

## РАЗЛЕТ ТРЕХОСНОГО ГАЗОВОГО ЭЛЛИПСОИДА В РЕГУЛЯРНОМ РЕЖИМЕ

И. В. Немчинов

(Москва)

Точное частное решение уравнений газовой динамики, указанное Л. В. Овсянниковым [1], используется для описания адиабатического разлета в пустоту трехосного газового эллипсоида. Приводятся результаты численных расчетов, показывающие изменения формы газового облака и характера его разлета во времени.

Найдено аналогичное решение для случая движения газа при наличии подогрева. Эти решения представляют собой обобщения точного частного решения Л. И. Седова [2,3] задачи об адиабатическом разлете в одномерном случае и аналогичного решения [4,5] для движения с подогревом (скорость пропорциональна расстоянию от центра симметрии). Распределение давления (и плотности) оказывается зависящим от одной произвольной функции, линии уровня которой представляют собой эллипсоиды.

§ 1. Запишем уравнения газовой динамики в лагранжевых координатах (начальное положение частицы).

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = u_i, \quad \frac{\partial u_i}{\partial t} = -v \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2, 3), \quad \frac{v(\xi_k, t)}{v(\xi_k, 0)} = \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} \quad \left(v = \frac{1}{\rho}\right) \quad (1.1)$$

Здесь  $u_i$  — скорость частиц,  $t$  — время,  $p$  — давление,  $v$  — удельный объем,  $\rho$  — плотность,  $x_i$  — эйлеровы координаты частиц с лагранжевыми координатами  $\xi_i = x_i(0)$ ; частные производные по времени в уравнении, определяющем скорость частиц, и в уравнении импульсов берутся при постоянных значениях  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ , а якобиан преобразования от  $x_i$  к  $\xi_i$  в правой части уравнения неразрывности вычисляется при  $t = \text{const}$ . Запись  $f(\xi_k)$  считается эквивалентной  $f(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ .

Естественно, что имеет место соотношение

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial p}{\partial \xi_1} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_i} + \frac{\partial p}{\partial \xi_2} \frac{\partial \xi_2}{\partial x_i} + \frac{\partial p}{\partial \xi_3} \frac{\partial \xi_3}{\partial x_i} \quad (1.2)$$

Для описания движения в регулярном режиме используется разделение переменных (пространственных лагранжевых координат и времени). При этом третье уравнение (1.1) и уравнение (1.2) упрощаются

$$x_i = x_i^\circ(t) X(\xi_k), \quad u_i = u_i^\circ(t) U(\xi_k), \quad p = p^\circ(t) P(\xi_k), \quad v = v^\circ(t) V(\xi_k)$$

Не нарушая общности, можно положить  $x_i^\circ(0) = 1$ ; откуда следует  $X(\xi_k) = x_i^\circ(0) = \xi_i$ . Вводя обозначение  $x_i^\circ(t) = \varphi_i(t)$ , получим

$$x_i = \varphi_i \xi_i, \quad u_i = \xi_i \frac{d\varphi_i}{dt} = \frac{x_i}{\varphi_i} \frac{d\varphi_i}{dt}, \quad \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3, \quad \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial P}{\partial \xi_i} \frac{p^\circ(t)}{\varphi_i(t)} \quad (1.4)$$

Подставляя (1.3) в (1.1), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для  $\varphi_0$  и систему уравнений в частных производных первого порядка для  $P$

$$\varphi_i \frac{d^2 \varphi_i}{dt^2} \frac{1}{p^\circ(t) v^\circ(t)} = - \frac{V}{\xi_i} \frac{\partial P}{\partial \xi_i} = \alpha_i \quad (1.5)$$

Для интегрирования (1.5) необходимо задать связь между  $p^\circ(t)$  и  $v^\circ(t)$  и  $P$  от  $V$  и  $\xi$ , которая может быть найдена из уравнения энергии, если оно допускает разделения переменных (1.3). Кроме того, необходимо задать значения констант разделения  $\alpha_i$ , начальные значения  $p^\circ(0)$  и  $v^\circ(0)$ , а также значение  $P$  в какой-либо точке. Не нарушая общности, можно положить  $P(0, 0, 0) = V(0, 0, 0) = 1$ , и тогда  $p^\circ(t)$  и  $v^\circ(t)$  представляют собой давление и удельный объем в центре координат.

§ 2. Рассмотрим адиабатическое движение газа

$$p(\xi_k, t) v^x(\xi_k, t) = p^\circ(t) [v^\circ(t)]^x P V^x \quad (2.1)$$

Начальное распределение энтропии можно задать произвольной функцией

$$P V^x = f^x(\xi_k), \quad f(0, 0, 0) = 1 \quad (2.2)$$

Тогда система уравнений (1.5) примет вид

$$\varphi_i \frac{d^2 \varphi_i}{dt^2} (\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3)^{-(x-1)} = \alpha_i p^\circ(0) v^\circ(0), \quad v^\circ(t) = v^\circ(0) \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \xi_i} \frac{P^{-1/x}}{\xi_i} \frac{1}{f(\xi_k)} = -\alpha_i \quad (2.4)$$

Константы разделения  $\alpha_i$  могут быть определены по заданным размерам газового облака по его осям  $\xi_i^*$ . Действительно, уравнения в частных производных (2.4) могут вдоль соответствующих осей (т. е. при постоянных значениях двух других координат) интегрироваться как обыкновенные уравнения. Интегрируя, например, вдоль  $\xi_1$ , получим

$$P^{x-1}(\xi_1, \xi_2 = 0, \xi_3 = 0) = 1 - \frac{x-1}{x} \alpha_1 \int_0^{\xi_1} f(\xi_1, 0, 0) \xi_1 d\xi_1 \quad (2.5)$$

Используя граничное условие  $P = 0$  на краю с вакуумом, находим  $\alpha_i$  по соответствующим  $\xi_i^*$ . При  $f = 1$  получим простое решение

$$P^{x-1} = 1 - (\alpha_1 \xi_1^2 + \alpha_2 \xi_2^2 + \alpha_3 \xi_3^2) \left( \frac{x-1}{2x} \right) \quad (2.6)$$

Следовательно, если все  $\alpha_i > 0$ , то граничной поверхностью служит трехосный эллипсоид с полуосями

$$\alpha_i = \frac{2x}{(x-1)(\xi_i^*)^2} \quad (2.7)$$

В общем случае можно применить последовательное интегрирование по осям. Чтобы результаты не зависели от порядка интегрирования, на функцию  $f$  должно быть наложено дополнительное ограничение

$$\frac{1}{\alpha_1 \xi_1} \frac{\partial f}{\partial \xi_1} = \frac{1}{\alpha_2 \xi_2} \frac{\partial f}{\partial \xi_2} = \frac{1}{\alpha_3 \xi_3} \frac{\partial f}{\partial \xi_3} \quad (2.8)$$

При выполнении (2.8) система (2.4) становится совместной.

Из (2.8) следует, что  $f$  инвариантно относительно замены  $\alpha_i \xi_i^2$  и  $\alpha_i \xi_i^2$ , что имеет место, когда  $f$  зависит от комбинации квадратов лагранжевых координат

$$f = f(\sigma), \quad \sigma = \eta^2 = \alpha_1 \xi_1^2 + \alpha_2 \xi_2^2 + \alpha_3 \xi_3^2 \quad (2.9)$$

Изменение произвольной функции  $f$  позволяет получать различные профили распределения давления в трехосном эллипсоиде. Пусть  $P = g(\sigma)$ , тогда  $\Omega = -2g'(\sigma)$ ; здесь  $\Omega$  — безразмерный профиль плотности,  $V\Omega = 1$ . Рассмотрим, например, распределения давления, имеющие вид

$$P = \left(1 - \frac{\eta^2}{2n}\right)^n, \quad \alpha_i = \frac{2n}{(\xi_i^*)^2} \quad (2.10)$$

Все такие распределения соответствуют параболическому распределению температуры

$$PV = 1 - \frac{\eta^2}{2n} \quad (2.11)$$

Распределение энтропии по частицам, согласно (2.10) и (2.11), определяется выражением

$$PV^x = \left(1 - \frac{\eta^2}{2n}\right)^{-n(x-1)+x}$$

Положив  $n = x / (x - 1)$ , получим распределение (2.6).

§ 3. В работе [1] рассматривается более общая связь  $x_i$  и  $\xi_i$ , чем первое уравнение (1.4), а именно,

$$x_i = \sum_k \varphi_{ik}(t) \xi_k, \quad u_i = \sum_k \xi_k \frac{d\varphi_{ik}}{dt} \quad (3.1)$$

Из элементов  $\varphi_{ik}$  можно составить матрицу  $M(t)$ . В силу определения  $\xi_k$  имеем  $\varphi_{ik}(0) = \delta_{ik}$ . Следовательно, матрица  $M(0)$  является единичной. Из (1.3) получим

$$v^\circ(t) = |M| v^\circ(0) \quad (3.2)$$

Здесь  $|M|$  — абсолютная величина определителя, причем  $|M| = 1$  при  $t = 0$ . Кроме того, подставляя (3.1) и (1.3) во второе уравнение (1.1), получим

$$\sum_k \frac{d^2\varphi_{ik}}{dt^2} \xi_k = -v^\circ(t) p^\circ(t) \sum_k \frac{\partial P}{\partial \xi_k} \frac{1}{\varphi_{ik}} \quad (3.3)$$

Уравнение (3.3) может быть удовлетворено, если изменение матричных элементов  $\varphi_{ik}$  определяется матричным уравнением

$$M^\vee \frac{d^2 M}{dt^2} = v^\circ(t) p^\circ(t) L \quad (3.4)$$

где  $M^\vee$  — транспонированная матрица  $M$  и  $L$  — квадратная постоянная матрица третьего порядка. В работе [1] рассматривались лишь адиабатические движения, поэтому полагалось

$$p^\circ(t) = p^\circ(0) |M|^{-x} \quad (3.5)$$

Очевидно, что решение Л. В. Овсянникова может быть обобщено на случай неадиабатических движений, если только уравнение энергии таково, что допускает разделение переменных (1.3). В адиабатическом или неадиабатическом случае вместо уравнения (2.4) получим

$$V \frac{\partial P}{\partial \xi_k} = \sum_l L_{kl} \xi_l$$

Матрица  $L$  антисимметрична и может всегда быть приведена к диагональному виду [1]. Решение системы (3.4) определяется начальными значениями  $M(0)$  и  $M'(0)$ , причем  $M' = dM/dt$ . Если движение начинается из состояния покоя, то  $M'(0)$  — нулевая матрица. В этом случае из (3.4) следует, что все недиагональные элементы матрицы  $M$  всегда равны нулю. Матрица  $M$  диагональна всегда и в том случае, если начальные значения скоростей вдоль осей координат пропорциональны расстоянию от центра симметрии только вдоль данной координаты, т. е. если матрица  $M'(0)$  диагональна.

Приведение матрицы  $M$  к диагональному виду возможно, если  $\varphi_{ik} = \lambda_{ik}\varphi_{ii}$ , и, следовательно, вместо (3.1) получим

$$x_i = \varphi_{ii} \sum_k \lambda_{ik} \xi_k, \quad u_i = \frac{d\varphi_{ii}}{dt} \sum_k \lambda_{ik} \xi_k$$

Произведя элементарный поворот осей координат и обозначая  $\varphi_{ii} = \varphi_i$ , получим формулы § 1.

Таким образом, если движение начинается из состояния покоя или если начальные скорости на осях симметрии эллипсоида направлены вдоль этих осей, то вместо девяти уравнений (3.4) следует использовать систему трех уравнений (1.5) или в адиабатическом случае — систему (2.3). В дальнейшем будем рассматривать именно этот случай как представляющий наибольший практический интерес.

§ 4. Рассмотрим изменение размеров трехосного эллипсоида во времени при адиабатическом изменении параметров. Введем масштаб времени:  $t_0 = r_0 / u_0$ , где  $r_0$  — характерный размер,  $u_0$  — характерная скорость.

Из системы уравнений (2.3) получим

$$\frac{d^2\varphi_i}{d\tau^2} = \frac{(\varphi_1\varphi_2\varphi_3)^{-(\kappa-1)}}{\varphi_i} \beta_i^2 \quad (4.1)$$

$$\left( \beta_i^2 = \alpha_i \frac{r_0^2 p^\circ(0) v^\circ(0)}{u_0^2}, \quad \tau = \frac{t}{t_0} \right)$$

Для распределения параметров внутри эллипсоида (2.6) или (2.10), приняв в качестве  $r_0$  наименьший из размеров эллипсоида  $\xi_1^*$  (для определенности) и выбрав  $u_0^2 = 2np^\circ(0)v^\circ(0)$ , получим  $\beta_i^2 (\xi_i^*)^2 = (\xi_1^*)^2$ .

Из (4.1) следует, что наибольшее изменение  $\varphi_i$  имеет место в направлении вдоль наименьшей из осей эллипсоида. Если бы движение было одномерным или почти одномерным, то вместо системы (4.1) требовалось проинтегрировать одно уравнение [3]

$$\frac{d^2\varphi_1}{d\tau^2} = \varphi_1^{-\nu(\kappa-1)-1} \quad (4.2)$$

В случае сферической симметрии  $\nu = 3$ , при наличии цилиндрической симметрии вокруг наибольшей из осей  $\nu = 2$  и для сильно сжатого в одном направлении эллипсоида  $\nu = 1$ . Уравнение (4.2) интегрируется [3].

$$\psi_1^4 = \psi_1^2(0) + (1 - \varphi_1^{-\nu(\kappa-1)}) \frac{2}{\nu(\kappa-1)} \quad \left( \psi_1 = \frac{d\varphi_1}{d\tau} \right) \quad (4.3)$$

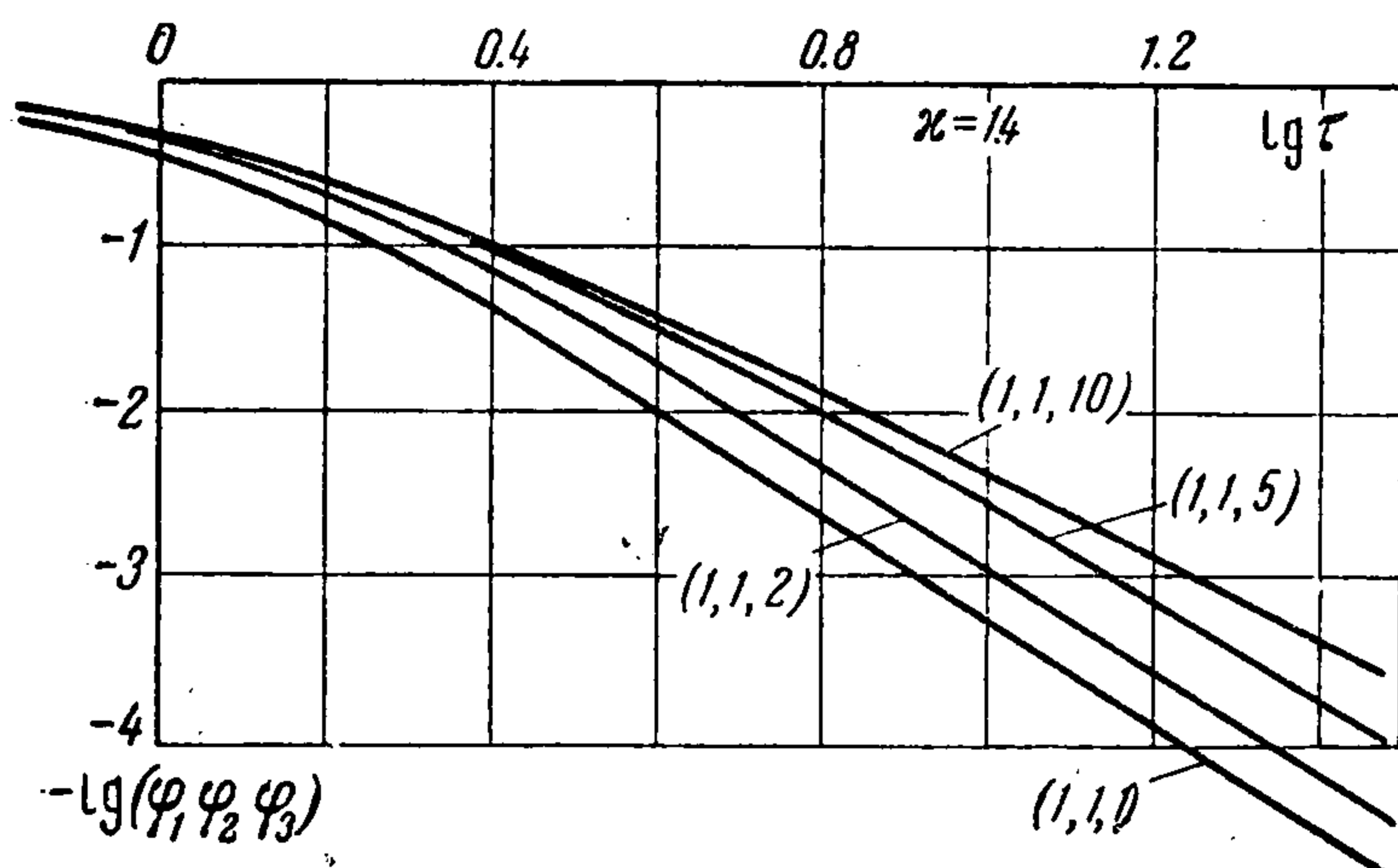
При больших значениях  $\tau$  и, следовательно,  $\varphi_1$  безразмерная скорость разлета  $\psi$  стремится к постоянной величине (наступает инерционный разлет). Размерная максимальная скорость частиц вдоль данной оси (скорость края газового эллипсоида) определяется выражением

$$u_i^* = \xi_i^* \frac{d\varphi_i}{dt} = \frac{\xi_i^*}{r_0} u_0 \frac{d\varphi_i}{d\tau} = u_0 \frac{\xi_i^*}{\xi_1^*} \psi_i \quad (4.4)$$

В таблице для различных значений отношений начальных размеров  $\xi_i^* / \xi_1^*$  и различных значений показателя адиабаты  $\kappa$  приведены отношения полуосей эллипсоида после того, как разлет стал инерционным, и при этом предполагается симметрия относительно одной из осей первоначально покоящегося эллипсоида (начальные скорости  $\psi_i(0) = 0$ ). В таблице введены обозначения  $\xi_1^* s_0 = \xi_3^*$  и  $x_3^* = s_1 x_1^*$  при  $\tau \rightarrow \infty$

	$s_0$	2	3	5	7	10	$\kappa$
$x_1=x_2$	$s_1$	1.41	1.76	2.39	2.96	3.50	$7/5$
		1.55	2.05	2.99	3.87	5.18	$5/3$
		1.81	2.62	4.26	5.91	8.39	3
$x_2=x_3$	$s_1$	1.41	1.64	2.06	2.41	2.63	$7/5$
		1.50	1.88	2.47	2.94	3.56	$5/3$
		1.75	2.44	3.73	5.00	6.88	3

Из таблицы следует, что отношение осей в процессе разлета изменяется. Наименьший размер становится наибольшим. Это связано с тем, что



Фиг. 1

скорость движения в направлении большой оси эллипсоида меньше, чем скорость движения вдоль меньшей оси, ибо, как следует из (4.1), разгон вдоль большой оси происходит позднее, тогда когда газ существенно охлаждается в результате движения вдоль короткой оси. Движение же во «второстепенном» направлении при до-

статочно большом отношении осей не может существенно повлиять на разлет в «основном» направлении, так как он практически становится инерционным. Из таблицы следует, что эффект изменения отношения осей усиливается при увеличении показателя адиабаты  $\kappa$  и при переходе от «дискообразных» ( $x_2 = x_3$ ) к «цилиндрическим взрывам» ( $x_1 = x_2$ ). Это связано с увеличением скорости охлаждения газа. Естественно, что этот эффект усиливается и при увеличении первоначального отношения длин полуосей, так как увеличивается интервал времени, в течение которого движение практически одномерно.

На фигуре показано изменение падения плотности в центре разлетающейся области во времени (при  $\kappa = 1.4$ ) для различных отношений длин полуосей эллипсоида  $s_0$ . При увеличении  $s_0$  падение плотности становится более медленным, но при достаточно большом времени всегда  $\rho \sim t^{-3}$ .

Охарактеризуем механический эффект направленного характера разлета величиной импульса скоростного напора. Сравним величины импульсов эллипсоида и сферы, диаметр которой равен размеру малой оси эллипсоида, для точки, расположенной в плоскости, перпендикулярной большой оси и проходящей через центр эллипсоида, на расстоянии  $R$  от центра. К моменту  $t_0$ , когда край разлетающегося газа достигнет этой точки, плотность газа в центре станет равной

$$\rho(0, t) = \rho(0, 0) \frac{x_1^*(0) x_2^*(0) x_3^*(0)}{x_1^*(t_0) x_2^*(t_0) x_3^*(t_0)} \quad (4.5)$$

Пусть  $x_1 = x_2$  и  $x_1^* \rightarrow s_1 x_3^*$ , где  $s_1$  может быть определено по таблице. Обозначим  $x_1^*(0) = r = \xi_1^*$  и будем иметь в виду, что  $x_3^*(t_0) = R$ , тогда из (4.5) получим

$$R^3 \rho(0, t) = \rho(0, 0) s_1 s_0 r^3 \quad (4.6)$$

Скорость газа вдоль осей может быть найдена по  $s_1$  при учете интеграла системы (2.3) или (4.1)

$$\sum_i \frac{\psi_i^2}{\beta_i} = \frac{2}{(\kappa - 1)} [1 - (\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3)^{-(\kappa-1)}] + \sum_i \frac{\psi_i^2(0)}{\beta_i} \quad (4.7)$$

При  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$ , что имеет место при  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$ , из (4.7) следует (4.3). Существование такого интеграла легко проверяется подстановкой в исходную систему.

Если  $\psi_i(0) = 0$  для всех  $i$ , то, используя (4.4), получим при  $\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \rightarrow \infty$

$$\sum_i (u_i^*)^2 = u_0^2 \frac{2}{(\kappa - 1)} \quad (4.8)$$

В случае симметрии  $u_1^* = u_2^*$  в режиме инерционного разлета  $u_1^* = s_1 u_3^*$ , поэтому (4.8) приводит к

$$(u_1^*)^2 = \frac{2}{(\kappa - 1)} \frac{u_0^2}{(2 + s_1^{-2})} \quad (4.9)$$

Следовательно, импульс скоростного напора пропорционален

$$\frac{\rho(0,0) u_0}{R} \frac{s_0 s_1}{\sqrt{2 + s_1^{-2}}}$$

Таким образом, при большом отношении полуосей импульс скоростного напора больше, чем для «вписанной» сферы, в  $s_0 s_1$  раз.

§ 5. Рассмотрим движение газа с учетом подогрева. Пусть интенсивность подогрева зависит степенным образом от температура и плотности и произвольным образом от времени, а также лагранжевых координат

$$\frac{\partial e}{\partial t} + p \frac{\partial v}{\partial t} = Q \left( \frac{pv}{p_* v_*} \right)^{-\alpha} \left( \frac{v}{v_*} \right)^{-\beta} \eta \left( \frac{t}{t_*} \right) \lambda(\xi_k) \quad (5.1)$$

Как и в одномерном случае [4, 5], при специальном распределении начальных данных движение является автомодельным (переменные разделяются). Из (1.3) с учетом (1.6) получим уравнение для давления, плотности в центре и для распределения параметров по частицам

$$\frac{1}{(\kappa - 1)} \frac{d(p^\circ v^\circ)}{dt} + p^\circ \frac{dv^\circ}{dt} = Q \left( \frac{p^\circ v^\circ}{p_* v_*} \right)^{-\alpha} \left( \frac{v^\circ}{v_*} \right)^{-\beta} \eta \left( \frac{t}{t_*} \right) \quad (5.2)$$

$$PV^\gamma = \lambda^{-1/(\alpha+1)}, \quad \gamma = 1 + \beta / (1 + \alpha) \quad (5.3)$$

Естественно, что на функцию  $\lambda(\xi_k)$  накладываются те же ограничения, что и на  $f(\xi_k)$  (соотношения (2.8)). Распределения параметров по частицам с учетом (5.3) могут быть найдены так же, как в § 2 или в [5].

Рассмотрим случай  $\lambda = 1$  (энерговыведение в единице массы одинаково для всех частиц). Ограничимся анализом поведения величин при  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$ ,  $\gamma = 1$ . Из (5.2) и (2.3) следует

$$PV = 1, P = \exp \left[ -\frac{1}{2} (\alpha_1 \xi_1^2 + \alpha_2 \xi_2^2 + \alpha_3 \xi_3^2) \right] \quad (5.4)$$

Как легко видеть, при  $\gamma = 1$  область, занятая газом, не ограничена, и величины  $\alpha_i$  могут быть найдены, например, из условия заданного размера по осям координат поверхности эллипсоида с фиксированным значением безразмерного давления  $P^\circ < 1$  (заметим, что масса разлетающегося вещества ограничена и постоянна). Обозначим эти размеры через  $\xi_i^*$ . Тогда  $(\xi_i^*)^2 \alpha_i = 2$ . Пусть  $\eta = 1$ , т. е. источник энергии имеет постоянную интенсивность. Тогда уравнение энергии имеет степенное решение

$$\frac{p^\circ v^\circ}{n(1+\alpha)} = B t^m p_* v_*, \quad v^\circ = A v t^m v_*, \quad B^{1+\alpha} = \frac{Q(\kappa-1) A^{-\nu\beta}}{[n + m\nu(\kappa-1)] p_* v_*} \quad (5.5)$$

Система уравнений для определения  $\varphi$  примет вид

$$\varphi_i \frac{d^2 \varphi_i}{dt^2} = \alpha_i B t^m p_* v_* \quad (5.6)$$

Эти уравнения при  $\varphi_i \gg 1$  также имеют степенное решение

$$x_i = \xi_i \varphi_i = \left( \frac{\xi_i}{\xi_i^*} \right) t^{1+1/2 n} \left( \frac{2 B p_* v_*}{n (1 + 1/2 n)} \right)^{1/2} \quad (5.7)$$

Частицы, имевшие начальные координаты  $\xi_i = \xi_i^*$ , т. е. соответствующие  $P = P^0$ , находятся теперь на равном расстоянии от центра, и, следовательно, разлет становится сферически симметричным (эллипсоид «округляется»). Аналогичные результаты получаются и при  $\alpha \neq 0$ ,  $\beta \neq 0$ ,  $\gamma \neq 1$  в тех случаях, когда скорость  $\psi_i = d\varphi_i / dt$  неограниченно возрастает со временем, т. е. при  $n > 0$ . Поскольку из (5.7) следует, что  $m = \nu (1 + 1/2 n)$ , то  $n (1 + \alpha + 1/2 \nu \beta) = 1 - \nu \beta$  и при  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  показатель  $n > 0$  лишь при  $\beta < 1/\nu$ .

Подробное рассмотрение характера изменения температуры в одномерном случае приведено в [5].

Полученное точное решение уравнений газовой динамики при специальных начальных данных может быть использовано и для приближенного определения изменения параметров при начальных данных, несколько отличных от тех, при которых движение автомодельно с самого начала.

Следует, однако, отметить, что рассмотренное частное решение в адиабатическом случае не будет асимптотическим. При движении с подогревом при неограниченном возрастании температуры из физических соображений [4,5] следует, по-видимому, что, оно будет служить асимптотикой (т. е. предельной картиной движения при достаточно большом времени) при других начальных распределениях плотности (как это проверено для одномерного случая [5]) и при произвольной форме первоначально холодного газового облака. Однако это желательно проверить численными расчетами.

В адиабатическом случае или при подогреве, но падении температуры, различие в предельных картинах движения при различных данных может быть не только количественным, но и качественным. Например, при  $n > 2$  для достаточно длинного цилиндра с постоянными параметрами вдоль оси существует область, где движение является строго цилиндрическим, так как влияние торцов вследствие расширения газа в направлении, перпендикулярном оси, и быстрого падения скорости звука не проникает в центральную часть [5], где плотность изменяется по закону  $\rho \sim t^{-2}$ , в то время как в рассматриваемом примере движения эллипсоида вследствие наличия градиентов давления вдоль оси с самого начала процесса разлета падение плотности в конце концов происходит по кубическому закону.

Благодарю за ценные дискуссии О. С. Рыжова и Г. М. Шефтера, а также А. Н. Зимину за проведенные расчеты.

Поступила 2 VII 1964

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Овсянников Л. В. Новое решение уравнений гидродинамики. Докл. АН СССР, 1956, т. 111, № 1, стр. 47—49.
2. Седов Л. И. Об интегрировании уравнений одномерного движения газа. Докл. АН СССР, 1953, т. 90, № 5, стр. 735.
3. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. Гостехиздат. Изд. 3-е, 1954, 242—248.
4. Немчинов И. В. Разлет плоского слоя газа при постепенном выделении энергии. ПМТФ, 1961, № 1, стр. 17—26.
5. Немчинов И. В. Разлет подогреваемой массы газа в регулярном режиме. ПМТФ, 1964, № 5.