЭЛЕКТРОДАМИ ПРИ ТЕНЗОРНОМ ХАРАКТЕРЕ ПРОВОДИМОСТИ  
ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЫ**

Ю. П. Емец

(Киев)

Изучается течение в линейном магнитогидродинамическом канале с двумя пронизаемыми электродами в случае анизотропии проводимости (обусловленной эффектом Холла), когда через один электрод вдувается, а через второй отсасывается электропроводная среда; в этой схеме совмещаются свойства холловского и фарадеевского преобразователей энергии [1].

Математически нахождение электрического поля в канале приводится к решению неоднородной краевой задачи Римана — Гильберта, которая методом аналитического продолжения редуцируется к краевой задаче Римана в классе автоморфных функций.

1. Рассмотрим плоский магнитогидродинамический канал  $0 \leq y \leq h$ ,  $-\infty < x < \infty$  с двумя симметрично расположенными электродами конечных размеров  $ab$  и  $a'b'$  ( $-l \leq x \leq l$ ;  $y = 0, h$ ). Будем считать, что внешнее магнитное поле  $\mathbf{H} (0, 0, H_z)$  однородно в канале и направлено нормально потоку  $\mathbf{v} (u(x, y), v(x, y), 0)$  электропроводной среды. Для малых магнитных чисел Рейнольдса, что здесь и принимается, собственное магнитное поле разыскиваемых токов мало по сравнению с внешним и поэтому им можно пренебречь.

В изотермическом случае на основании феноменологической теории имеем следующие соотношения между плотностью электрического тока, электрическим потенциалом и сторонней силой [2]

$$\begin{aligned} i_x(x, y) &= \sigma_{xx}(H) \left( -\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{c} v H \right) + \sigma_{xy}(H) \left( -\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{1}{c} u H \right) \\ j_y(x, y) &= \sigma_{yx}(H) \left( -\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{c} v H \right) + \sigma_{yy}(H) \left( -\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{1}{c} u H \right), \quad H \equiv H_z \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $\sigma_{xx}(H)$ ,  $\sigma_{xy}(H)$ , ... — компоненты тензора проводимости, которые зависят от величины магнитного поля и связаны между собой (согласно соотношениям Онзагера) условиями симметрии

$$\sigma_{xx}(H) = \sigma_{yy}(H), \quad \sigma_{xy}(H) = -\sigma_{yx}(H) \quad (1.2)$$

В общем случае компоненты тензора проводимости определяются из кинетической теории.

В частности, для слабо ионизированной плазмы имеем [3]

$$\sigma_{xx}(H) = \frac{ne^2}{m} \left\langle \frac{\tau}{1 + (e\tau H/mc)^2} \right\rangle, \quad \sigma_{xy}(H) = \frac{ne^3 H}{m^2 c} \left\langle \frac{\tau^2}{1 + (e\tau H/mc)^2} \right\rangle \quad (1.3)$$

где  $n$ ,  $e$ ,  $m$  и  $\tau$  — плотность, заряд, масса и время релаксации электронов. Символ  $\langle \rangle$  применительно к функции  $g(x)$  обозначает интеграл кинетического усреднения

$$\langle g(x) \rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} g(x) x^{3/2} e^{-x} dx \quad \left(x = \frac{mv^2}{2kT_e}\right) \quad (1.4)$$

Здесь  $v$  и  $T_e$  — скорость и температура электронов,  $k$  — постоянная Больцмана. Если время релаксации  $\tau$  не зависит от  $v$ , то, согласно (1.4), угловые скобки в (1.3) можно опустить.

Для принятых условий уравнения (1.1) совместно с уравнениями неразрывности тока и несжимаемости среды допускают введение комплексного электрического тока  $j(z)$  по формулам

$$j_x(x, y) = \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}, \quad j_y(x, y) = \frac{i\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial Q}{\partial x}$$

$$F(z) = P(x, y) + iQ(x, y) \quad (z = x + iy) \quad (1.5)$$

$$\frac{dF(z)}{dz} = \frac{\partial P}{\partial x} + i\frac{\partial Q}{\partial x} = j_x(x, y) - ij_y(x, y), \quad \frac{dF(z)}{dz} = j(z)$$

В полосе  $0 \leq \text{Im} z \leq h$  комплексный ток  $j(z)$  определяется из граничных условий

$$\text{Re} \{(1 + iR_H \sigma(H) H) j(t)\} = c^{-1} \sigma(H) H v(t) \quad \text{на } L' \quad (1.6)$$

$$\text{Im} j(t) = 0 \quad \text{на } L'', \quad \lim j(z) = 0 \quad \text{при } |z| \rightarrow \infty \quad (t \in L = L' + L'')$$

Эти условия получены в предположении, что электроды и изоляторы выполнены из идеальных материалов. В (1.6) через  $L' = ab + a'b'$  обозначены электроды, а через  $L''$  — изоляторы; проводимость  $\sigma(H)$  и постоянная Холла  $R_H$  движущейся в магнитном поле среды связаны с компонентами тензора проводимости соотношениями

$$\sigma(H) = \frac{\sigma_{xx}^2(H) + \sigma_{xy}^2(H)}{\sigma_{xx}(H)}, \quad R_H = \frac{\sigma_{xy}(H)}{H [\sigma_{xx}^2(H) + \sigma_{xy}^2(H)]} \quad (1.7)$$

Закон распределения  $v(t)$  на  $L'$  здесь не конкретизируется, однако естественно принять, что расходы электропроводной среды при вдуве через один электрод и отсосе через другой — конечны и равны между собой. Таким образом, имеем магнитогидродинамический канал с пересекающимися потоками.

Неоднородную краевую задачу Римана — Гильберта с разрывными коэффициентами (к решению которой приводится нахождение тока) сведем к краевой задаче Римана в классе автоморфных функций.

Для этого произведем замену переменных подстановкой

$$\zeta = \pi z / h \quad (\zeta = \xi + i\eta, \quad z = x + iy) \quad (1.8)$$

посредством которой изменяется геометрический масштаб и концевые точки электродов  $a, b, a'$  и  $b'$  принимают новые значения

$$\begin{aligned} A &= -\pi l / h, & B &= \pi l / h, \\ A' &= -\pi l / h + i\pi, & B' &= \pi l / h + i\pi \end{aligned}$$

В полосе  $-\pi < \text{Im } \zeta < 0$  введем функцию  $\overline{j(\zeta)}$ , комплексно-сопряженную  $j(\zeta)$  в полосе  $0 < \text{Im } \zeta < \pi$  в точках, симметричных относительно оси  $\xi$ .

Граничные условия (1.6) приводятся теперь к следующему виду:

$$\Psi^+(t_1) = -\frac{1 - iR_H \sigma(H) H}{1 + iR_H \sigma(H) H} \Psi^-(t_1) + \frac{2\sigma(H) v(t_1) H}{c(1 + iR_H \sigma(H) H)} \quad \text{на } L_1'$$

$$\begin{aligned} \Psi^+(t_1) &= \Psi^-(t_1) \quad \text{на } L_1'', & \lim \Psi(\zeta) &= 0 \quad \text{при } |\zeta| \rightarrow \infty \\ & & (t_1 = L_1 = L_1' + L_1'') \end{aligned}$$

$$\Psi(\zeta) = \begin{cases} \Psi^+(\zeta) & \text{при } 0 < \text{Im } \zeta < \pi, & \Psi^+(\zeta) = j(\zeta) = j_\xi(\xi, \eta) - ij_\eta(\xi, \eta) \\ \Psi^-(\zeta) & \text{при } -\pi < \text{Im } \zeta < 0, & \Psi^-(\zeta) = \overline{j(\zeta)} = j_\xi(\xi, -\eta) + ij_\eta(\xi, -\eta) \end{cases} \quad (1.9)$$

Здесь  $L_1' = AB + A'B' + A''B''$  ( $A'' = -\pi l / h - i\pi$ ,  $B'' = \pi l / h - i\pi$ ), а  $L_1''$  — остальная часть прямых  $\eta = 0$  и  $\eta = |\pi|$ .

Полоса  $-\pi < \text{Im } \zeta < \pi$  представляет собой одну из фундаментальных областей однопериодической группы, порождаемой параболическими подстановками  $\mu_k(\zeta) = \zeta + 2\pi ik$  ( $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ ). Автоморфной относительно группы  $\mu_k$  будет функция  $e^\zeta$ , которая имеет полюс первого порядка на правом конце полосы.

Соотношения (1.9) формулируют краевую задачу Римана с разрывными коэффициентами в классе периодических функций, причем  $v(t_1)$  должна удовлетворять на  $L_1'$  условию Гельдера.

Самое общее решение задачи (1.9), удовлетворяющее исходным условиям (1.6), имеет вид (далее всюду используются прежние переменные)

$$\begin{aligned} \Psi(z) &= [(e^{\pi z/h} - e^{-\pi l/h})(e^{\pi z/h} + e^{\pi l/h})]^{-1/2+\varepsilon} [(e^{\pi z/h} + e^{-\pi l/h})(e^{\pi z/h} - e^{\pi l/h})]^{-1/2-\varepsilon} \times \\ &\times \left\{ \frac{\sigma(H) H}{\pi c \sqrt{1 + (R_H \sigma(H) H)^2}} \int_{L'} [(e^t - e^{-\pi l/h})(e^t + e^{\pi l/h})]^{1/2-\varepsilon} [(e^t + e^{-\pi l/h}) \times \right. \\ &\times (e^{\pi l/h} - e^t)]^{1/2+\varepsilon} \frac{v(t) e^t dt}{e^t - e^{\pi z/h}} + C e^{\pi z/h} \left. \right\} \quad (t \in L', -h < \text{Im } z < h) \quad (1.10) \end{aligned}$$

$$\varepsilon = \pi^{-1} \text{arctg } R_H \sigma(H) H, \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1/2$$

$$\Psi(z) = C e^{-\pi z/h} + O(e^{-2\pi z/h}) \quad \text{при } |z| \rightarrow \infty$$

При этом

$$\Psi(z) = \begin{cases} j(z) = j_x(x, y) - ij_y(x, y) & \text{при } 0 < \text{Im } z < h \\ \overline{j(z)} = j_x(x, -y) + ij_y(x, -y) & \text{при } -h < \text{Im } z < 0 \end{cases}$$

Функция  $\Psi(z)$  ограничена на краях полосы  $-h < \text{Im } z < h$  и имеет интегрируемые особенности на концах электродов  $a, b, a'$  и  $b'$ . Действительная постоянная  $C$ , входящая в формулу (1.10), определяется из дополнительных физических соображений.

2. Вычислим основные интегральные характеристики канала. Положим для определенности, что магнитогидродинамический канал работает в генераторном режиме.

При помощи формул Сохоцкого — Племеля

$$\Psi^+(t) = \frac{\sigma(H) H v(t)}{c(1 + iR_H \sigma(H) H)} + \Pi_1(t) \left\{ \frac{\sigma(H) H}{\pi i c (1 + iR_H \sigma(H) H)} \times \right. \quad (2.1)$$

$$\left. \times \int_{L'} \frac{v(s)}{\Pi_1(s)} \frac{e^s ds}{e^s - e^t} - \frac{i(1 - iR_H \sigma(H) H)}{\sqrt{1 + (R_H \sigma(H) H)^2}} C e^t \right\} (s, t \in L')$$

$$\Psi^-(t) = \frac{\sigma(H) H v(t)}{c(1 - iR_H \sigma(H) H)} - \Pi_1(t) \left\{ \frac{\sigma(H) H}{\pi i c (1 - iR_H \sigma(H) H)} \times \right.$$

$$\left. \times \int_{L'} \frac{v(s)}{\Pi_1(s)} \frac{e^s ds}{e^s - e^t} - \frac{i(1 + iR_H \sigma(H) H)}{\sqrt{1 + (R_H \sigma(H) H)^2}} C e^t \right\} (s, t \in L')$$

$$\Pi_1(t) = [(e^t - e^{-\pi l/h})(e^t + e^{\pi l/h})]^{-1/2+\varepsilon} [(e^t + e^{-\pi l/h})(e^{\pi l/h} - e^t)]^{-1/2-\varepsilon}$$

находятся значения нормальной и тангенциальной компонент тока на электродах

$$j_x(t) = \frac{\Psi^+(t) + \Psi^-(t)}{2} = \frac{\sigma(iH) H v(t)}{c[1 + (R_H \sigma(H) H)^2]} - \frac{R_H \sigma(H) H \Pi_1(t)}{\sqrt{1 + (R_H \sigma(H) H)^2}} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\sigma(H) H}{\pi c \sqrt{1 + (R_H \sigma(H) H)^2}} \int_{L'} \frac{v(s)}{\Pi_1(s)} \frac{e^s ds}{e^s - e^t} + C e^t \right\} (s, t \in L') \quad (2.2)$$

$$j_y(t) = \frac{\Psi^-(t) - \Psi^+(t)}{2i} = \frac{R_H v(t) (\sigma(H) H)^2}{c[1 + (R_H \sigma(H) H)^2]} + \frac{\Pi_1(t)}{\sqrt{1 + (R_H \sigma(H) H)^2}} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\sigma(H) H}{\pi c \sqrt{1 + (R_H \sigma(H) H)^2}} \int_{L'} \frac{v(s)}{\Pi_1(s)} \frac{e^s ds}{e^s - e^t} + C e^t \right\} (s, t \in L')$$

Постоянная  $C$  определяется в данном случае из интегрального закона Ома, составленного для канала и внешней цепи

$$E - 2\varphi_e = I \Omega_n \quad (2.3)$$

Здесь  $E$  — электродвижущая сила;  $2\varphi_e$  — напряжение между электродами;  $I$  — суммарный ток, протекающий через электроды;  $\Omega_n$  — нагрузка во внешней цепи.

Учитывая, что на изоляторах  $j_y = 0$ , на оси  $x$  имеем (2.4)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{1}{c} v H = \frac{j_x(x)}{\sigma(H)} = \frac{H \Pi_2(x)}{\pi c \sqrt{1 + (R_H \sigma(H) H)^2}} \int_{L'}^x \frac{v(t)}{\pi_2(t)} \frac{e^t dt}{e^t - e^x} + \frac{C}{\sigma(H)} e^x \Pi_2(x)$$

$$E - 2\varphi_e = \left( \int_{-\infty}^{-\lambda} + \int_{\lambda}^{\infty} \right) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{1}{c} v H \right)_{y=0} dx, \quad E = \frac{1}{c} H G, \quad I = \delta \int_{-\lambda}^{\lambda} j_y(x) dx$$

$$\Pi_2(x) = [(e^x - e^{-\lambda})(e^x + e^{\lambda})]^{-1/2+\varepsilon} [(e^x + e^{-\lambda})(e^x - e^{\lambda})]^{-1/2-\varepsilon} \quad \left( \lambda = \frac{\pi l}{h} \right)$$

Здесь  $\delta$  — высота канала,  $G$  — объемный расход среды основного потока.

После подстановки (2.4) в (2.3) и несложных преобразований получаем

$$C = \left\{ E - \frac{H(\Delta_4 + \Delta_5)}{\pi c [1 + (R_H \sigma(H) H)^2]} - \frac{1}{c} \delta \sigma(H) H \left( R_H \sigma(H) H \Delta_1 + \frac{\Delta_2}{\pi} \right) \Omega_n \right\} :$$

$$\left\{ \frac{\Delta_6 + \Delta_7}{\sigma(H)} + \frac{\delta \Delta_3 \Omega_n}{\sqrt{1 + (R_H \sigma(H) H)^2}} \right\} \quad (2.5)$$

$$\Delta_0(t) = \int_{L'}^{\lambda} \frac{v(s)}{\Pi_1(s)} \frac{e^s ds}{e^s - e^t}, \quad \Delta_1 = \int_{-\lambda}^{\lambda} v(t) dt, \quad \Delta_2 = \int_{-\lambda}^{\lambda} \Pi_1(t) \Delta_0(t) dt$$

$$\Delta_3 = \int_{-\lambda}^{\lambda} e^t \Pi_1(t) dt, \quad \Delta_4 = \int_{-\infty}^{-\lambda} \Pi_2(t) \Delta_0(t) dt, \quad \Delta_5 = \int_{\lambda}^{\infty} \Pi_2(t) \Delta_0(t) dt$$

$$\Delta_6 = \int_{-\infty}^{-\lambda} e^t \Pi_2(t) dt, \quad \Delta_7 = \int_{\lambda}^{\infty} e^t \Pi_2(t) dt \quad \left( \lambda = \frac{\pi l}{h} \right) \quad (2.6)$$

Для наглядности дальнейших теоретических выкладок и выяснения физических эффектов, обусловленных совместным влиянием анизотропии проводимости и наличием проницаемых электродов, рассмотрим вначале два частных режима работы преобразователя энергии — холостой ход и короткое замыкание.

В первом случае  $I = 0$  и имеем

$$2\varphi_e = 2\varphi_{xx} = E - \frac{H(\Delta_4 + \Delta_5)}{\pi c [1 + (R_H \sigma(H) H)^2]} + \sqrt{1 + (R_H \sigma(H) H)^2} \times$$

$$\times \frac{\Delta_6 + \Delta_7}{\sigma(H) \Delta_3} \left( \frac{1}{c} R_H \Delta_1 (\sigma(H) H)^2 + \frac{\sigma(H) H}{\pi c} \Delta_2 \right) = (1 + \Lambda) E = E_* \quad (2.7)$$

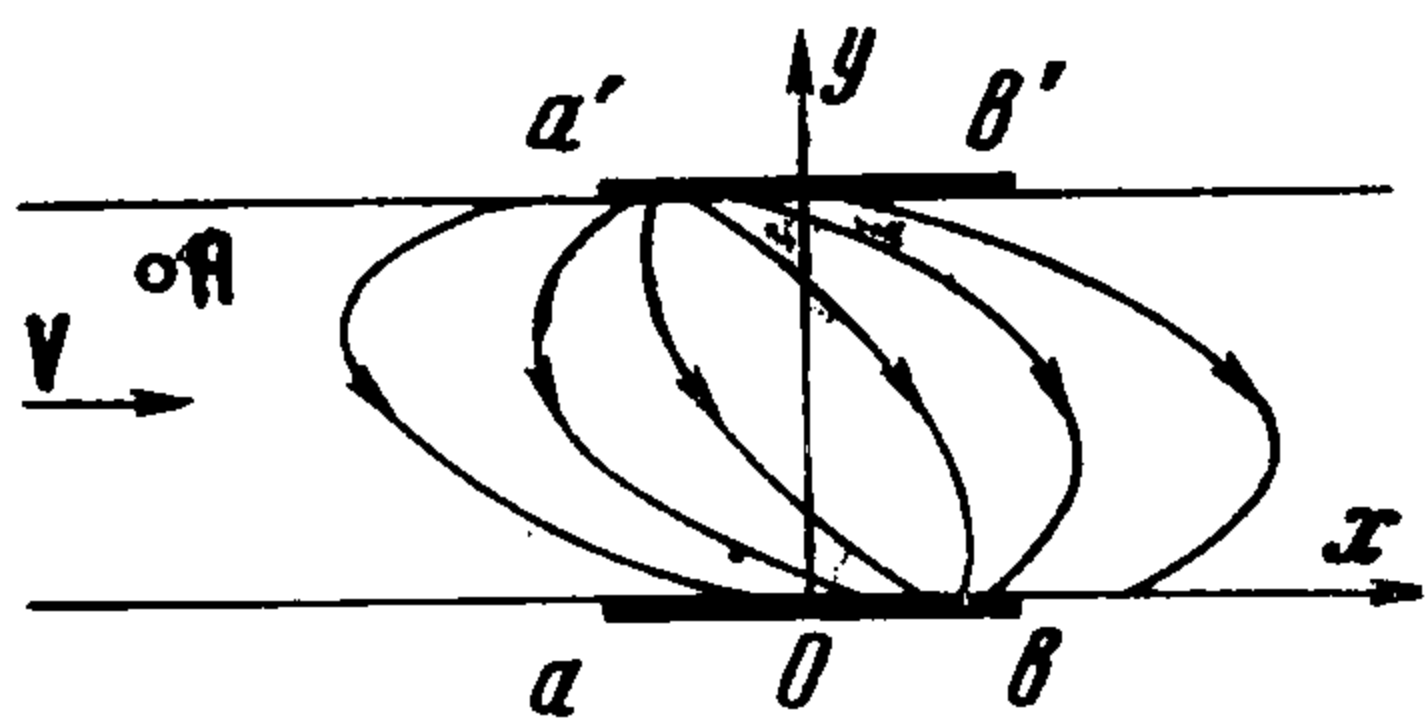
Отсюда вытекает, что электродвижущие силы в каналах с проницаемыми и непроницаемыми электродами отличаются множителем  $(1 + \Lambda)$ . В рассматриваемой схеме течения безразмерный параметр  $\Lambda$  принимает нулевое значение при  $v(t) = 0$  на  $L'$  (отсутствуют вдув и отсос) и когда  $R_H = 0$  (не проявляется эффект Холла) знак  $\Lambda$  зависит от взаимного направления основного и вдуваемого потоков в канале.

В режиме короткого замыкания  $2\varphi_e = 0$  и поэтому

$$I = I_* = \frac{\delta\sigma(H)\Delta_3}{(\Delta_6 + \Delta_7)\sqrt{1 + (R_H\sigma(H)H)^2}} \left\{ E - \frac{H(\Delta_4 + \Delta_5)}{\pi c [1 + (R_H\sigma(H)H)^2]} + \right. \\ \left. + \sqrt{1 + (R_H\sigma(H)H)^2} \frac{\Delta_6 + \Delta_7}{\sigma(H)\Delta_3} \left( \frac{1}{c} R_H\Delta_1 (\sigma(H)H)^2 + \frac{\sigma(H)H}{\pi c} \Delta_2 \right) \right\} = \\ = \frac{(1 + \Lambda)E}{\Omega_b} = \frac{E_*}{\Omega_b} \quad (2.8)$$

$$\Omega_b = \sqrt{1 + (R_H\sigma(H)H)^2} \frac{\Delta_6 + \Delta_7}{\delta\sigma(H)\Delta_3}$$

Величина  $\Omega_b$  представляет собой внутреннее сопротивление генератора с непроницаемыми сплошными электродами. Значение  $\Omega_b$  довольно



Фиг. 1

подробно исследовано теоретически в широком диапазоне изменения физических констант и геометрии канала [6-8].

В общем случае, если ввести параметр нагрузки  $q$ , характеризующий режим работы преобразователя

$$q = \frac{\Omega_n}{\Omega_n + \Omega_b} \quad 0 \leq q \leq 1 \quad (2.9)$$

формулы для суммарного тока  $I$  и электрической мощности  $N$  принимают вид, сходный с формулами для канала с непроницаемыми электродами

$$I = (1 - q)(1 + \Lambda) \frac{E}{\Omega_b} = (1 - q) \frac{E_*}{\Omega_b} \\ N = 2\varphi_e I = q(1 - q)(1 + \Lambda)^2 \frac{E^2}{\Omega_b} = q(1 - q) \frac{E_*^2}{\Omega_b} \quad (2.10)$$

Замечая, что для несжимаемой среды компоненты скорости выражаются через функцию тока  $\psi(x, y)$  ( $u = \partial\psi / \partial y$ ,  $v = -\partial\psi / \partial x$ ), находим джоулеву диссипацию

$$Q = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^h \frac{j^2}{\sigma(H)} dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^h \left\{ -\mathbf{j} \text{grad } \varphi + \frac{1}{c} \mathbf{j} (\mathbf{v} \times \mathbf{H}) \right\} dx dy = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^h \text{div} \left[ (\varphi(x, y) + \frac{1}{c} H\psi(x, y)) \mathbf{j} \right] dx dy = \\ = \frac{1}{c} H \int_{-\lambda}^{\lambda} \psi(x, 0) j_y(x, 0) dx - \frac{1}{c} H \int_{\lambda}^{-\lambda} \psi(x, h) j_y(x, h) dx - N \quad \left( \lambda = \frac{\pi l}{h} \right) \quad (2.11)$$

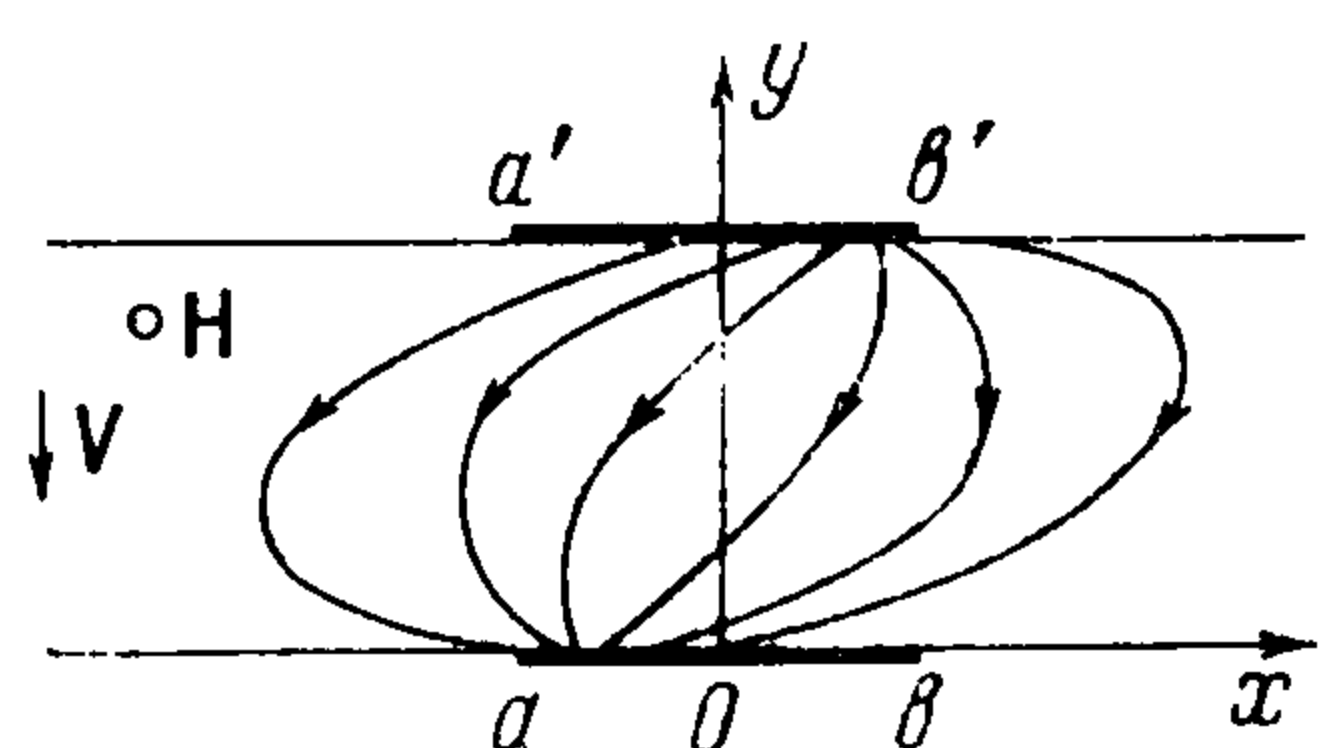
При отсутствии вдува формулы (2.10), (2.11) переходят в известные соотношения [6-8]

$$I = (1 - q) E / \Omega_b, \quad N = q(1 - q) E^2 / \Omega_b, \quad Q = EJ - N$$

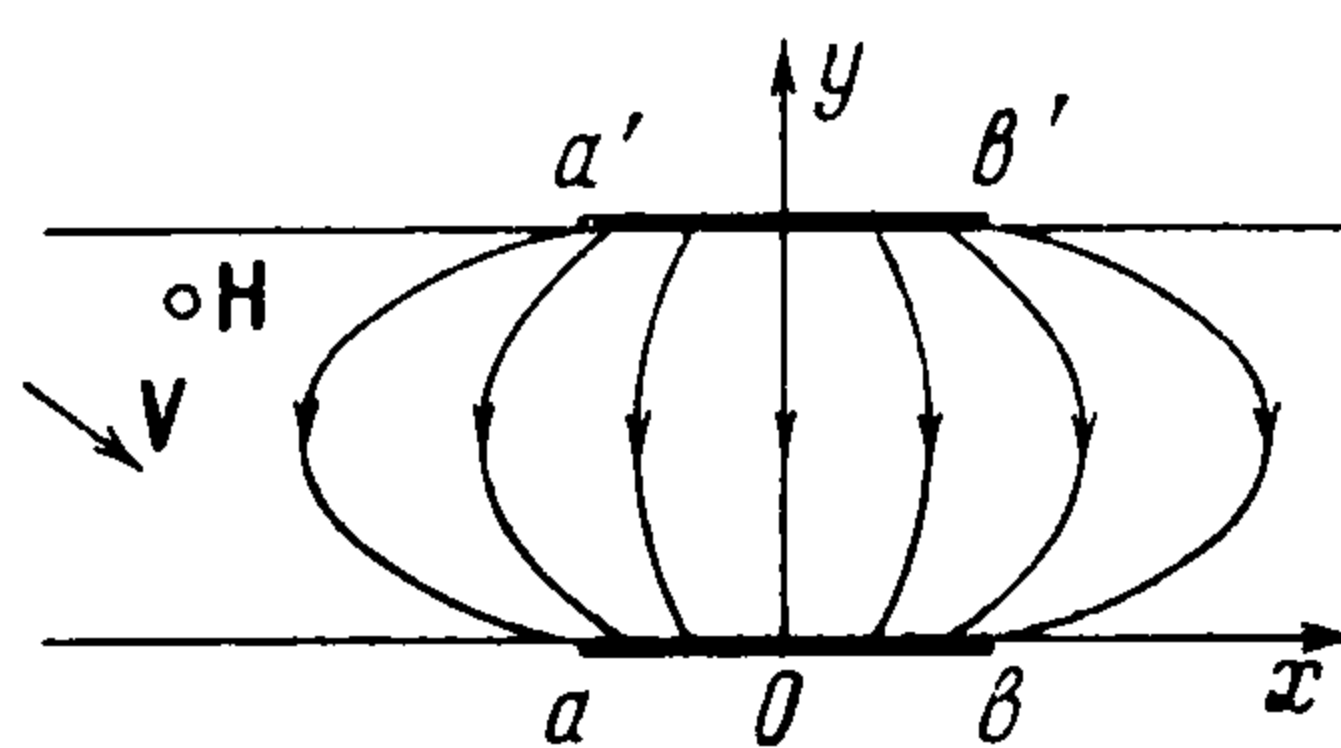
Качественную картину электрического поля в канале с проницаемыми электродами можно приближенно представить как наложение двух частных распределений тока.

При отсутствии вдува и отсоса линии тока искривляются в средней зоне канала и концентрируются в основном на небольших участках у концов электродов (фиг. 1). Это явление связано с экранированием проводящими стенками канала холловской э.д.с., действующей вдоль канала.

Если же отсутствует основной поток и имеет место только вдув проводящей среды через один электрод и отсос через другой (например, с постоянной скоростью), то возникает фарадеевская э.д.с. вдоль канала. Эта э.д.с. вызывает циркуляционные токи на электродах, что, в свою очередь, приводит к появлению холловской э.д.с., которая в отличие от предыдущего случая действует теперь между электродами. Линии тока для этого течения изображены на фиг. 2.



Фиг. 2



Фиг. 3

Результирующая качественная картина распределения тока в канале с проницаемыми электродами приводится на фиг. 3.

В рассматриваемой схеме канала посредством выбора закона вдува и отсоса можно управлять распределением тока на электродах, а путем выбора соотношения расходов основного и вдуваемого потоков представляется возможным регулировать величину суммарного тока, протекающего в нагрузке, и напряжение между электродами.

Поступила 5 VI 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Емец Ю. П. О распределении тока на проницаемых электродах при наличии эффекта Холла в потоке электропроводной среды. ПМТФ, 1966, № 3, стр. 35—41.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1957.
3. Гинзбург В. Л., Гуревич А. В. Нелинейные явления в плазме, находящейся в переменном электромагнитном поле. Усп. физ. н., 1960, т. 70, вып. 2, стр. 201—246.
4. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М., Физматгиз, 1963.
5. Чибрикова Л. И. О краевой задаче Римана для автоморфных функций. Уч. записки Казанского ун-та, т. 116, кн. 4, 1956, стр. 59—109.
6. Емец Ю. П. Распределение тока в плоском магнитогидродинамическом канале при движении электропроводной среды в сильном магнитном поле. ПМТФ, 1967, № 3, стр. 3—11.
7. Ватажин А. Б. Некоторые двумерные задачи о распределении тока в электропроводной среде, движущейся по каналу в магнитном поле. ПМТФ, 1963, № 2, стр. 39—54.
8. Shultz - Grunow F., Danzel D. L. Calculation of the electric characteristics of an MHD generator with finite electrodes by conformal mapping under full consideration of tensor conductivity and a velocity profile. Internat. Sympos. magnetohydrodynamic generation, Paris, 1964, vol. 2.