Здесь $\omega = s$ — угловая скорость вращения тела вокруг вертикали, Ω, ρ введены следующим образом:

$$\Omega = \omega^2 - \varepsilon, \qquad \sigma = -\Omega\rho$$

Для твердого тела ($\lambda_i = 0$) условия устойчивости, получающиеся из (3.1), совпадают с условиями П. А. Кузьмина [3]. При произвольных возмущениях достаточные условия устойчивости для твердого тела будут более жесткими

$$M > 0, \qquad N > 0 \qquad (M = 4\Omega\omega^2 S\,(\rho - A_1)(A_2 - A_3)^2 R_2{}^2 R_3{}^2)$$

где N имеет вид (3.2), и совпадают с условиями, получающимися из условий работы [5].

Поступила 10 V 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Граммель Р. Гироскоп, его теория и применение. т. I, М., Изд-во иностр. лит., 1952.
2. Румянцев В. В. Устойчивость перманентных вращений тяжелого твердого тела. ПММ, 1956, т. 20, вып. 1.
3. Кузьмин П. А. Стационарные движения твердого тела и их устойчивость в центральном поле тяготения. Тр. межвузовской конференции по прикладной теории устойчивости движения и аналитической механике. Казань, 1964.
4. Иртегов В. Д. К вопросу об устойчивости стационарных движений твердого тела в потенциальном силовом поле. ПММ, 1966, т. 30, вып. 5.
5. Мозалевская Г. В. Об устойчивости равномерных вращений тела, имеющего неподвижную точку. Сб. «Математическая физика». 1968, вып. 5. изд. «Наукова думка».
6. Ляпунов А. М. О постоянных винтовых движениях твердого тела в жидкости. Сочинения, т. I, Изд-во АН СССР, 1954.
7. Харламов П. В. О движении в жидкости тела, ограниченного многосвязной поверхностью. ПМТФ, 1963, № 4.
8. Стеклов В. А. О движении твердого тела в жидкости. Харьков, 1893.
9. Routh E. The advanced part of a treatise on the dinamics of a system of rigid bodies. 4th Edition, London, 1884, pp. 52, 53.
10. Шостак Р. Я. О признаке условной определенности квадратичной формы n-переменных, подчиненных линейным связям, и о достаточном признаке условного экстремума функции n-переменных. Усп. матем. наук, 1954, т. 9, вып. 2 (60).

О ПРОСТРАНСТВЕННОМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ ЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

В. Н. Диесперов, О. С. Рыжов

(Москва)

Первое решение задачи о затухании возмущений вдали от конечного тела, на которое набегает звуковой поток идеального, т. е. лишенного вязкости и теплопроводности газа, принадлежит Гудерлею, Йошихара и Баришу [1,2]. Для полного определения параметров течения им пришлось применить численные методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Используя параметрическое представление искомых функций, С. В. Фалькович и И. А. Чернов записали их в замкнутой форме и нашли точный вид автомодельной переменной [3]. Аналогичные результаты получили также Мюллер и Мачат [4].

В указанных работах предполагалось, что как обтекаемое тело, так и поле скоростей возмущенного течения обладают осевой симметрией. Для существенно трехмерных движений газа главный член решения, задающий асимптотические законы затухания возмущений, остается неизменным, но к нему нужно добавить поправки, которые позволяют учесть изменения параметров среды в направлении угловой координаты [5]. В области, расположенной впереди ударного фронта, вид этих поправок был указан Эвраром [6]. Ниже строится решение, относящееся к потоку за скачком уплотнения, и устанавливается связь между ним и действующими на тело подъемной и боковой силами.

1. Будем считать, что в течении не происходит диссипативных процессов, обусловленных вязкостью и теплопроводностью, и в рассматриваемом приближении оно является изэнтропическим. Направим поток, набегающий из бесконечности с критической скоростью a_*, вдоль оси x цилиндрической системы координат x, r, Θ. Так как поле скоростей будет безвихревым, то от системы уравнений Эйлера перейдем сразу к одному уравнению в частных производных для потенциала φ. Как известно

$$\left[a^2-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2\right]\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\left[a^2-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)^2\right]\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\left[a^2-\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\Theta}\right)^2\right]\frac{\partial^2\varphi}{\partial\Theta^2}- \tag{1.1}$$

$$-2\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\,\partial r}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial\Theta}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\,\partial\Theta}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial\varphi}{\partial\Theta}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\left(2\frac{\partial^2\varphi}{\partial r\,\partial\Theta}-\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\Theta}\right)+\frac{a^2}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}=0$$

$$\frac{1}{2}(v_x^2+v_r^2+v_\Theta^2)+w=\frac{1}{2}a_*^2+w_* \qquad \left(v_x=\frac{\partial\varphi}{\partial x},\ v_r=\frac{\partial\varphi}{\partial r},\ v_\Theta=\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\Theta}\right) \tag{1.2}$$

Здесь v_x, v_r и v_Θ — проекции вектора скорости $\mathbf{v}$ на оси цилиндрической системы координат, a — скорость звука, w — удельная энтальпия, звездочка относится к параметрам газа в критическом состоянии. Чтобы определить из интеграла Бернулли (1.2) скорость звука через производные потенциала по координатам, нужно воспользоваться уравнением состояния среды, задающим давление p как функцию удельного объема V (или плотности $\rho = 1/V$) и удельной энтропии s. С требуемой точностью

$$a=a_*+\left(\frac{\partial a}{\partial w_*}\right)_s(w-w_*)+\cdots$$

В адиабатическом процессе приращение удельной энтальпии $dw = Vdp$, отсюда

$$\left(\frac{\partial a}{\partial w}\right)_s=\left(\frac{\partial a}{\partial\rho}\right)_s\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_s\left(\frac{\partial p}{\partial w}\right)_s=\frac{m-1}{a} \qquad \left(m=\frac{1}{2\rho^3a^2}\left(\frac{\partial^2p}{\partial V^2}\right)_s\right)$$

Заметим, что на самом деле поток пересекается скачком уплотнения [2], но интенсивность последнего мала, и вносимое им изменение энтропии имеет более высокий порядок малости по сравнению с величинами, которые учитываются в рассматриваемом приближении. В дальнейшем припишем индекс 1 параметрам газа на той стороне поверхности ударного фронта, которая обращена к набегающему потоку, а индексом 2 обозначим значения параметров среды на противоположной стороне. Под v_n и v_τ будем подразумевать составляющие вектора скорости в проекциях на нормаль и касательную к ударному фронту. В используемом приближении два из условий Гюгонио [7] удовлетворяются автоматически при переходе через скачок уплотнения. Согласно первому, из них давление и плотность связаны адиабатической зависимостью с точностью до членов второго порядка малости

$$p_2-p_1=\left(\frac{\partial p}{\partial\rho_1}\right)_s(\rho_2-\rho_1)+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2p}{\partial\rho_1^2}\right)_s(\rho_2-\rho_1)^2+\cdots \tag{1.3}$$

Другое из упомянутых условий состоит в том, что давление позади ударного фронта выражается через давление впереди него при помощи интеграла Бернулли, который остается справедливым и для разрывных движений. Далее, произведение обеих нормальных составляющих скорости частиц подчиняется равенству [7]

$$v_{n1}v_{n2}=\frac{p_2-p_1}{\rho_2-\rho_1}$$

Используя разложение (1.3) и вводя в качестве независимой термодинамической переменной удельную энтальпию w, имеем отсюда

$$v_{n2}v_{n1}=a_*^2+(m_*-1)(w_2+w_1-2w_*)+\cdots \tag{1.4}$$

Последнее из условий Гюгонио состоит в требовании, чтобы касательная составляющая v_τ вектора скорости при переходе через ударный фронт сохранялась непрерывной. Оно может быть заменено условием непрерывности самого потенциала

$$\varphi_2=\varphi_1 \tag{1.5}$$

2. Будем искать решение уравнения (1.1) в виде разложения

$$\varphi = a_* \left[x + \sum_\iota \varphi_{\omega_\iota}(x, r, \Theta) \right], \quad \varphi_{\omega_\iota}(x, r, \Theta) = r^{\omega_\iota} f_{\omega_\iota}(\xi, \Theta), \quad \xi = \frac{x}{(2m_*)^{1/3} r^n} \tag{2.1}$$

а положение ударного фронта зададим соотношением

$$\xi = \xi_s \left[1 + \sum_\iota \xi_{\sigma_\iota}(r, \Theta) \right], \qquad \xi_{\sigma_\iota}(r, \Theta) = r^{\sigma_\iota} c_{\sigma_\iota}(\Theta) \tag{2.2}$$

Функция φ_{ω_0} является интегралом приближенного уравнения Кармана [8] и дает асимптотические законы затухания возмущений вдали от любого конечного тела, обтекаемого равномерным потоком со звуковой скоростью. Ударная волна асимптотически стремится по форме к поверхности вращения $\xi = \xi_s = \mathrm{const}$. Как строго доказали С. В. Фалькович и И. А. Чернов [3], в разложении (2.1) параметр $n = {}^4/_7$, а первый показатель степени $\omega_0 = -{}^2/_7$. Для задания функции $f_{-2/7} = f_{-2/7}(\xi)$ в смешанной до- и сверхзвуковой области, расположенной впереди ударного фронта, удобно использовать параметрические формулы

$$\xi = \frac{12\eta - 5}{7\eta^{2/7}}, \qquad f_{-2/7} = 2^5 \cdot 7^{-3} \cdot \eta^{1/7}(12\eta^2 - 15\eta - 25) \tag{2.3}$$

Нормировка здесь произведена таким образом, чтобы предельная характеристическая поверхность течения в первом приближении соответствовала $\xi = \eta = 1$. В области за ударным фронтом

$$\xi = b^{3/7}\frac{12\zeta + 5}{7\zeta^{2/7}}, \qquad f_{-2/7} = 2^5 \cdot 7^{-3} \cdot b^{8/7}\zeta^{1/7}(12\zeta^2 + 15\zeta - 25) \tag{2.4}$$

Согласно вычислениям Эврара [9], имеем

$$b = (2 - \sqrt{3})^{1/3}, \quad \xi_s = 2 \cdot 3^{1/7}(\sqrt{3} - 1)^{1/7}$$

Значения параметрических переменных

$$\eta_s = 12^{-1}(7\sqrt{3} + 12), \qquad \zeta_s = 12^{-1}(7\sqrt{3} - 12)$$

Каждая последующая функция f_{ω_ι} находится путем решения линейного дифференциального уравнения — однородного или неоднородного в зависимости от значения числа ι. Можно показать, что $\omega_1 = -{}^4/_7$, а функция $f_{-4/7} = f_{-4/7}(\xi)$ связана с действующей на тело силой сопротивления. Уравнение, которому подчиняется эта функция, однородно

$$\left(\frac{df_{-2/7}}{d\xi} - \frac{16}{49}\xi^2 \right)\frac{d^2 f_{-4/7}}{d\xi^2} + \left(\frac{d^2 f_{-2/7}}{d\xi^2} - \frac{48}{49}\xi \right)\frac{df_{-4/7}}{d\xi} - \frac{16}{49} f_{-4/7} = 0 \tag{2.5}$$

Из работ [5,9] следует, что в области до скачка уплотнения функция $f_{-4/7}$ должна быть тождественно равна нулю, так как в противном случае поле скоростей течения имело бы особенность на предельной характеристической поверхности. Чтобы установить вид функции $f_{-4/7}$ в области, расположенной за фронтом ударной волны, нужно обратиться к соотношениям (1.4), (1.5) и положить в разложении (2.2) показатель степени $\sigma_0 = \omega_0 = -{}^2/_7$, а величину $c_{-2/7} \doteq \mathrm{const}$. Первое условие

$$f_{-4/7,\,2} = c_{-2/7}\xi_s \left(\frac{df_{-2/7,\,1}}{d\xi} - \frac{df_{-2/7,\,2}}{d\xi} \right) \tag{2.6}$$

дает требование непрерывности потенциала при переходе через скачок уплотнения. Второе условие следует из соотношения (1.4). Комбинируя его с (2.6), приходим к формуле

$$\left(\frac{df_{-2/7,\,2}}{d\xi} - \frac{16}{49}\xi_s^2 \right)\frac{df_{-4/7,\,2}}{d\xi} - \frac{16}{49}\xi_s f_{-4/7,\,2} = 0 \tag{2.7}$$

Заметим теперь, что левая часть уравнения (2.5) является производной от левой части выражения (2.7) с опущенным индексом 2 у функций $f_{-2/7}$, $f_{-4/7}$ и значком s у величины ξ. Отсюда имеем искомый интеграл

$$f_{-4/7} = 2^{-48/35} \cdot 3^{-12/35} \cdot 7^{2/5} (7 - 4\sqrt{3})^{2/7} A \exp \left(16 \int\limits_{\xi_s}^{\xi} \frac{\xi \, d\xi}{49\, df_{-2/7}/d\xi - 16\xi^2}\right)$$

Здесь буквой A обозначена произвольная постоянная. В более простом виде полученный интеграл записывается, если от переменной ξ перейти к переменной ζ по первой из формул (2.4). Действительно,

$$f_{-4/7} = A\zeta^{2/7} (\zeta + 1)^{2/5}$$

Условие (2.6) служит для определения постоянной $c_{-2/7}$. Следующее число ω_2 в разложении (2.1) равно — $^6/_7$, причем, по-прежнему, $f_{-6/7} = f_{-6/7}(\xi)$. В представлении (2.2) параметр $\sigma_1 = \omega_1 = -^4/_7$, а $c_{-4/7} = \mathrm{const}$. Обыкновенное дифференциальное уравнение для функции $f_{-6/7}$ получается неоднородным: в его правую часть входит произведение $(df_{-4/7}/ d\xi)\,(d^2 f_{-4/7}/d\xi^2)$. Это уравнение легко интегрируется, так как требуемым решением $f^0_{-6/7}$ соответствующего ему однородного уравнения является функция [5]

$$f^0_{-6/7} = B \frac{df_{-2/7}}{d\xi} \qquad (B = \mathrm{const})$$

3. Перейдем теперь к нахождению первых членов в разложениях (2.1) и (2.2), которые отвечают собственно трехмерному обтеканию конечных тел. Как было показано выше, функции $\varphi_{-2/7}$, $\varphi_{-4/7}$ и $\varphi_{-6/7}$ позволяют построить только движения газа, обладающие осевой симметрией. Чтобы еще более упростить вид искомого решения, разложим его в ряд Фурье и сохраним в последнем только члены с первыми гармониками. Имеем (3.1)

$$f_{\omega_3} = \psi_{\omega_3}(\xi)\,(c_y \cos\Theta + c_z \sin\Theta), \qquad c_{\sigma_2} = d_{\sigma_2}(c_y \cos\Theta + c_z \sin\Theta)_2, \qquad \sigma_2 = \omega_3 + {}^2/_7$$

Параметр ω_3 можно определить из условия, что компоненты вектора скорости не имеют особенностей на предельной характеристической поверхности. Отсюда следует требование о регулярности функции ψ_{ω_3} при $\xi \to 1$. Как показал Эврар [6], из этого требования вытекает равенство $\omega_3 = -1$, откуда $\sigma_2 = \omega_2 + {}^1/_7 = -{}^5/_7$. К указанному значению ω_3 можно прийти и другим путем, а именно, связав возмущения, имеющие пространственный характер, с действующими на обтекаемое тело подъемной и боковой силами.

Обозначим подъемную силу через F_y, боковую — через F_z. Разобьем эти силы на две части

$$F_y = F_y' + F_y'', \qquad F_z = F_z' + F_z'' \tag{3.2}$$

Величины F_y' и F_z' связаны с потерей импульса газа в вихревом следе, который всегда образуется за телом [7]. Наличие вторых слагаемых F_y'' и F_z'' в правых частях равенств (3.2) обусловлено тем, что y- и z-компоненты количества движения могут уноситься на бесконечность не только через вихревой след, но и системой волн, которые расходятся от тела и распространяются во внешнем потоке. Чтобы найти F_y'' и F_z'', построим вокруг тела контрольную цилиндрическую поверхность радиуса r с образующими, параллельными оси x. Тогда для подсчета сил удобно использовать интеграл от тензора плотности потока импульса, взятому по этой поверхности [7]. Легко показать, что главный вклад в указанный интеграл дают члены, пропорциональные давлению, а вклад членов, куда входят скорости частиц газа, будет меньше по порядку величины. В соответствии со сделанным замечанием пишем

$$F_y'' = -\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{0}^{2\pi} (p - p_*)\, r \cos\Theta \, d\Theta \, dx, \qquad F_z'' = -\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{0}^{2\pi} (p - p_*)\, r \sin\Theta \, d\Theta \, dx$$

Разлагая давление в ряд по удельной энтальпии и применяя интеграл Бернулли к полученному выражению, находим

$$F_y'' = \pi\rho_* a_*^2 c_y r^{\omega_3+1} D, \qquad F_z'' = \pi\rho_* a_*^2 c_z r^{\omega_3+1} D$$
$$D = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\psi_{\omega_3}}{d\xi} d\xi + \xi_s d\sigma_2 \left(\frac{df_{-2/7,1}}{d\xi} - \frac{df_{-2/7,2}}{d\xi}\right) \tag{3.3}$$

Устремим теперь радиус контрольной цилиндрической поверхности к бесконечности. Чтобы при $r \to \infty$ величины F_y'' и F_z'' оставались конечными и отличными от нуля, необходимо прежде всего на искомый показатель степени наложить требование $\omega_3 = -1$. Как уже отмечалось, при этом значении ω_3 решение не имеет особенностей на предельной характеристической поверхности [6].

Выведем явное выражение для функции ψ_{-1}, которая удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{df_{-2/7}}{d\xi} - \frac{16}{49}\xi^2\right)\frac{d^2\psi_{-1}}{d\xi^2} + \left(\frac{d^2 f_{-2/7}}{d\xi^2} - \frac{72}{49}\xi\right)\frac{d\psi_{-1}}{d\xi} = 0 \tag{3.4}$$

Здесь содержатся только первая и вторая производные искомой функции, поэтому общий интеграл, зависящий от постоянных H_1 и H_2, устанавливается сразу

$$\psi_{-1} = H_1 + H_2 \int \exp\left(-\int \frac{49 d^2 f_{-2/7} / d\xi^2 - 72\xi}{49\, df_{-2/7} / d\xi - 16\xi^2} d\xi\right) d\xi$$

Найденное решение можно существенно упростить, если перейти к параметрическим переменным. На основании формул (2.3) в области перед скачком уплотнения

$$\frac{d^2 f_{-2/7}}{d\xi^2} - \frac{72}{49}\xi = -\frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5 (4\eta^2 - \eta - 3)}{7^3 \eta^{2/7} (6\eta + 1)}, \qquad \frac{df_{-2/7}}{d\xi} - \frac{16}{49}\xi^2 = \frac{2^4 \cdot 5^2 (6\eta + 1)(\eta - 1)}{7^4 \eta^{4/7}}$$

Вводя для произвольных постоянных новые обозначения H_{11} и H_{21}, имеем

$$\psi_{-1} = H_{11} + H_{21}\eta \tag{3.5}$$

В области, расположенной позади ударного фронта, получим аналогично

$$\frac{d^2 f_{-2/7}}{d\xi^2} - \frac{72}{49}\xi = \frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot b^{3/7} (4\zeta^2 + \zeta - 3)}{7^3 \zeta^{2/7} (6\zeta - 1)}, \quad \frac{df_{-2/7}}{d\xi} - \frac{16}{49}\xi^2 = \frac{2^4 \cdot 5^2 \cdot b^{6/7} (6\zeta - 1)(\zeta + 1)}{7^4 \zeta^{4/7}}$$

и далее

$$\psi_{-1} = H_{12} + H_{22}\zeta \tag{3.6}$$

с другими значениями постоянных H_{12} и H_{22}. Покажем, прежде всего, что в формуле (3.5) необходимо выбрать $H_{11} = 0$. Действительно, в противном случае при $H_{11} = 0$ и радиальная, и угловая составляющие вектора скорости в области перед ударным фронтом обращаются в бесконечность как r^{-2} при приближении к любой точке на оси x. Если $H_{11} = 0$, то, как нетрудно проверить, $v_r \sim v_\theta \sim H_{21} | x |^{-7/4}$. Не обладает особенностью и продольная составляющая скорости $v_x \sim H_{21} | x |^{-9/2} r$. Что касается области позади ударного фронта, то отмеченная выше сингулярность в поведении v_r и v_θ возникает при $H_{12} \neq 0$. Но здесь уже нельзя накладывать требования об отсутствии особенностей в поле скоростей течения вблизи оси $r = 0$, так как на самом деле за обтекаемым телом тянется вихревой след, в зоне которого решение (3.6) теряет силу. На внешней границе завихренной области решение (3.6) должно быть сопряжено с решением, построенным с учетом диссипативных процессов внутри следа. Идея подобного сопряжения в применении к движениям несжимаемой жидкости использовалась Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшицем [7]. В работе [10] при помощи аналогичного приема исследовались течения вязкого и теплопроводящего газа со звуковой скоростью на бесконечности, там же был найден интеграл, описывающий поле скоростей спутного следа на больших расстояниях от тела. Не вдаваясь в дальнейшие подробности, укажем лишь, что на основании результатов работы [10] легко установить зависимости между произведениями постоянной H_{12} на постоянные c_y и c_z из правых частей формул (3.1) и теми величинами, которые задают законы вырождения возмущений в следе.

Обратимся к граничным условиям, которые должны быть удовлетворены при переходе через фронт скачка уплотнения. Подставляя разложения (2.1) и (2.2) в равенство (1.5) и учитывая представление (3.1) функции f_{-1}, имеем после перехода к параметрическим переменным

$$H_{21}\eta_s = H_{12} + H_{22}\zeta_s - \xi_s d_{-5/7}\left(\frac{df_{-2/7,1}}{d\xi} - \frac{df_{-2/7,2}}{d\xi}\right) \tag{3.7}$$

Второе условие следует из соотношения (1.4). Для вычисления величин v_{n2} и v_{n1} нужно знать выражение для проекции на ось x вектора $\mathbf{n}$ единичной нормали к ударному фронту. Знания остальных составляющих вектора $\mathbf{n}$ в рассматриваемом приближении не требуется. Элементарные выкладки дают

$$n_x = 1 - {}^8/_{49}(2m_*)^{2/7}\xi_s^2\left[r^{-6/7} + c_{-2/7}r^{-8/7} + {}^1/_4 c^2_{-2/7}r^{-10/7} - {}^1/_2 d_{-5/7}(c_y\cos\Theta + c_z\sin\Theta)\, r^{-11/7}\right]$$

на основании которых находим

$$\frac{d\psi_{-1,2}}{d\xi} + \frac{d\psi_{-1,1}}{d\xi} = -\xi_s d_{-5/7}\left(\frac{16}{49}\xi_s + \frac{d^2 f_{-2/7,1}}{d\xi^2} + \frac{d^2 f_{-2/7,2}}{d\xi^2}\right) \tag{3.8}$$

Условие (3.7) позволяет определить постоянную D, содержащуюся в выражениях (3.3) для подъемной и боковой сил. Имеем

$$D = H_{21}\eta_s - H_{22}\zeta_s + \xi_s d_{-5/7}\left(\frac{df_{-2/7,1}}{d\xi} - \frac{df_{-2/7,2}}{d\xi}\right) = H_{12}$$

Отсюда заключаем, что унос на бесконечность y- и z-компонентов количества движения, обуславливающий отличный от нуля вклад в создание поперечных сил возмущениями внешнего потока, связан с обязательным возникновением особенностей у составляющих v_r и v_Θ вектора скорости в точках положительной полуоси x. При $H_{12} = 0$ эти особенности исчезают, но тогда обращаются в нуль и F_y'' и F_z''. Исходя из результатов работы [10], можно доказать, что полная сила, действующая на тело в перпендикулярном к набегающему потоку направлении, также равна нулю. При $H_{12} = 0$ структура следа в первом приближении получается осесимметричной, хотя, как следует из изложенного, возмущения в потоке могут носить пространственный характер. Чтобы завершить решение задачи, из (3,8) определяем постоянную

$$d_{-5/7} = -2^{-47/7}\cdot 3^{-3/7}\cdot 5^{-2}\cdot 7^3(2-\sqrt{3})^{-5/7}\left[H_{21}\eta_s(2-\sqrt{3}) - H_{22}\zeta_s\right]$$

Поступила 29 XII 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Guderley K. G., Joshihara H. An axial-symmetric transonic flow pattern. Quart. Appl. Math., 1951, vol. 8, No 4.
2. Barish D. T., Guderley K. G. Asymptotic Forms of Shock Waves in Flows over Symmetrical Bodies at Mach 1. J. Aeronaut. Sci., 1953, vol. 20, No. 7.
3. Фалькович С. В., Чернов И. А. Обтекание тела вращения звуковым потоком газа. ПММ, 1964, т. 28, вып. 2.
4. Müller E. A., Matschat K. Ähndlichkeitslösungen der transsonischen Gleichungen bei der Anström — Machzahl 1. Proc. 11-th Internat. congr. of appl. mech., Munich, 1964, Springer — Ver., 1966.
5. Гудерлей К. Г. Теория околозвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
6. Euvrard D. E'coulement asymptotique á grande distance d'un obstacle transsonique tridimensionnel. C. r. Acad. sci., Sér. A, 1966, t. 262, No. 4.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., ГИТТЛ, 1954.
8. Ka'rmán Th. The Similarity Law of Transonic Flow. J. Math and Phys., 1947, vol. 26, No. 3.
9. Euvrard D. E'coulement transsonique a'grande distance d'un corps de révolution. C. r. Acad. sci., Croupe 2, 1965, t. 260, No. 22.
10. Рыжов О. С., Терентьев Е. Д. О возмущениях, которые связаны с созданием подъемной силы, действующей на тело в трансзвуковом потоке диссипирующего газа. ПММ, 1967, т. 31, вып. 6.