

О ПЛАСТИЧЕСКОМ РАЗРЫХЛЕНИИ

В. В. Новожилов

(Ленинград)

1. Предельное состояние сыпучей среды характеризуется равенством

$$g_1 = |\tau_m| + \alpha \sigma_n = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{2} \alpha (\sigma_1 + \sigma_3) = \alpha S = \tau_* \quad (1.1)$$

в котором S — временное сопротивление среды на отрыв; α — коэффициент внутреннего трения; τ_* — предельное сопротивление среды чистому сдвигу; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения (причем подразумевается, что $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$). Прандтль [1] и Д. Гест [2,3] рекомендовали (1.1) в качестве критерия текучести твердых тел, рассматривая последние, тем самым, как сыпучие тела с очень большим сцеплением между частицами. Аналогичный критерий предлагается на основании некоторого физического анализа и Н. В. Дерягиным [4]. При этом под S надо, по-видимому, подразумевать теоретическое, а не фактическое сопротивление материала тела на отрыв, поскольку последнее определяется локальными дефектами, тогда как по смыслу формулы (1.1) в нее должно входить напряжение сцепления, осредненное по всей плоскости сдвига.

Выражение (1.1) уточняет критерий Сен-Венана в сторону учета влияния нормального напряжения на значение критического касательного напряжения.

Родственным ему будет критерий Ф. Шлейхера [5]

$$g_2 = \sigma_i + \beta \sigma = \sqrt{2} \tau_* \quad (\beta = \text{const}) \quad (1.2)$$

Здесь

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sqrt{\sigma'_{ij} \sigma'_{ij}} \quad (1.3)$$

(σ'_{ij} — компоненты девиатора тензора напряжений.

$$\sigma = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3} \sigma_{ii} \quad (1.4)$$

Выражение (1.2) уточняет критерий Мизеса в сторону учета влияния среднего нормального напряжения на критическое значение интенсивности касательных напряжений (или, что то же самое, — среднего касательного напряжения [6]).

2. При обобщении критериев (1.1) и (1.2) на упрочняющиеся материалы возможны две крайние гипотезы.

(а) Упрочнение обуславливается возрастанием коэффициента внутреннего трения.

(б) Упрочнение обуславливается внутренними упругими силами междузеренной и междублочной природы.

Если справедливо (а), то граница области упругих деформаций (определенная без учета влияния σ или σ_n) при пластическом деформировании всесторонне расширяется, а если справедливо (б), то граница области упругих деформаций (определенная без учета влияния σ или σ_n) смещается как твердое целое [7].

В действительности имеют место оба эти эффекта, причем, как показывают опыты (см., например, [8]), сначала (при пластических деформациях, не превосходящих 1—2%) доминирует эффект трансляции границы, а затем основное значение приобретает ее расширение. К такому же выводу приводят и результаты опытов по изучению тепла, выделяющегося при пластической деформации.

Как известно, некоторая доля работы, затрачиваемой на пластическую деформацию, не обращается в тепло, что свидетельствует о накоплении в теле скрытой упругой энергии. Отношение этой доли работы ко всей работе, затраченной на пластическую деформацию, с ростом последней монотонно убывает [9]. Отсюда следует, что роль упругих микронапряжений в эффекте упрочнения постепенно падает, уступая место влиянию возрастания сил трения.

Описанные явления могут быть истолкованы следующим образом: поликристаллические тела, будучи микроскопически (и сверхмикроскопически) неоднородными и анизотропными (за счет их зеренного строения и ввиду дефектов структуры каждого отдельного зерна), представляют (с точки зрения строительной механики) статически неопределимые системы с огромным числом элементов. По мере возрастания нагрузки элементы такой системы не одновременно, а постепенно переходят в пластическое состояние, что макроскопически воспринимается как монотонный рост коэффициента трения. Кроме того, по мере развития пластических деформаций, между элементами системы возникают упругие взаимодействия, макроскопически воспринимаемые как упрочнение материала при возрастании нагрузки и разупрочнение его при пластическом деформировании в обратном направлении (отсюда — эффект Баушингера).

Особо следует остановиться на знакопеременном пластическом деформировании, которому в дальнейшем будет уделяться главное внимание. Работа, затрачиваемая на такую деформацию, растет с числом циклов n и примерно ему пропорциональна, величины же пластических деформаций (или напряжений) ограничиваются заданными пределами. Известно ([10,11] и др.), что петля пластического гистерезиса, после некоторого переходного режима, обычно устанавливается, как принято говорить, материал приспособляется к циклической нагрузке. По существу это означает, что с возрастанием числа циклов величина коэффициента внутреннего трения стабилизируется, после чего форма и размеры петли гистерезиса полностью определяются эффектами микроупругого характера. Правда, в литературе имеются указания [12,13], что стабилизация петли пластического гистерезиса при циклическом нагружении наблюдается далеко не всегда; с увеличением числа циклов петля либо монотонно сужается, либо монотонно расширяется. Первому случаю соответствует монотонный рост коэффициента внутреннего трения (с увеличением числа циклов), а второму — монотонное его убывание. Тем не менее, роль микроупругих эффектов при циклическом нагружении все же несомненно доминирует над эффектом изменения внутреннего трения, особенно при малой ширине петли, ввиду чего в дальнейшем в качестве основной гипотезы будет принято предположение, что коэффициент внутреннего трения постоянен. Однако с целью сравнения результатов, следующих из обеих гипотез, будет рассмотрен и другой крайний случай, когда упрочнение полностью приписывается увеличению коэффициента внутреннего трения.

3. Если считать коэффициент внутреннего трения постоянным и полагать связь между пластическими деформациями и макроскопическим тензором s_{ij} , характеризующим упругие микронапряжения [14,7], линейной, то критерий (1.1) может быть обобщен следующим образом:

$$g_1^* = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) - \frac{1}{2}G^*(\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p) + \frac{1}{2}\alpha(\sigma_1 + \sigma_3) = \alpha S = \tau_*^{(0)} \quad (3.1)$$

Здесь $\varepsilon_1^p, \varepsilon_2^p, \varepsilon_3^p$ — главные компоненты тензора пластических деформаций (причем предполагается, что $\varepsilon_1^p \geq \varepsilon_2^p \geq \varepsilon_3^p$), G^* — модуль упрочнения при сдвиге, $\tau_*^{(0)}$ — начальное пластическое сопротивление материала чистому сдвигу (т. е. сопротивление сдвигу при $\varepsilon_{ij}^p = 0$).

Аналогичным образом может быть обобщен на случай идеального эффекта Баушингера [7] и критерий (1.2)

$$g_2^* = \sigma_i^\circ + \beta\sigma = \sqrt{2} \tau_*^{(0)} \quad (3.2)$$

Здесь

$$\sigma_i^\circ = \sqrt{\sigma_{ij}^{\circ'} \sigma_{ij}^{\circ'}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(\sigma_1^\circ - \sigma_2^\circ)^2 + (\sigma_2^\circ - \sigma_3^\circ)^2 + (\sigma_3^\circ - \sigma_1^\circ)^2} \quad (3.3)$$

$$\sigma_{ij}^\circ = \sigma_{ij} - s_{ij}, \quad \sigma_{ij}^{\circ'} = \sigma_{ij}^\circ - \frac{1}{3}\sigma_{ii}^\circ \delta_{ij} \quad (3.4)$$

$$s_{ij} = 2G^* \varepsilon_{ij}^p \quad (3.5)$$

Величины $\tau_*^{(0)}, \alpha, \beta$ и G^* в (3.1) и (3.2) считаются постоянными. Применим ассоциированный закон течения

$$d\varepsilon_{ij}^p = h \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} dF \quad (3.6)$$

Примем в качестве критерия нагружения $F = g_1^*$ (3.1). Тогда приходим к следующим соотношениям между напряжениями и пластическими деформациями:

$$(d\varepsilon^p)_1 = \frac{1}{2}(1 + \alpha)hdg_1^*, \quad (d\varepsilon^p)_2 = 0, \quad (d\varepsilon^p)_3 = -\frac{1}{2}(1 - \alpha)hdg_1^* \quad (3.7)$$

Здесь $(d\varepsilon^p)_j$ суть главные значения тензора приращения пластических деформаций $d\varepsilon_{ij}^p$. Из (3.7) следует, что

$$d\varepsilon^p = (d\varepsilon^p)_1 + (d\varepsilon^p)_2 + (d\varepsilon^p)_3 = \alpha hdg_1^* = \alpha [(d\varepsilon^p)_1 - (d\varepsilon^p)_3] > 0 \quad (3.8)$$

Таким образом, оказывается, что если принять закон упрочнения в форме (3.1), то из ассоциированного закона течения вытекает, что всякая пластическая деформация должна сопровождаться остаточным монотонным увеличением объема, которое физически можно истолковать как образование в теле микропустот, т. е. как пластическое разрыхление.

Используя, далее, в качестве критерия упрочнения выражение (3.2) и подставив его в ассоциированный закон течения (3.6), будем иметь

$$d\varepsilon_{ij}^p = \left[\frac{\sigma_{ij}^{\circ'}}{\sigma_i^\circ} + \frac{1}{3}\beta\delta_{ij} \right] hdg_2^* \quad (3.9)$$

Отсюда пластическая деформация может быть подразделена на дивергентную ее часть

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\sigma_{ij}^{\circ'}}{\sigma_i^\circ} hdg_2^* \quad (3.10)$$

и всестороннее остаточное изменение объема

$$de^p = d\varepsilon_{ii}^p = \beta h d g_2^* \quad (3.11)$$

Возведя равенство (3.10) в квадрат (в скалярном смысле), получаем

$$d\varepsilon^p = \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} = h d g_2^* > 0 \quad (3.12)$$

где $d\varepsilon^p$ — дифференциал дуги девиаторного «пути» пластической деформации. Тем самым,

$$de^p = \beta d\varepsilon^p \quad \text{или} \quad e^p = \beta L > 0 \quad \left(L = \int d\varepsilon^p \right) \quad (3.13)$$

Здесь L — длина «пути» пластического деформирования.

Как видно, оба рассмотренных выше закона упрочнения (3.1) и (3.2) приводят к выводу, что пластическое деформирование должно сопровождаться остаточным увеличением объема (пластическим разрыхлением). Разница между этими двумя законами состоит, однако, в том, что, согласно (3.1), (3.6), добавочные пластические деформации, обусловленные учетом σ_n в критерии текучести, сводятся к плоской деформации (всестороннему расширению в плоскости сдвига), а согласно (3.2), (3.6) — добавочные пластические деформации, обусловленные учетом среднего нормального напряжения σ в критерии текучести, сводятся к всестороннему (трехмерному) расширению. Какой из двух вариантов теории ближе к истине, надо выяснить экспериментальным путем.

4. В целях полноты исследования выведем, кроме того, формулы, соответствующие предположению, что упрочнение обуславливается возрастанием коэффициента внутреннего трения. При этом τ_* в (1.1), (1.2) надо считать функцией пластических деформаций, изменяющейся в соответствии с законом упрочнения, а следовательно, переменными будут и коэффициенты α и β . В первом приближении α можно оценить, отбросив в (1.1) второй член левой части. Тогда

$$\alpha \approx \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2S} \quad (4.1)$$

Теоретическое сопротивление на отрыв следует считать пропорциональным модулю Юнга

$$S = \frac{1}{k} E$$

где k — безразмерная постоянная порядка 10 (см., например [15], стр. 19).

Отсюда

$$\alpha \approx k \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2E} \quad (4.2)$$

Введя (4.2) в (1.1), находим

$$g_1 = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{k}{4E} (\sigma_1^2 - \sigma_3^2) = \tau_* \quad (4.3)$$

Подставив (4.3) в ассоциированный закон течения, придем к следующим формулам для главных значений тензора приращений пластических деформаций:

$$(d\varepsilon^p)_1 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k}{E} \sigma_1 \right) h d g_1, \quad (d\varepsilon^p)_2 = 0, \quad (d\varepsilon^p)_3 = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{k}{E} \sigma_3 \right) h d g_1 \quad (4.4)$$

Отсюда вытекает, что

$$\begin{aligned} de^p &= (d\varepsilon^p)_1 + (d\varepsilon^p)_2 + (d\varepsilon^p)_3 = -\frac{k}{E} [\sigma_3 (d\varepsilon^p)_1 + \sigma_1 (d\varepsilon^p)_3] = \\ &= \frac{2k}{E} [\tau_m d\gamma^p + \sigma_n d\varepsilon_n^p] = \frac{2k}{E} (dA_\tau + dA_n) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Здесь A_τ — работа, совершаемая на пластических деформациях максимальными касательными напряжениями, A_n — работа, совершаемая на пластических деформациях нормальными напряжениями σ_n ,

$$d\gamma^p = \frac{1}{2} [(d\varepsilon^p)_1 - (d\varepsilon^p)_3], \quad d\varepsilon_n^p = \frac{1}{2} [(d\varepsilon^p)_1 + (d\varepsilon^p)_3] \quad (4.6)$$

Тем самым,

$$e^p = \frac{2k}{E} (A_\tau + A_n) > 0 \quad (4.7)$$

Остановимся, далее, на случае, когда в качестве условия упрочнения принимается (1.2). Полагая коэффициент β переменным, определим его (в первом приближении) из равенства

$$\sigma_i \approx \frac{1}{3} \beta S, \quad \beta = \frac{3\sigma_i}{S} = \frac{3k_1\sigma_i}{E} \quad \left(S = \frac{1}{k_1} E \right) \quad (4.8)$$

Здесь S — теоретическая прочность при всестороннем растяжении. Тогда

$$g_2 = \left(1 + k_1 \frac{\sigma}{E} \right) \sigma_i = \tau_* \quad (4.9)$$

Введя (4.9) в ассоциированный закон течения, находим

$$d\varepsilon_{ij}^p = \left[\frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_i} \left(1 + \frac{k_1}{E} \sigma \right) + \frac{k_1}{E} \sigma_i \delta_{ij} \right] hdg_2 \quad (4.10)$$

Отсюда приращение дивергента тензора пластических деформаций

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_i} \left(1 + \frac{k_1}{E} \sigma \right) hdg_2 \quad (4.11)$$

Второму члену квадратной скобки в (4.10) соответствует всестороннее остаточное изменение объема

$$de^p = d\varepsilon_{ii}^p = \frac{3k_1}{E} \sigma_i hdg_2 \quad (4.12)$$

Возведя обе части равенства (4.11) в квадрат (в скалярном смысле), находим

$$\sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} = d\varepsilon^p = \left(1 + k_1 \frac{\sigma}{E} \right) hdg_2 \quad (4.13)$$

Из (4.12), (4.13) следует

$$de^p = \frac{3k_1}{E} \frac{1}{1 + \sigma k_1 / E} \sigma_i d\varepsilon^p \approx \frac{3k_1}{E} \sigma_i d\varepsilon^p \quad (4.14)$$

Отсюда

$$e^p = \frac{3k_1}{E} \int \sigma_i d\varepsilon^p = \frac{3k_1}{E} A > 0 \quad (4.15)$$

Как видно, рассмотренные в этом параграфе два варианта теории (основывавшейся на предположении, что эффект упрочнения должен быть приписан возрастанию сил трения) позволяют сделать вывод, что всякая пластическая деформация

должна сопровождаться остаточным увеличением объема, величина которого оказывается пропорциональной работе, затрачиваемой на пластическое деформирование. К аналогичному заключению приводят и варианты теории, рассмотренные в предыдущем параграфе (основывавшиеся на предположении, что эффект упрочнения должен быть приписан микроупругим силам), с тем, однако, количественным различием, что остаточное увеличение объема оказывается пропорциональным не работе, затрачиваемой на деформацию, а длине пути пластического деформирования.

5. Критерии текучести (1.1), (1.2), учитывающие влияние нормальных напряжений на сопротивление пластическому деформированию, были предложены уже давно, однако в настоящее время ими не пользуются, и даже упоминание о них редко встречается в литературе. Это объясняется тем, что эксперименты показывают весьма слабое влияние как σ , так и σ_n на картину возникновения и развития пластических деформаций. Последнее, в общем, вполне согласуется с данной выше оценкой коэффициента трения α , который, согласно (3.1), равен

$$\alpha = \frac{\tau_*^{(0)}}{S} = k \frac{\tau_*^{(0)}}{E} \quad (5.1)$$

(где k — величина порядка 10), откуда следует, что α (а следовательно и β) должны быть величинами порядка 0.01. Как правило, таков же и порядок поправок, вносимых в значение пластических деформаций при учете σ или σ_n в критериях нагружения, т. е. обычно эти поправки лежат за пределами точности построения феноменологической теории пластичности. Однако имеется случай (представляющий большой практический интерес), для которого указанные поправки существенны и сравнимы с членами основного порядка. Речь идет о циклическом нагружении, когда пластические деформации колеблются между некоторыми их максимальными и минимальными значениями. При симметричном цикле путь пластического деформирования выражается формулой

$$L = 2nf \quad (f = \int d\varepsilon^p) \quad (5.2)$$

Здесь n — число циклов, а интеграл берется в пределах одного полуцикла. Тем самым L растет пропорционально числу циклов и при достаточно большом n может достигнуть значительной величины, несмотря на малость f .

Соответственно и остаточное пластическое изменение объема, согласно формуле (3.13), может стать существенным, несмотря на малость коэффициента β . Аналогичное заключение вытекает и из других, рассмотренных выше, вариантов теории.

Таким образом, циклическое нагружение будет особым случаем, наиболее благоприятным для проявления тех поправок, которые вносятся в теорию пластичности, при учете σ или σ_n в критериях текучести, поскольку основные члены решения в данном случае остаются все время ограниченными определенными пределами, тогда как поправочные члены монотонно растут, пропорционально числу циклов. Пользуясь полученными результатами, необходимо, однако, помнить, что формулы, принятые в качестве исходных, относятся к случаю квазистатического, изотермического деформирования. Поэтому, говоря выше о циклических нагрузках, следует считать,

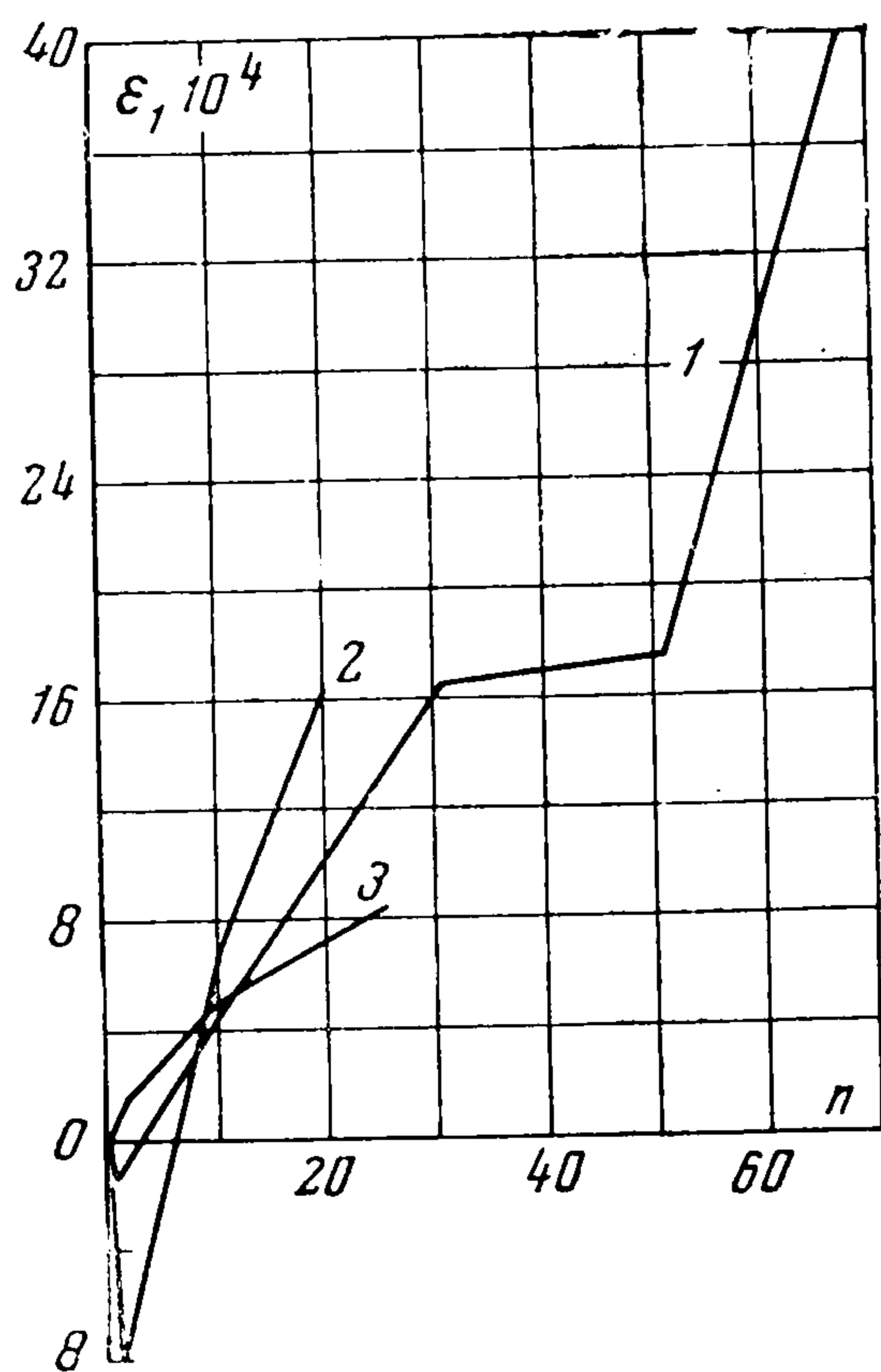
что нагружение осуществляется достаточно медленно. Возможность перенесения результатов на случай быстро изменяющихся нагрузок требует особого рассмотрения, хотя качественная сторона явления, по-видимому, должна сохраниться и в данном случае.

6. Изложенные выводы основываются на двух гипотезах.

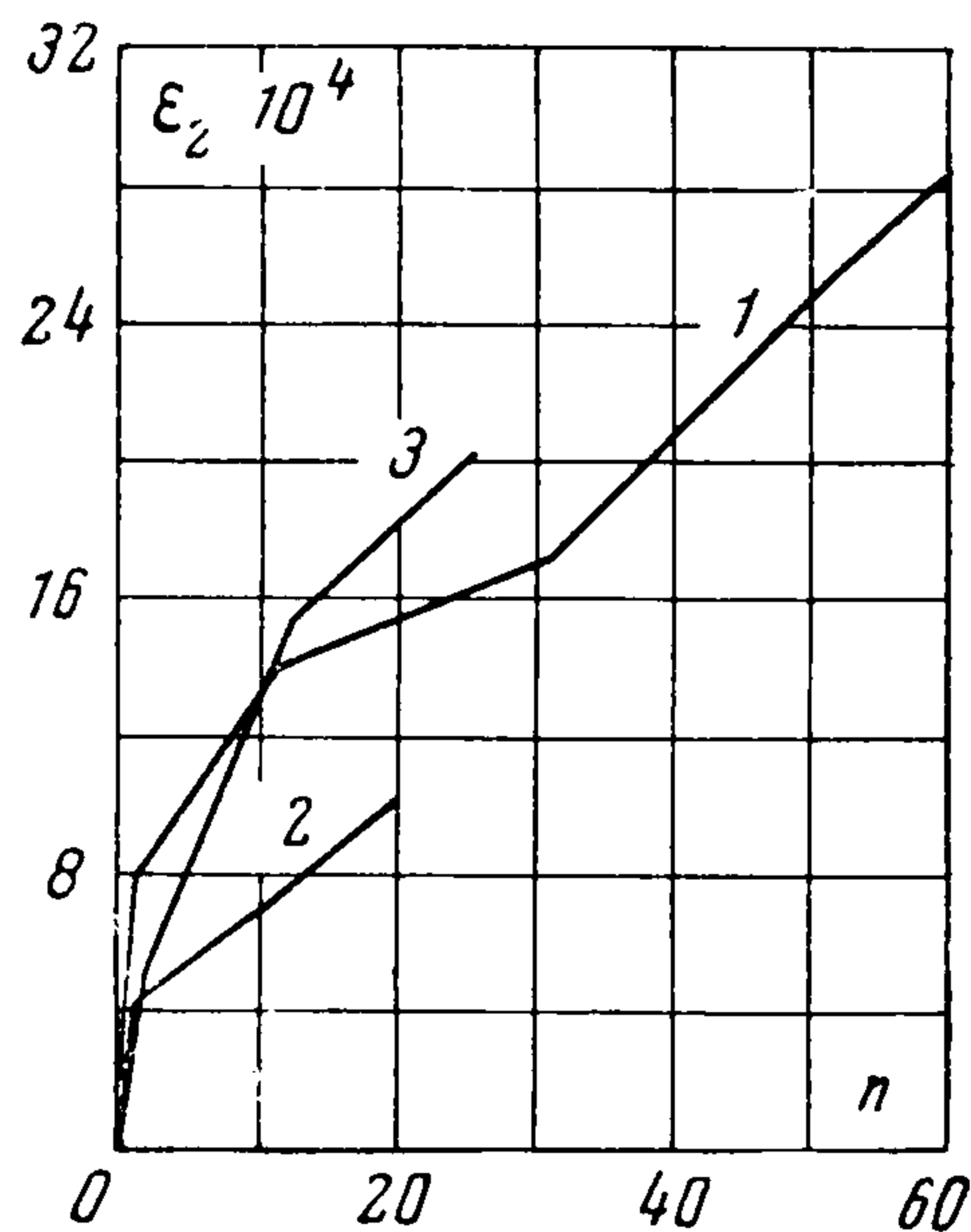
(а) Ассоциированный закон течения справедлив с весьма высокой степенью точности.

(б) Влияние σ или σ_n на границу текучести, хотя бы в первом приближении, может быть учтено критериями (1.1), (1.2). Эти предположения не бесспорны, ввиду чего окончательную оценку полученным результатам может дать только эксперимент. По просьбе автора, Я. С. Сидорин и О. Г. Рыбакина провели испытания на знакопеременное кручение трех трубчатых образцов из алюминиевого сплава. Размеры образ-

цов: внешний диаметр $d = 30$ мм, длина рабочей части $l = 120$ мм, толщина $h = 2$ мм. Материал образцов был отожжен для снятия начальной анизотропии. Ширина петли пластического гистерезиса принималась во всех опытах 1% (при пересчете со сдвига



Фиг. 1



Фиг. 2

на растяжение-сжатие). Продольная деформация образцов при испытании не была ничем стеснена. На образцы были нанесены тонкие кольцевые насечки, изменение расстояния между которыми измерялось в процессе испытания. Кроме того, измерялось изменение диаметра образцов. При этом использованные измерительные средства обеспечивали замер продольных удлинений с точностью до $10^{-3}\%$ и поперечных удлинений — с точностью до $2 \cdot 10^{-2}\%$, что составляло не более 5% по отношению к максимальным удлинениям, наблюдавшимся при опытах, ввиду чего полученные данные не могут быть приписаны погрешности измерений. Результаты испытаний показаны на фиг. 1, 2, из которых следует, что в течение нескольких первых циклов кривые изменения длины и диаметра образцов носят сложный, незакономерный характер, чему соответствует, очевидно, переходной режим — период приспособления материала к циклической нагрузке. Затем обнаруживается монотонный рост как длин образцов, так и их диаметров, примерно пропорциональный числу циклов, причем приращения продольных и поперечных деформаций за один цикл оказывались одного порядка. Образец 1 был испытан на 69 циклов, а образцы 2 и 3 разрушились после 21 и 26 циклов (соответственно), причем для первого из них последний замер деформации был произведен после 20 циклов, а для второго — после 25 цикла. К сожалению, при этих опытах не удалось наладить достаточно точные измерения изменения толщины образцов (которая, согласно первому варианту теории, должна была

оставаться неизменной, а согласно второму варианту теории — увеличиваться в той же пропорции, как длина и диаметр). Поэтому проведенные опыты не позволяют дать сравнительную оценку критериям (1.1), (1.2).

Как видно, опыт качественно подтверждает теоретические соображения. Максимальные значения дополнительных удлинений образцов (деформаций, сопровождающихся пластическим изменением объема) составляли около 0.4%, т. е. были сравнимы с шириной петли пластического гистерезиса, оказываясь, тем самым, величинами основного порядка. Экспериментальные исследования в данном направлении продолжаются, и в ближайшее время их результаты будут опубликованы.

О пластическом разрыхлении и его вероятном влиянии на циклическую прочность материалов имеется достаточно много упоминаний в соответствующей литературе. Оно считается процессом, носящим в основном внутризеренный характер, подготавливающим образование усталостных трещин. Последние рассматриваются как результат слияния серии объемных дефектов (лакун), наступающего при достаточно развитом разрыхлении. Ценные сведения, приводящие к такому выводу и основывающиеся на анализе многочисленных визуальных наблюдений при помощи большого металломикроскопа Цейсса, можно найти в [16]. О наличии пластического увеличения объема, обнаруживаемого экспериментально при больших деформациях, упоминает А. Надаи ([17], стр. 261). Некоторые авторы подчеркивают невозможность отождествлять разрыхление с ростом уже имеющихся трещин [18]. Однако до сих пор «механизм разрыхления при циклических нагрузках еще не ясен» ([19], стр. 437). Выше (по крайней мере, для квазистатических изотермических деформаций) показано, что пластическое разрыхление является следствием ассоциированного закона течения и предположения, что условие нагружения — пусть хотя бы очень слабо — зависит от σ_n или от среднего нормального напряжения. В рамках этих допущений построены четыре варианта феноменологической теории пластического разрыхления.

В заключение поднимем щекотливый вопрос, который вполне может возникнуть у читателя, — в какой мере изложенная выше теория согласуется с современными представлениями физики твердого тела, — в первую очередь, с представлениями о дислокациях и их роли при пластическом деформировании. Не является ли представление о твердом теле, как о сыпучей среде с очень большим сцеплением между частицами, архаизмом, равно как и представление, что явление сдвига можно рассматривать как скольжение одной площадки по другой, сопровождающееся сухим трением? Ведь доказано, что сдвиг есть результат перемещения дислокаций, процесс, распространяющийся постепенно с конечной скоростью, а не одновременно охватывающий всю плоскость сдвига. Однако обе точки зрения могут быть, по-видимому, примирены. Не следует забывать, что в реальных телах имеются не единичные дислокации, а большое их множество, свойства же статистических ансамблей часто оказываются далеки от индивидуальных свойств их членов. Вспомним хотя бы закон, согласно которому газ, заключенный в каком-либо сосуде, оказывает на его стенки равномерное нормальное статическое давление. Строго говоря, это утверждение неправильно, так как в действительности то, что здесь называется «равномерным статическим давлением», является результатом ударов по преграде частиц газа, т. е. суммой динамических, дискретных воздействий. Однако поскольку число частиц очень велико, а время между ударами весьма мало, то при макроскопическом наблюдении все их действия сливаются, в результате чего представление о газе в сосуде, как о находящейся в покое сплошной среде, стремящейся к всестороннему расширению, оказывается правомерным.

Выводить законы пластической деформации из свойств отдельной дислокации или небольшого их числа было бы столь же неправильно, как и выводиться свойства газов, рассматривая движение одной или нескольких молекул.

Когда множество дислокаций одновременно перемещаются в теле и, захватываясь различного рода препятствиями, образуют стенки или сетки, то, вероятно, тело подразделяется на объемные элементы, относительно свободные от дефектов, отделенные один от другого поверхностями, насыщенными дислокациями. Тем самым, твердое

кристаллическое тело представляется состоящим из жестких элементов, приобретших подвижность один относительно другого за счет окружающих их дефектов. Не напоминает ли эта ситуация ту, которая имеется в сыпучих телах? Способность дислокаций к размножению и уничтожению, усложняя обрисованную картину, не изменяет ее качественно.

Ввиду всего сказанного не следует торопиться с осуждением простых механических моделей, столь часто используемых в теории пластичности. Окончательный приговор им может быть вынесен только статистической теорией твердых тел, учитывающей дефекты их структуры, а такая теория, к сожалению, находится еще в зачаточном состоянии. Кстати, упомянутые механические модели по существу являются суррогатами статистической теории твердых тел с учетом их дефектов, подобно тому как закон Бойля — Мариотта когда-то являлся феноменологическим суррогатом статистической теории газов — до тех пор, пока он не был из нее выведен и не стал ее следствием. Вероятно, такова же будет и судьба феноменологической теории пластичности — когда-нибудь ее основные результаты (в том числе и те, о которых говорилось выше) будут выведены из статистической теории твердых тел.

Поступила 29 III 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. P r a n d t l L. Spannungsverteilung in plastischen Körpern. Proc. of the first Internat. Congr. for Appl. Mech., Delft, 1924.
2. G u e s t J. J. Yield surface in combined stresses. Philos. Mag., 1940, vol. 150.
3. G u e s t J. J. On the strength of ductile materials under combined stress. Philos. Mag., 1900, July, No. 302.
4. S c h l e i c h e r F. Der Spannungszustand an der Flissgrenze. Z. angew. Math. und Mech., 1926, Bd. 6.
5. Н о в о ж и л о в В. В. О физическом смысле инвариантов напряжения, используемых в теории пластичности. ПММ, 1952, т. 36, вып. 5.
6. К а д а ш е в и ч Ю. И., Н о в о ж и л о в В. В. Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения. ПММ, 1958, т. 22.
7. M a i r W. M., P u g h H. Ll. D. Effect of pre-strain on yeild surface in copper. J. Mech. Engng Sci., June, 1964.
8. Б о л ь ш а н и н а И. А., П а н и н В. Е. Скрытая энергия деформации. Сб. «Исследования по физике твердого тела», Изд-во АН СССР, 1957.
9. W o o d W. A. Failure of metals under cyclic strain. Proc. Internat. Conf. on fatigue of Metals, 1956.
10. C o f f i n L. F. A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile materials. Trans. ASME, 1954, vol. 76, No. 6, p. 931—950.
11. Ш н е й д е р о в и ч Р. М. Прочность и основы расчета при повторном пластическом деформировании. Сб. «Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность», Машгиз, 1963.
12. Ш н е й д е р о в и ч Р. М. Усталость при упруго-пластическом деформировании. Сб. «Вопросы механической усталости» под ред. С. В. Серенсена, Машгиз, 1964.
13. И ш л и н с к и й А. Ю. Общая теория пластичности с линейным упрочнением. Укр. матем. ж., 1954, № 3.
14. К о т р е л л А. Х. Дислокации и пластическое течение в кристаллах. Гостехиздат, 1958.
15. А ф а н а с ь е в Н. И. Микроструктурная картина возникновения трещины усталости. Ж. техн. физ., 1944, т. 14, № 10-11.
16. Н а д а и А. Пластичность и разрушение твердых тел. Изд. иностр. лит., 1954.
17. Д а в и д е н к о в Н. Н., В а с и л ь е в Б. И. Влияние промежуточного отпуска на предел усталости. Сб., посвященный 70-летию академика А. Ф. Иоффе. Изд-во АН СССР, М., 1950.
18. Ф р и д м а н Я. Б. Механические свойства металлов. Оборонгиз, 1952.
19. Д е р я г и н Б. В. Молекулярная теория трения и скольжения. ЖФХ, 1934, № 5, вып. 9.