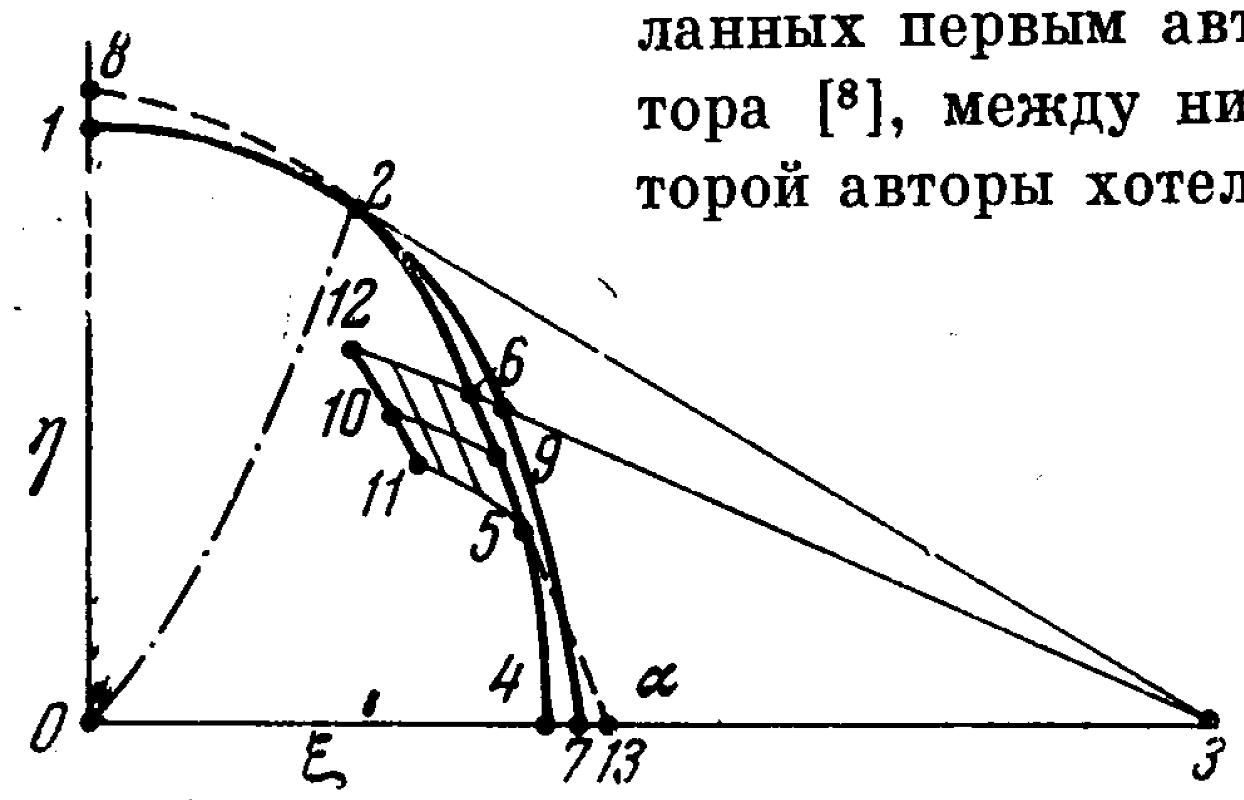
ЗАМЕЧАНИЯ К ЗАДАЧЕ О ДЕЛЬТАВИДНОМ КРЫЛЕ

Б. М. Булах, Д. У. Рейн

(Ленинград, Дельфт Нидерланды)

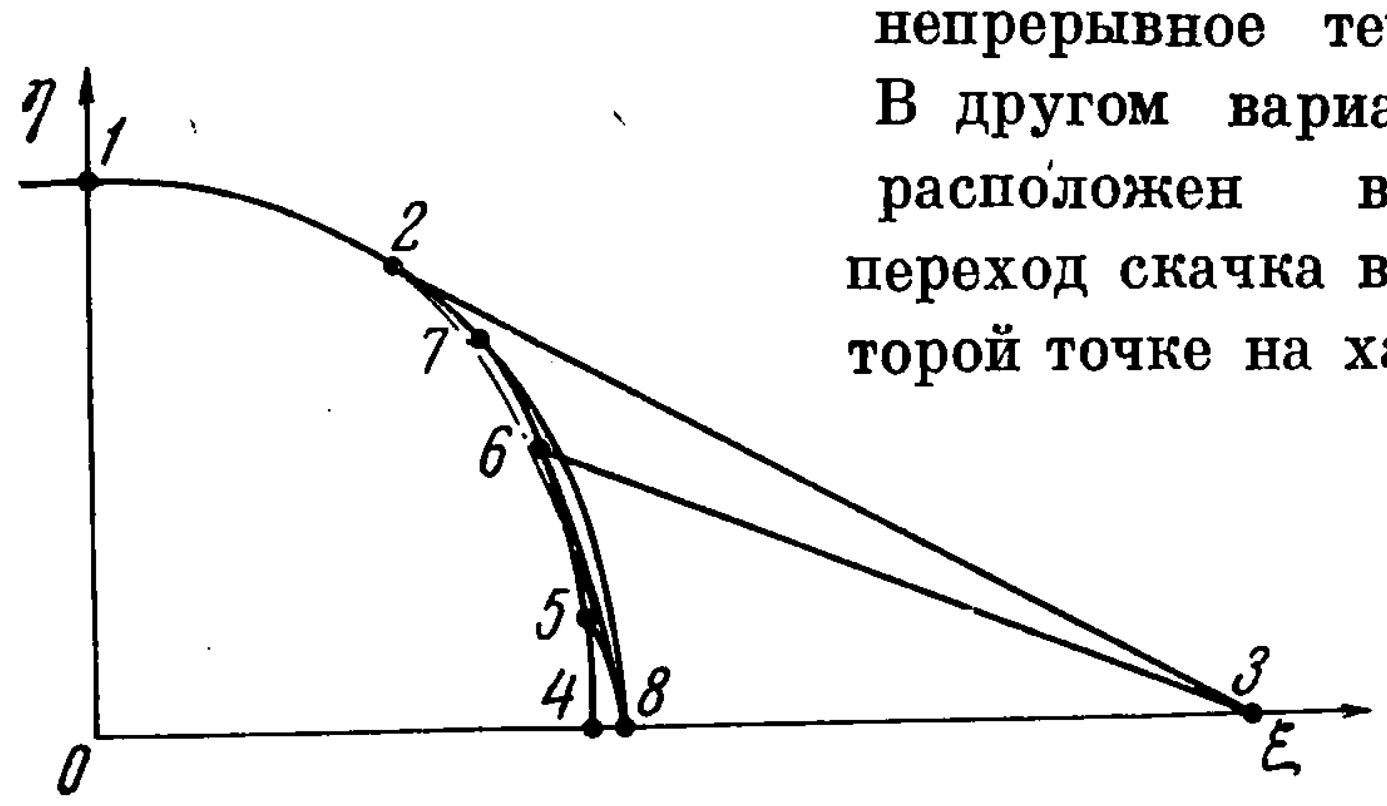
Рассмотрим треугольную пластинку, помещенную под углом атаки в однородный сверхзвуковой поток невязкого газа при условии, что ее кромки — сверхзвуковые. Задачу определения параметров газа в течении около пластинки на основе нелинейной теории будем называть задачей о дельтавидном крыле. Хотя этой задаче (в частности — задаче для той стороны крыла, где поток расширяется) было уделено много внимания [1-14], до настоящего времени полностью удовлетворительного решения задачи о дельтавидном крыле не получено, из-за чего авторы настоящей заметки высказывали несколько различные суждения о постановке задачи. Как следствие замечаний, сделанных первым автором в [7] относительно работы второго автора [8], между ними возникла дискуссия, по результатам которой авторы хотели бы сделать нижеследующие замечания о схеме обтекания той стороны треугольной пластинки, где поток расширяется.



Фиг. 1

Основой для обсуждения постановки задачи будет служить (фиг. 2) работы [7], которая воспроизводится здесь как фиг. 1. Если предположить, что в потоке не возникают ударные волны, то область общего конического течения над центральной частью крыла *0-1-2-6-5-4-0* ограничена конусом Маха *1-2*, криволинейной характеристикой *2-6* течения Прандтля — Майера, возникающего на передней кромке пластинки, частью прямолинейной характеристики *6-5* и, при малых углах атаки,— дугой конуса Маха *5-4* для однородного потока, следующего за течением Прандтля — Майера и примыкающего к поверхности пластинки. Для определения конического потенциала F в области *0-1-2-6-5-4-0* получается следующая краевая задача: требуется найти решение уравнения (1) работы [7], $L(F) = AF_{\xi\xi} + 2BF_{\xi\eta} + CF_{\eta\eta} = 0$, в классе функций, обладающих кусочно-непрерывными вторыми производными по ξ и η, по граничным условиям: на отрезках *0-1*, *0-4* соответственно $F_\xi = 0$, $F_\eta = 0$; на дугах *1-2*, *2-6*, *6-5*, *5-4* задаются F, F_ξ, F_η, удовлетворяющие условиям полоски и условиям, выполняющимся на характеристиках уравнения $L(F) = 0$. Заранее известно, что уравнение $L(F) = 0$ меняет свой тип с эллиптического в части области, содержащей точку 0, на гиперболический в окрестности границы *2-6-5*. Кроме того, $AC - B^2 = 0$ на дугах *1-2*, *4-5*.

В настоящее время теорем единственности и существования для задач подобного рода не существует и получить их очень трудно. Некоторые суждения о поставленной задаче можно сделать по аналогии с задачей обтекания симметричного профиля при нулевом угле атаки дозвуковым потоком газа с образованием местных сверхзвуковых зон. Известно, что непрерывного течения такого типа около произвольного профиля не существует и в местных сверхзвуковых зонах, как правило, возникают скачки уплотнения. Известно также, что для заданного числа Маха набегающего потока можно подобрать профили, течение около которых непрерывно. Если сравнить задачи определения потенциала скорости φ в потоке около одной половины профиля (поставив граничное условие $\partial\varphi / \partial n = 0$ на оси симметрии течения) и задачу определения F в области *0-1-2-6-5-4-0*, то роль местной сверхзвуковой зоны здесь играет часть области, примыкающей к дуге *2-6-5*. В обеих задачах граничные условия заданы на «замкнутом» контуре и имеют произвол в одну функцию (в том смысле, что если задать дополнительно к граничным условиям еще одну функцию, связанную с решением, то решение в окрестности данной границы полностью определится). Так как граница *1-2* определяется невозмущенным потоком, а граница *2-6-5-4* (фиг. 1) полностью определяется потоком в области *2-3-4-5-6*, то она играет в задаче определения F в области *0-1-2-6-5-4-0* роль профиля заданной формы в плоской задаче, и поэтому следует ожидать, что решения сформулированной задачи не существует, т. е. в потоке возникнут ударные волны. О положении внутреннего скачка уплотнения также можно сделать некоторые суждения по аналогии с плоской задачей. В одном из вариантов [7] скачок начинается в точке *2* и продолжается до поверхности крыла в точке *7* (фиг. 1). В этом случае задача определения F в области *0-1-2-7-0* соответствует задаче определения φ для профиля, поверхность которого заранее неизвестна и устанавливается так, чтобы обеспечить непрерывное течение с местной сверхзвуковой зоной. В другом варианте [7], [12] внутренний скачок частично расположен внутри области *0-1-2-6-5-4-0*, причем переход скачка внутрь этой области совершается в некоторой точке на характеристике *6-5*. Этот случай соответствует обтеканию профиля со скачком в местной сверхзвуковой зоне.

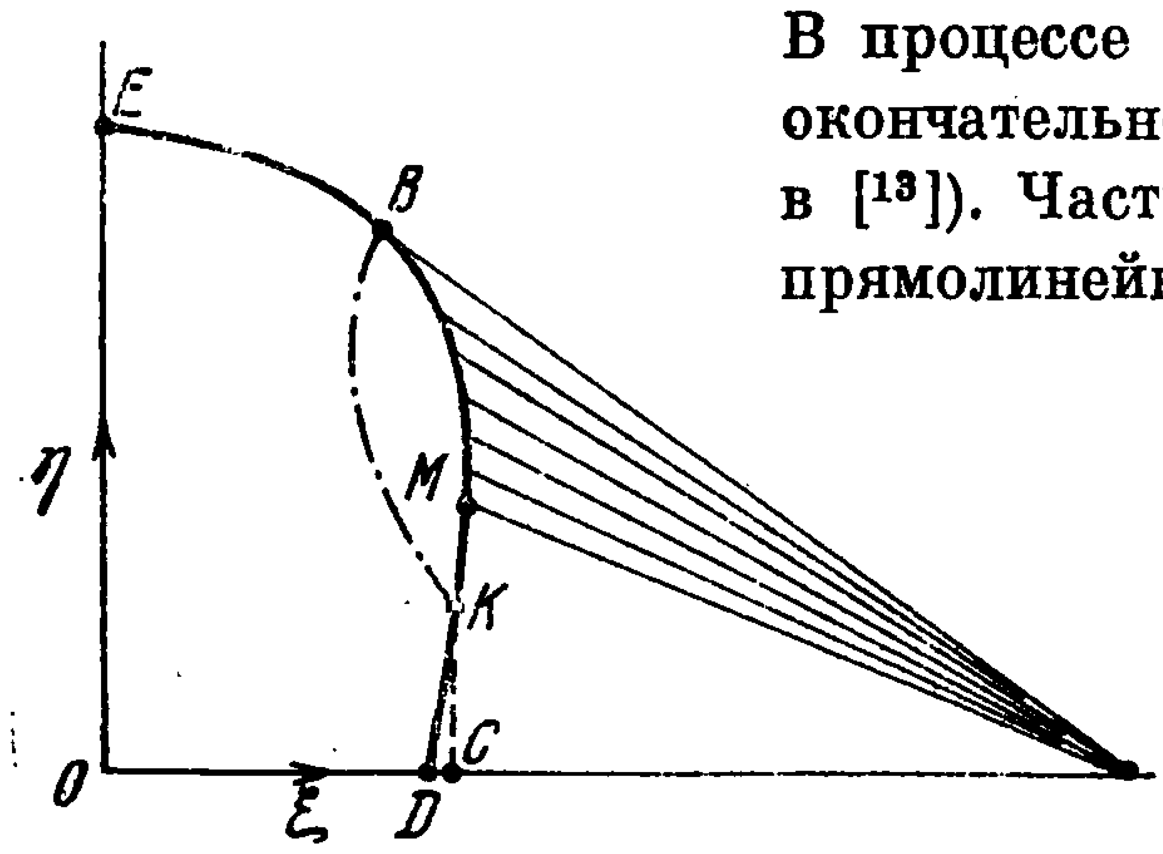


Фиг. 2

На существование внутреннего скачка указывают также асимптотические теории [11,14], а также эксперименты [2] и др. На основе нелинейной теории появление внутреннего скачка уже при малых углах атаки было предсказано в работах [3,4,7–10], но были разногласия относительно его положения и формы. Аргументы, приводимые вторым автором [8,10], основывались на изучении годографа течения. При помощи изучения локальных свойств годографа установлено, что если существует решение, соответствующее непрерывному потоку (около той стороны крыла, где поток расширяется), то таковое решение содержит особенности предельных линий, что следует из рассмотрения примеров волн. Схема, такого решения приведена на фиг. 2, и дальнейшие детали аргументов, ведущих к такому представлению, даны в [8–10]. Коротко, волновая система может быть представлена как управляемая, с одной стороны, конической предельной линией, которая вырождается в точке *3* и производит волны расширения, которые после отражения на конической звуковой линии *2-8* и конической предельной линии *7-8* в конечном счете поглощаются как волны сжатия конической предельной линией *7-8* на одном листе и, с другой стороны, конической звуковой линией *5-4*, генерирующей волны сжатия, которые также поглощаются конической предельной линией *7-8*, но на другом листе. Эта схема решения содержит несколько предположений, и нет уверенности, что такие решения, содержащие предельные линии, существуют.

Одно возражение было сделано первым автором, который, по мнению второго автора, справедливо отметил, что если принять, как это было сделано в [8], что в окрестности точки *2* сразу же вниз по потоку от характеристики *2-6* поток расширяется, то можно показать, что вдоль характеристики *2-6* не будет разрывов вторых производных от F, так что точка предельной линии *7-8* не может лежать на характеристике *2-6*. Эту трудность можно преодолеть, однако, предположив, что течение в окрестности точки *2* сразу же вниз по потоку от характеристики *2-6* есть течение сжатия. Более серьезные возражения связаны с областью простой конической волны, которая должна была бы примыкать к характеристике *6-5*, поскольку последняя есть прямая. Как показано первым автором в [3], простая коническая волна не может заканчиваться конической звуковой линией, и криволинейные характеристики должны были бы сходиться в одну точку, как это изображено на фиг. 2. Такая точка (точка *8* на фиг. 2) должна иметь очень сложную конструкцию, и в настоящее время примеров подобных точек построить не удалось. Из-за вышеописанных трудностей (а также руководствуясь качественными соображениями) первый автор [3,4,7] сделал вывод о невозможности непрерывного потока на той стороне треугольного крыла, где поток расширяется. Видимо, решения с предельными линиями не существует по тем же причинам.

Если существование внутреннего скачка в настоящее время не вызывает сомнения, то вопрос о его положении и форме требует дальнейших исследований. В работе [13] дается численное решение рассматриваемой задачи методом итерации, причем начальное положение внутреннего скачка бралось выше по потоку от границы *2-6-5-4* (фиг. 1). В процессе итераций положение скачка уточнялось и его окончательное положение дается кривой *КС* на фиг. 3. (фиг. 5 в [13]). Часть границы области *OEBMKC* в [13] состоит из прямолинейной характеристики *MK*, что является дефектом решения, так как в этом случае возникают вышеописанные трудности с простыми волнами. Является ли этот дефект следствием неучета разрыва ускорений, распространяющегося вдоль характеристики, исходящей из точки *M* внутрь области *OEBMKC*, или реализуется другая схема потока — в настоящее время не совсем ясно. Существенные результаты в этом направлении получены в работе [12], где делается предположение, что внутренний скачок проникает в область общего конического течения и приводятся экспериментальные данные, подтверждающие это предположение. Таким образом, в дальнейшем следует выяснить, какая именно схема и при каких условиях реализуется в действительности, и получить соответствующее безупречное численное решение задачи.



Фиг. 3

Поступила 13 XII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Maslen S. Supersonic conical flow. NACA, TN No. 2651, 1952.
2. Fowell L. R. Exact and approximate solutions for supersonic delta wing. J. Aeron. Sci., 1956, vol. 23, pp. 709—720.
3. Булах Б. М. К теории нелинейных конических течений. ПММ, 1955, т. 19, вып. 4, стр. 393—409.
4. Булах Б. М. Замечание к статье Л. Р. Фауэлла. Точное и приближенное решения для сверхзвукового дельтаобразного крыла. ПММ, 1958, т. 22, вып. 3, стр. 404—407.
5. Булах Б. М. Нелинейные конические течения газа. ПММ, 1958, т. 22, вып. 6, стр. 781—788.
6. Булах Б. М. Некоторые вопросы теории конических течений. ПММ, 1961, т. 25, вып. 2, стр. 229—241.
7. Булах Б. М. Замечание к статье Д. В. Рейна «Дифференциально-геометрические рассмотрения преобразования годографа для конического течения». ПММ, 1962, т. 26, вып. 4, стр. 793—797.
8. Reyn J. W. Differential-geometric considerations on the hodograph tran ormation for irrotational conical flow. Arch. for Rat. Mech. Anal., 1960, vol. 6, No. 4,fpp. 299—354.
9. Reyn J. W. Further investigation of the hodograph transformation for irrotational conical flow, Boeing Scientific Research Laboratories. Doc. D-1-82-0142, Flight Sciences Laboratory, Report, No. 54, 1961.
10. Reyn J. W. Differential-geometric considerations on the hodograph transformation for irratational conical flow. Proc. Int. Council of the Aeron. Sci, ICAS III, 1964, pp. 535—552.
11. Lighthill M. J. The shock strength in supersonic conical flows. Phil. Mag., 1949, vol. 40, ser. 7, No. 311, pp. 1202—1223.
12. Bannink W. J., Nebbeling C. and Reyn J. W. Investigation of the expansion side of a delta wing with supersonic leading edges, Report VTH-128, Departament of Aeronautical Engeneering, Technological University Delft, The Netherlands, 1965.
13. Бабаев Д. А. Численное решение задачи обтекания верхней поверхности треугольного крыла сверхзвуковым потоком. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1962, т. 2, № 2, стр. 278—289.
14. Булах Б. М. Ударные волны в конических потоках. ПММ, 1965, т. 29, вып. 5, стр. 968—972.