

При $\nu = 0.3$, $R/h = 10$, $\theta = 1/2 \pi$ получим $\max M_\theta = 1.94 M$, $k = 1.94$.

При $\nu = 0.3$, $R/h = 3$, $\theta = 1/2 \pi$ получим $\max M_\theta = 2.3 M$, $k = 2.3$.

По классической теории коэффициент концентрации в этом случае $k = 1.79$, независимо от R/h . Следовательно, если концентрацию напряжений определять только по M_θ , можно утверждать, что данные классической теории будут относительно верными только для $R/h > 10$. Однако при этом, как видно из выражения для Q_θ , поперечные касательные напряжения $\tau_{\theta z}$ не будут пренебрежимо малыми и их нельзя не учитывать.

При малых R/h коэффициент концентрации возрастает и данные классической теории становятся весьма неточными. Так, уже для $R/h = 3$ погрешность при определении коэффициента концентрации составляет около 25% (по теории Рейсснера — свыше 10%) [4]. Однако, при весьма малых R/h ($R/h < 1$) задача становится существенно трехмерной и к ней нельзя применить какие-либо приближенные методы, в том числе и метод, применявшийся в настоящей статье.

Поступила 29 II 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольденвейзер А. Л. Построение приближенной теории изгиба пластинки методом асимптотического интегрирования уравнений теории упругости. ПММ, 1962, т. XXVI, вып. 4.
2. Савин Г. Н. Концентрация напряжений около отверстий. Гостехтеоретиздат, М.—Л., 1951.
3. Лехницкий С. Г. О некоторых случаях изгиба изотропной пластинки, ослабленной круговым отверстием. Вестник инженеров и техников, 1936, № 12.
4. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. Физматгиз, 1963.

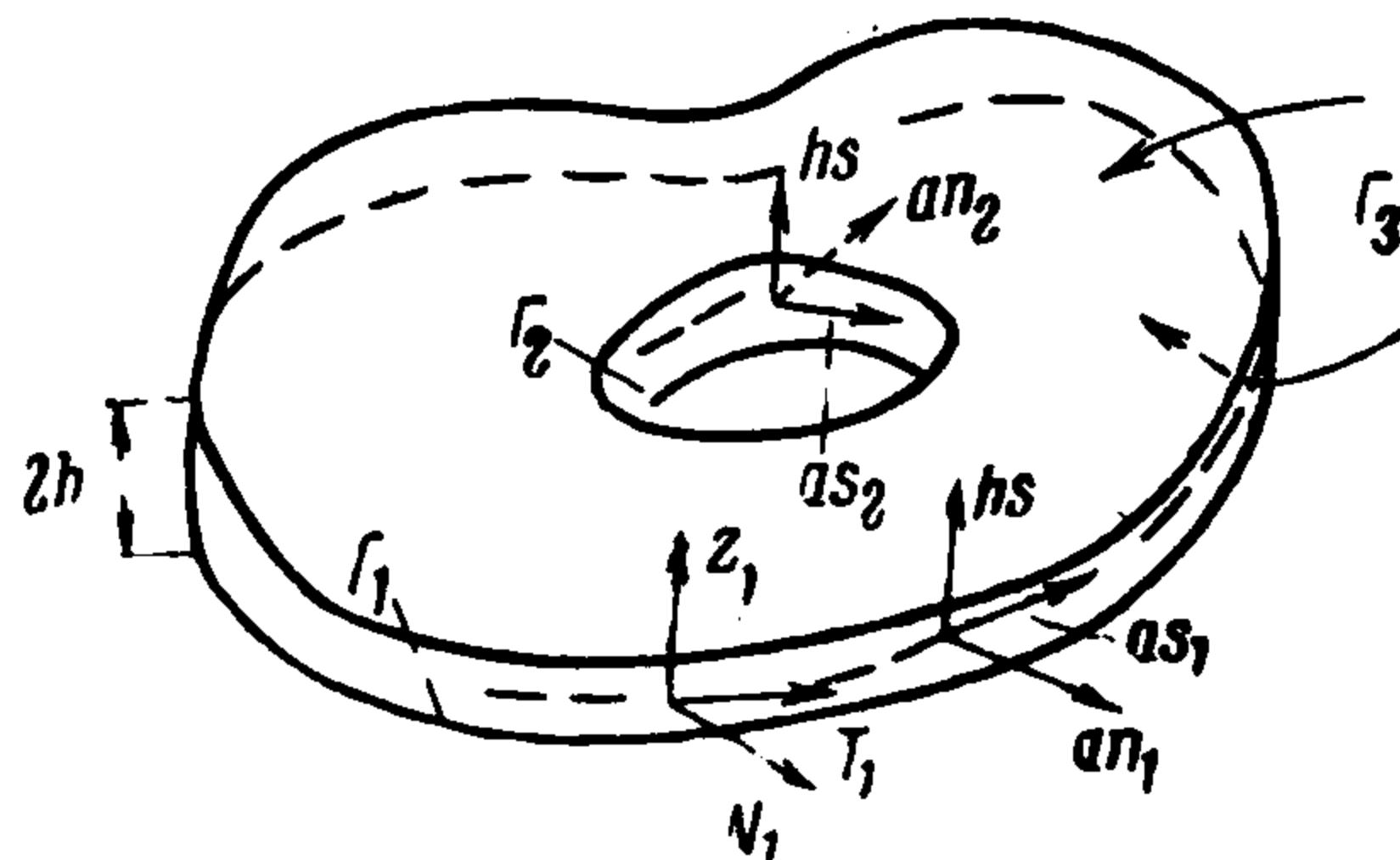
ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ПРИКЛАДНОЙ ТЕОРИИ

О. К. Аксентян, И. И. Ворович

(Ростов-на-Дону)

В работе изучается возможность применения уравнений прикладной теории изгиба плит для расчета концентраций напряжений. Используются асимптотические разложения решений соответствующих задач теории упругости для плиты, полученные в [1]. Показывается, что в ряде случаев расчет концентрации напряжений на основе прикладной теории возможен.

§ 1. Рассмотрим тонкую плиту толщиной $2h$, ограниченную цилиндрической поверхностью Γ_1 . Допустим, что плита имеет отверстие, ограниченное цилиндрической поверхностью Γ_2 (см. фигуру). Будем считать, что расстояние между Γ_1 и Γ_2 достаточно велико по сравнению с толщиной плиты. Вместе с тем будем считать, что диаметр a отверстия также значительно превосходит толщину плиты. Примем, что поверхность плиты Γ_1 загружена некоторой системой усилий, статически эквивалентной нулю, а плоские грани плиты Γ_3 свободны от напряжений. В этом случае, как известно, на Γ_2 возникает концентрация напряжений.



Методы расчета концентрации напряжений в таких задачах на основе прикладной теории рассматривались в ряде работ. Изложение результатов можно найти в [2].

Основная цель, преследуемая в работе, заключается в выяснении связи между соотношениями прикладной теории и точным решением соответствующей задачи теории упругости.

Заметим, что под прикладной теорией изгиба плит ниже имеется в виду теория, основанная на соотношениях

$$\sigma_x = -\frac{Ez}{1-\sigma^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad \sigma_y = -\frac{Ez}{1-\sigma^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \sigma \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \quad \tau_{xy} = -\frac{Ez}{1+\sigma} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (1.1)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{E(h^2 - z^2)}{2(1-\sigma^2)} \frac{\partial}{\partial x} \Delta w, \quad \tau_{yz} = -\frac{E(h^2 - z^2)}{2(1-\sigma^2)} \frac{\partial}{\partial y} \Delta w, \quad \sigma_z = 0$$

где $w(x, y)$ — перемещение точек срединной поверхности плиты — бигармоническая функция, определяемая граничными условиями Кирхгофа, E — модуль упругости, σ — коэффициент Пуассона, Δ — оператор Лапласа.

§ 2. Введем, как и в [1], безразмерные координаты s_1, n_1, ζ (см. фигуру), связанные с Γ_1 . Обозначим усилия, заданные на Γ_1 , через $N_1(s_1, \zeta), T_1(s_1, \zeta), Z_1(s_1, \zeta)$. В работе [1] было показано, что напряженное состояние сплошной плиты, ограниченной поверхностью Γ_1 и подверженной действию указанных усилий, при достаточно малых $\lambda = h/a$ может быть представлено в следующем виде:

$$\sigma_{n_1}^{\circ} = 2\mu\lambda \left\{ 2\nu \frac{\partial^2 \psi}{\partial n_1^2} + (\nu - 1) \left(\frac{1}{H_1^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial s_1^2} + \frac{1}{H_1} \frac{a}{R_1} \frac{\partial \psi}{\partial n_1} + \frac{1}{H_1^3} n_1 \frac{aR_1'}{R_1^2} \frac{\partial \psi}{\partial s_1} \right) \right\} \zeta -$$

$$- \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \frac{\partial^2 \Delta \psi}{\partial n_1^2} \frac{\zeta^3}{2} + 2\mu\lambda \sum_{p=1}^{\infty} [(\nu - 1) s_p(\zeta) + \gamma_p^2 n_p(\zeta)] \times$$

$$\times \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) c_{p2}(s_1) \times$$

$$\times \exp \frac{\gamma_p n_1}{\lambda} + 2\mu\lambda^2 \left\{ 2 \sum_{k=0}^{\infty} \sin \sigma_k \zeta \frac{1}{H_1} \left[b_{k1}(s_1) \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) \right]_{s_1} \times \right.$$

$$\times \exp \frac{\sigma_k n_1}{\lambda} + (\nu - 1) \sum_{p=1}^{\infty} s_p(\zeta) \left[\left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) c_{p3}(s_1) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2\gamma_p} \left(-n_1 \frac{a^2}{4R_1^2} - n_1 \frac{\partial^2}{\partial s_1^2} + \dots \right) c_{p2}(s_1) \right] \exp \frac{\gamma_p n_1}{\lambda} + \sum_{p=1}^{\infty} n_p(\zeta) \gamma_p \left[\gamma_p \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + \right. \right.$$

$$\left. + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) c_{p3}(s_1) + \left(-\frac{a}{R_1} + n_1 \frac{11a^2}{8R_1^2} - n_1 \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial s_1^2} + \dots \right) c_{p2}(s_1) \left. \right\} \exp \frac{\gamma_p n_1}{\lambda} + \dots \quad (2.1)$$

$$\sigma_{s_1}^{\circ} = 2\mu\lambda \left\{ 2\nu \left(\frac{1}{H_1^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial s_1^2} + \frac{1}{H_1} \frac{a}{R_1} \frac{\partial \psi}{\partial n_1} + \frac{1}{H_1^3} n_1 \frac{aR_1'}{R_1^2} \frac{\partial \psi}{\partial s_1} \right) + (\nu - 1) \frac{\partial^2 \psi}{\partial n_1^2} \right\} \zeta -$$

$$- \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \left(\frac{1}{H_1^2} \frac{\partial^2 \Delta \psi}{\partial s_1^2} + \frac{1}{H_1} \frac{a}{R_1} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial n_1} + \frac{1}{H_1^3} n_1 \frac{aR_1'}{R_1^2} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial s_1} \right) \frac{\zeta^3}{2} +$$

$$+ 2\mu\lambda (\nu - 1) \sum_{p=1}^{\infty} s_p(\zeta) \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} + \dots \right) c_{p2}(s_1) \exp \frac{\gamma_p n_1}{\lambda} +$$

$$+ 2\mu\lambda^2 \left\{ -2 \sum_{k=0}^{\infty} \sin \sigma_k \zeta \frac{1}{H_1} \left[b_{k1}(s_1) \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) \right]_{s_1} \exp \frac{\sigma_k n_1}{\lambda} + \right.$$

$$+ (\nu - 1) \sum_{p=1}^{\infty} s_p(\zeta) \left[\left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) c_{p3}(s_1) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2\gamma_p} \left(-n_1 \frac{a^2}{4R_1^2} - n_1 \frac{\partial^2}{\partial s_1^2} + \dots \right) c_{p2}(s_1) \right] \exp \frac{\gamma_p n_1}{\lambda} + \quad (2.2)$$

$$\left. + \frac{1}{H_1} \frac{a}{R_1} \sum_{p=1}^{\infty} n_p(\zeta) \gamma_p \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) c_{p2}(s_1) \exp \frac{\gamma_p n_1}{\lambda} \right\} + \dots$$

$$\begin{aligned} \tau_{n_1 s_1}^{\circ} = & 2\mu\lambda \left\{ (v+1) \zeta \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial^2 \psi}{\partial n_1 \partial s_1} - \frac{1}{H_1^2} \frac{a}{R_1} \frac{\partial \psi}{\partial s_1} \right) - \left(v + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \frac{\zeta^3}{2} \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial^2 \Delta \psi}{\partial n_1 \partial s_1} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{H_1^2} \frac{a}{R_1} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial s_1} \right) \right\} + 2\mu\lambda \left\{ - \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_k \sin \sigma_k \zeta \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) b_{k1}(s_1) \exp \frac{\sigma_k n_1}{\lambda} \right\} + \\ & + 2\mu\lambda^2 \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \sin \sigma_k \zeta \left[\frac{1}{H_1} \frac{a}{R_1} \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) b_{k1}(s_1) - \sigma_k \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) b_{k2}(s_1) - \left(-\frac{a}{R_1} + n_1 \frac{11a^2}{8R_1^2} - n_1 \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial s_1^2} + \dots \right) b_{k1}(s_1) \right] \exp \frac{\sigma_k n_1}{\lambda} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{H_1} \sum_{p=1}^{\infty} \gamma_p r_p(\zeta) \left[c_{p2}(s_1) \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) \right]_{s_1} \exp \frac{\gamma_p n_1}{\lambda} \right\} + \dots \quad (2.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{n_1 z}^{\circ} = & 2\mu\nu\lambda^2 (1 - \zeta^2) \frac{\partial \Delta \psi}{\partial n_1} + 2\mu\lambda \sum_{p=1}^{\infty} \gamma_p r_p(\zeta) \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) c_{p2}(s_1) \exp \frac{\gamma_p n_1}{\lambda} + \\ & + 2\mu\lambda^2 \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{H_1} \cos \sigma_k \zeta \left[b_{k1}(s_1) \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) \right]_{s_1} \exp \frac{\sigma_k n_1}{\lambda} + \right. \\ & \left. + \sum_{p=1}^{\infty} r_p(\zeta) \left[\gamma_p \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) c_{p3}(s_1) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(-\frac{a}{2R_1} + n_1 \frac{5a^2}{8R_1^2} - n_1 \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial s_1^2} + \dots \right) c_{p2}(s_1) \right] \exp \frac{\gamma_p n_1}{\lambda} \right\} + \dots \quad (2.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{s_1 z}^{\circ} = & 2\mu\nu\lambda^2 (1 - \zeta^2) \frac{1}{H_1} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial s_1} - 2\mu\lambda \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_k \cos \sigma_k \zeta \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) \times \\ & \times b_{k1}(s_1) \exp \frac{\sigma_k n_1}{\lambda} + 2\mu\lambda^2 \left\{ - \sum_{k=0}^{\infty} \cos \sigma_k \zeta \left[\left(-\frac{a}{2R_1} + n_1 \frac{5a^2}{8R_1^2} - n_1 \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial s_1^2} + \dots \right) b_{k1}(s_1) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \sigma_k \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) b_{k2}(s_1) \right] \exp \frac{\sigma_k n_1}{\lambda} + \right. \\ & \left. + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{H_1} r_p(\zeta) \left[c_{p2}(s_1) \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) \right]_{s_1} \exp \frac{\gamma_p n_1}{\lambda} \right\} + \dots \quad (2.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z^{\circ} = & 2\mu\lambda \sum_{p=1}^{\infty} t_p(\zeta) \left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) c_{p2}(s_1) \exp \frac{\gamma_p n_1}{\lambda} + \\ & + 2\mu\lambda^2 \sum_{p=1}^{\infty} t_p(\zeta) \left[\left(1 - n_1 \frac{a}{2R_1} + n_1^2 \frac{3a^2}{8R_1^2} - \dots \right) c_{p3}(s_1) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2\gamma_p} \left(-n_1 \frac{a^2}{4R_1^2} - n_1 \frac{\partial^2}{\partial s_1^2} + \dots \right) c_{p2}(s_1) \right] \exp \frac{\gamma_p n_1}{\lambda} + \dots \quad \left(H_1 = 1 + n_1 \frac{a}{R_1} \right) \quad (2.6) \end{aligned}$$

Здесь $R_1(s_1)$ — радиус кривизны наружного контура. Все остальные обозначения разъяснены в [1, 3]. Напомним только, что $\psi(s_1, n_1)$ — некоторая бигармоническая функция, представимая рядом:

$$\psi(s_1, n_1) = \psi_0(s_1, n_1) + \lambda \psi_1(s_1, n_1) + \lambda^2 \psi_2(s_1, n_1) + \dots$$

где $\psi_0(s_1, n_1)$ — решение задачи изгиба сплошной плиты, даваемое прикладной теорией. Функции $\psi_i(s_1, n_1)$, $b_{ki}(s_1)$, $c_{pi}(s_1)$ определяются граничными условиями на Γ_1 из некоторой бесконечной системы линейных алгебраических уравнений.

Из (2.1) — (2.6) вытекает, что если n_1 по модулю достаточно велико, т. е. если удалиться от Γ_1 внутрь плиты на достаточно большое расстояние (практически равное двум-трем толщинам плиты), то будем иметь дело только с бигармоническим напряженным состоянием, и поэтому можно считать, что внутри плиты распространяется напряженное состояние, определяемое формулами

$$\begin{aligned} \sigma_x^{\circ} &= 2\mu\lambda \left\{ \left[2\nu \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + (\nu - 1) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} \right] \zeta - \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \frac{\partial^2 \Delta \psi}{\partial \xi^2} \frac{\zeta^3}{2} \right\} \\ \sigma_y^{\circ} &= 2\mu\lambda \left\{ \left[2\nu \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + (\nu - 1) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} \right] \zeta - \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \frac{\partial^2 \Delta \psi}{\partial \eta^2} \frac{\zeta^3}{2} \right\} \\ \tau_{xy}^{\circ} &= 2\mu\lambda \left\{ (\nu + 1) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} \zeta - \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \frac{\partial^2 \Delta \psi}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\zeta^3}{2} \right\}, \quad \tau_{xz}^{\circ} = 2\mu\nu\lambda^2 (1 - \zeta^2) \frac{\partial \Delta \psi}{\partial \xi} \\ \tau_{yz}^{\circ} &= 2\mu\nu\lambda^2 (1 - \zeta^2) \frac{\partial \Delta \psi}{\partial \eta}, \quad \sigma_z^{\circ} = 0 \quad \left(\xi = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{a} \right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Заметим, что формулы (2.7) отличаются от (1.1) лишь членами более высокого порядка относительно λ .

Так как пока предполагалось, что плита не имеет отверстия, поэтому на цилиндрической поверхности Γ_2 в соответствии с (2.7) будут действовать напряжения, представимые в виде

$$\sigma_{n_2}^{\circ} = 2\mu\lambda \left\{ \left[2\nu \frac{\partial^2 \psi}{\partial n_2^2} + (\nu - 1) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial s_2^2} + \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi}{\partial n_2} \right) \right] \zeta - \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \frac{\partial^2 \Delta \psi}{\partial n_2^2} \frac{\zeta^3}{2} \right\}_{n_2=0} \quad (2.8)$$

$$\tau_{n_2 s_2}^{\circ} = 2\mu\lambda \left\{ \left(\nu + 1 \right) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial n_2 \partial s_2} - \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi}{\partial s_2} \right) \zeta - \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \left(\frac{\partial^2 \Delta \psi}{\partial n_2 \partial s_2} - \frac{a}{R_2} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial s_2} \right) \frac{\zeta^3}{2} \right\}_{n_2=0} \quad (2.9)$$

$$\tau_{n_2 z}^{\circ} = 2\mu\nu\lambda^2 (1 - \zeta^2) \frac{\partial \Delta \psi}{\partial n_2} \Big|_{n_2=0} \quad (2.10)$$

Здесь величины n_2, s_2, R_2 соответствуют Γ_2 (см. фигуру).

Таким образом, для того чтобы Γ_2 освободить от напряжений, пришедших с поверхности Γ_1 , нужно снять с Γ_2 напряжения (2.8) — (2.10), т. е. наложить на (2.7) напряженное состояние, соответствующее решению задачи теории упругости для бесконечной плиты с отверстием Γ_2 и принимающее на Γ_2 значения $-\sigma_{n_2}^{\circ}, -\tau_{n_2 s_2}^{\circ}, -\tau_{n_2 z}^{\circ}$, даваемые (2.8) — (2.10). Разумеется, это напряженное состояние должно быть однородным, т. е. должно оставлять плоские грани плиты Γ_3 свободными от усилий и должно исчезать при больших n_2 . Это напряженное состояние для краткости будем ниже называть отраженным. Отраженное напряженное состояние также построим на основе метода, указанного в [1]. Согласно [1], это напряженное состояние будет иметь вид

$$\begin{aligned} \sigma_{n_2}^* &= 2\mu\lambda \left\{ \left[2\nu \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial n_2^2} + (\nu - 1) \left(\frac{1}{H_2^2} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial s_2^2} + \frac{1}{H_2} \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi^*}{\partial n_2} + \frac{1}{H_2^3} n_2 \frac{a R_2'}{R_2^2} \frac{\partial \psi^*}{\partial s_2} \right) \right] \zeta - \right. \\ &\quad \left. - \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \frac{\partial^2 \Delta \psi^*}{\partial n_2^2} \frac{\zeta^3}{2} \right\} + 2\mu\lambda \sum_{p=1}^{\infty} \left[(\nu - 1) s_p(\zeta) + \gamma_p^2 n_p(\zeta) \right] \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + \right. \\ &\quad \left. + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) c_{p2}^*(s_2) \exp \left(-\frac{\gamma_p n_2}{\lambda} \right) + 2\mu\lambda^2 \left\{ 2 \sum_{k=0}^{\infty} \sin \sigma_k \zeta \frac{1}{H_2} \left[b_{k1}^*(s_2) \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) \right]_{s_2} \exp \left(-\frac{\sigma_k n_2}{\lambda} \right) + (\nu - 1) \sum_{p=1}^{\infty} s_p(\zeta) \left[\left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) c_{p3}^*(s_2) + \frac{1}{2\gamma_p} \left(n_2 \frac{a^2}{4R_2^2} + n_2 \frac{\partial^2}{\partial s_2^2} + \dots \right) c_{p2}^*(s_2) \right] \exp \left(-\frac{\gamma_p n_2}{\lambda} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{p=1}^{\infty} n_p(\zeta) \gamma_p \left[\gamma_p \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) c_{p3}^*(s_2) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(-\frac{a}{R_2} - n_2 \frac{11a^2}{8R_2^2} + n_2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial s_2^2} + \dots \right) c_{p2}^*(s_2) \right] \right\} \exp \left(-\frac{\gamma_p n_2}{\lambda} \right) + \dots \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{s_2}^* = & 2\mu\lambda \left\{ \left[2\nu \frac{1}{H_2^2} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial s_2^2} + \frac{1}{H_2} \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi^*}{\partial n_2} + \frac{1}{H_2^3} n_2 \frac{aR_2'}{R_2^2} \frac{\partial \psi^*}{\partial s_2} \right] \zeta - \right. \\
 & \left. - \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \left(\frac{1}{H_2^2} \frac{\partial^2 \Delta \psi^*}{\partial s_2^2} + \frac{1}{H_2} \frac{a}{R_2} \frac{\partial \Delta \psi^*}{\partial n_2} + \frac{1}{H_2^3} n_2 \frac{aR_2'}{R_2^2} \frac{\partial \Delta \psi^*}{\partial s_2} \right) \frac{\zeta^3}{2} \right\} + \\
 & + 2\mu\lambda (\nu - 1) \sum_{p=1}^{\infty} s_p(\zeta) \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) c_{p2}^*(s_2) \exp \left(-\frac{\gamma_p n_2}{\lambda} \right) + \\
 & + 2\mu\lambda^2 \left\{ -2 \sum_{k=0}^{\infty} \sin \sigma_k \zeta \frac{1}{H_2} \left[b_{k1}^*(s_2) \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) \right]_{s_2} \exp \left(-\frac{\sigma_k n_2}{\lambda} \right) + \right. \\
 & + (\nu - 1) \sum_{p=1}^{\infty} s_p(\zeta) \left[\left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) c_{p3}^*(s_2) + \frac{1}{2\gamma_p} \left(n_2 \frac{a^2}{4R_2^2} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + n_2^2 \frac{\partial^2}{\partial s_2^2} + \dots \right) c_{p2}^*(s_2) \right] \exp \left(-\frac{\gamma_p n_2}{\lambda} \right) + \frac{1}{H_2} \frac{a}{R_2} \sum_{p=1}^{\infty} n_p(\zeta) \gamma_p \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + \right. \\
 & \left. \left. + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) c_{p2}^*(s_2) \exp \left(-\frac{\gamma_p n_2}{\lambda} \right) \right\} + \dots \quad (2.12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{n_2 s_2}^* = & 2\mu\lambda \left\{ (\nu + 1) \left(\frac{1}{H_2} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial n_2 \partial s_2} - \frac{1}{H_2^2} \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi^*}{\partial s_2} \right) \zeta - \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \frac{\zeta^3}{2} \left(\frac{1}{H_2} \frac{\partial^2 \Delta \psi^*}{\partial n_2 \partial s_2} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{H_2^2} \frac{a}{R_2} \frac{\partial \Delta \psi^*}{\partial s_2} \right) \right\} + 2\mu\lambda \left\{ - \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_k \sin \sigma_k \zeta \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) b_{k1}^*(s_2) \exp \left(-\frac{\sigma_k n_2}{\lambda} \right) \right\} + 2\mu\lambda^2 \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \sin \sigma_k \zeta \left[\frac{1}{H_2} \frac{a}{R_2} \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) b_{k1}^*(s_2) - \sigma_k \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) b_{k2}^*(s_2) - \right. \\
 & \left. - \left(-\frac{a}{R_2} - n_2 \frac{11a^2}{8R_2^2} + n_2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial s_2^2} + \dots \right) b_{k1}^*(s_2) \right] \exp \left(-\frac{\sigma_k n_2}{\lambda} \right) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{H_2} \sum_{p=1}^{\infty} \gamma_p n_p(\zeta) \left[c_{p2}^*(s_2) \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) \right]_{s_2} \exp \left(-\frac{\gamma_p n_2}{\lambda} \right) \right\} + \dots \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{n_2 z}^* = & 2\mu\nu\lambda^2 (1 - \zeta^2) \frac{\partial \Delta \psi^*}{\partial n_2} + 2\mu\lambda \sum_{p=1}^{\infty} \gamma_p r_p(\zeta) \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + \right. \\
 & \left. + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) c_{p2}^*(s_2) \exp \left(-\frac{\gamma_p n_2}{\lambda} \right) + 2\mu\lambda^2 \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{H_2} \cos \sigma_k \zeta \left[b_{k1}^*(s_2) \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) \right]_{s_2} \exp \left(-\frac{\sigma_k n_2}{\lambda} \right) + \sum_{p=1}^{\infty} r_p(\zeta) \left[\gamma_p \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) c_{p3}^*(s_2) + \right. \\
 & \left. + \left(-\frac{a}{2R_2} - n_2 \frac{5a^2}{8R_2^2} + n_2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial s_2^2} + \dots \right) c_{p2}^*(s_2) \right] \exp \left(-\frac{\gamma_p n_2}{\lambda} \right) \right\} + \dots \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{s_2 z}^* = & 2\mu\nu\lambda^2 (1 - \zeta^2) \frac{1}{H_2} \frac{\partial \Delta \psi^*}{\partial s_2} - 2\mu\lambda \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_k \cos \sigma_k \zeta \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + \right. \\
 & \left. + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) b_{k1}^*(s_2) \exp \left(-\frac{\sigma_k n_2}{\lambda} \right) + 2\mu\lambda^2 \left\{ - \sum_{k=0}^{\infty} \cos \sigma_k \zeta \left[\left(-\frac{a}{2R_2} - n_2 \frac{5a^2}{8R_2^2} + \right. \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$+ n_2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial s_2^2} + \dots) b_{k1}^*(s_2) + \sigma_k \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) b_{k2}^*(s_2) \exp \left(-\frac{\sigma_k n_2}{\lambda} \right) +$$

$$+ \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{H_2} r_p(\zeta) \left[c_{p2}^*(s_2) \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) \right]_{s_2} \exp \left(-\frac{\gamma_p n_2}{\lambda} \right) \} + \dots \quad (2.15)$$

$$\sigma_z^* = 2\mu\lambda \sum_{p=1}^{\infty} t_p(\zeta) \left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) c_{p2}^*(s_2) \exp \left(-\frac{\gamma_p n_2}{\lambda} \right) +$$

$$+ 2\mu\lambda^2 \sum_{p=1}^{\infty} t_p(\zeta) \left[\left(1 + n_2 \frac{a}{2R_2} + n_2^2 \frac{3a^2}{8R_2^2} + \dots \right) c_{p3}^*(s_2) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2\gamma_p} \left(n_2 \frac{a^2}{4R_2^2} + n_2 \frac{\partial^2}{\partial s_2^2} + \dots \right) c_{p2}^*(s_2) \right] \exp \left(-\frac{\gamma_p n_2}{\lambda} \right) + \dots \quad (2.16)$$

Здесь $\psi^*(s_2, n_2)$ — бигармоническая функция, имеющая вид

$$\psi^*(s_2, n_2) = \psi_0^*(s_2, n_2) + \lambda \psi_1^*(s_2, n_2) + \lambda^2 \psi_2^*(s_2, n_2) + \dots$$

Контурные значения для $\psi_i^*(s_2, n_2)$ и функции $b_{ki}^*(s_2)$ ($i = 1, 2, \dots$), $c_{pi}^*(s_2)$ ($i = 2, 3, 4, \dots$) определяются из бесконечной системы линейных алгебраических уравнений [1]. Граничные условия для $\psi_0^*(s_2, n_2)$ даются соотношениями

$$\frac{2}{3} \left[2\nu \frac{\partial^2 \psi_0^*}{\partial n_2^2} + (\nu - 1) \left(\frac{\partial^2 \psi_0^*}{\partial s_2^2} + \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi_0^*}{\partial n_2} \right) \right]_{n_2=0} = \frac{1}{2\mu} M_{11} \quad (2.17)$$

$$\frac{2}{3} \left[2\nu \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial n_2} + (\nu + 1) \frac{\partial}{\partial s_2} \left(\frac{\partial^2 \psi_0^*}{\partial n_2 \partial s_2} - \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi_0^*}{\partial s_2} \right) \right]_{n_2=0} = \frac{1}{2\mu} \left(Q_{02} + \frac{\partial G_{11}}{\partial s_2} \right) \quad (2.18)$$

Для определения функций $b_{k1}^*(s_2)$, $c_{p2}^*(s_2)$ воспользуемся уравнениями

$$b_{k1}^* = \frac{2(-1)^{k+1}}{\sigma_k^3} (\nu + 1) \left(\frac{\partial^2 \psi_0^*}{\partial s_2 \partial n_2} - \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi_0^*}{\partial s_2} \right)_{n_2=0} - \frac{1}{2\mu} T_{k1} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.19)$$

$$2\nu^2 \gamma_p^3 \left(\frac{2}{3} \cos^2 \gamma_p - 1 \right) c_{p2}^* - 4\nu \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq p}}^{\infty} \frac{\gamma_p^2 \gamma_t^2 (\cos^2 \gamma_p - \cos^2 \gamma_t)}{(\gamma_p^2 - \gamma_t^2)^2 (\gamma_p - \gamma_t)} [(\nu - 1) (\gamma_t^2 + \gamma_p^2) +$$

$$+ 2(\nu + 1) \gamma_p \gamma_t] c_{t2}^* = -\frac{\gamma_p}{2\mu} N_{p1} - 2(\nu - 1) \frac{\sin^2 \gamma_p}{\gamma_p} \times$$

$$\times \left[2\nu \frac{\partial^2 \psi_0^*}{\partial n_2^2} + (\nu - 1) \left(\frac{\partial^2 \psi_0^*}{\partial s_2^2} + \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi_0^*}{\partial n_2} \right) \right]_{n_2=0} \quad (p = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.20)$$

В формулах (2.17) — (2.20)

$$M_{11} = -\frac{4}{3} \mu \left[2\nu \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial n_2^2} + (\nu - 1) \left(\frac{\partial^2 \psi_0}{\partial s_2^2} + \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi_0}{\partial n_2} \right) \right]_{n_2=0}, \quad Q_{02} = -\frac{8}{3} \mu \nu \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial n_2} \Big|_{n_2=0}$$

$$G_{11} = -\frac{4}{3} \mu (\nu + 1) \left(\frac{\partial^2 \psi_0}{\partial n_2 \partial s_2} - \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi_0}{\partial s_2} \right)_{n_2=0} \quad (2.21)$$

$$T_{k1} = -4\mu (\nu + 1) \frac{(-1)^{k+1}}{\sigma_k^3} \left(\frac{\partial^2 \psi_0}{\partial n_2 \partial s_2} - \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi_0}{\partial s_2} \right)_{n_2=0}$$

$$N_{p1} = 4\mu (\nu - 1) \frac{\sin^2 \gamma_p}{\gamma_p^2} \left[2\nu \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial n_2^2} + (\nu - 1) \left(\frac{\partial^2 \psi_0}{\partial s_2^2} + \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi_0}{\partial n_2} \right) \right]_{n_2=0} \quad (2.22)$$

Из (2.17), (2.18), (2.21), если учесть, что напряженное состояние, даваемое $\psi_0^*(s_2, n_2)$, должно исчезать на бесконечности, вытекает, что $\psi_0^*(s_2, n_2)$ есть решение прикладной теории, снимающее с Γ_2 напряжения, определяемые $\psi_0(s_2, n_2)$, и не изменяющее напряжений на бесконечности. Это решение также для краткости будем называть отраженным решением прикладной теории. Далее, из (2.17), (2.20), (2.22)

вытекает весьма важный факт: правые части системы (2.20) обращаются в рассматриваемом случае в нуль, откуда следует, как это указывалось в [1], что все $c_{p2}^*(s_2) \equiv 0$, $b_{k1}^*(s_2)$, определяемые из (2.19), в общем случае отличны от нуля. Поэтому напряженное состояние на контуре Γ_2 при $n_2 = 0$ дается следующими формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_n = \sigma_{n_2}^{\circ} + \sigma_{n_2}^* = 2\mu\lambda \left\{ \zeta \left[2\nu \frac{\partial^2}{\partial n_2^2} + (\nu - 1) \left(\frac{\partial^2}{\partial s_2^2} + \frac{a}{R_2} \frac{\partial}{\partial n_2} \right) \right] (\psi + \psi^*) - \right. \\ \left. - \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \frac{\zeta^3}{2} \frac{\partial^2}{\partial n_2^2} \Delta (\psi + \psi^*) \right\}_{n_2=0} + 2\mu\lambda^2 \left\{ 2 \sum_{k=0}^{\infty} \sin \sigma_k \zeta b_{k1}^{*'}(s_2) + \right. \\ \left. + (\nu - 1) \sum_{p=1}^{\infty} s_p(\zeta) c_{p3}^*(s_2) + \sum_{p=1}^{\infty} n_p(\zeta) r_p^2 c_{p3}^*(s_2) \right\} + \dots = 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \sigma_s = \sigma_{s_2}^{\circ} + \sigma_{s_2}^* = 2\mu\lambda \left\{ \zeta \left[2\nu \left(\frac{\partial^2}{\partial s_2^2} + \frac{a}{R_2} \frac{\partial}{\partial n_2} \right) + (\nu - 1) \frac{\partial^2}{\partial n_2^2} \right] (\psi + \psi^*) - \right. \\ \left. - \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \frac{\zeta^3}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial s_2^2} + \frac{a}{R_2} \frac{\partial}{\partial n_2} \right) \Delta (\psi + \psi^*) \right\}_{n_2=0} + \\ + 2\mu\lambda^2 \left\{ -2 \sum_{k=0}^{\infty} \sin \sigma_k \zeta b_{k1}^{*'}(s_2) + (\nu - 1) \sum_{p=1}^{\infty} s_p(\zeta) c_{p3}^*(s_2) \right\} + \dots \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \tau_{ns} = \tau_{n_2 s_2}^{\circ} + \tau_{n_2 s_2}^* = 2\mu\lambda \left\{ (\nu + 1) \zeta \left(\frac{\partial^2}{\partial n_2 \partial s_2} - \frac{a}{R_2} \frac{\partial}{\partial s_2} \right) (\psi + \psi^*) - \right. \\ \left. - \left(\nu + \frac{1}{3} \right) \lambda^2 \frac{\zeta^3}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial n_2 \partial s_2} - \frac{a}{R_2} \frac{\partial}{\partial s_2} \right) \Delta (\psi + \psi^*) \right\}_{n_2=0} + 2\mu\lambda \left\{ - \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_k \sin \sigma_k \zeta b_{k1}^{*'}(s_2) \right\} + \\ + 2\mu\lambda^2 \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \sin \sigma_k \zeta \left[\frac{2a}{R_2} b_{k1}^*(s_2) - \sigma_k b_{k2}^*(s_2) \right] \right\} + \dots = 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \tau_{nz} = \tau_{n_2 z}^{\circ} + \tau_{n_2 z}^* = 2\mu\nu\lambda^2 (1 - \zeta^2) \frac{\partial}{\partial n_2} \Delta (\psi + \psi^*) |_{n_2=0} + \\ + 2\mu\lambda^2 \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \cos \sigma_k \zeta b_{k1}^{*'}(s_2) + \sum_{p=1}^{\infty} r_p r_p(\zeta) c_{p3}^*(s_2) \right\} + \dots = 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \tau_{sz} = \tau_{s_2 z}^{\circ} + \tau_{s_2 z}^* = 2\mu\nu\lambda^2 (1 - \zeta^2) \frac{\partial}{\partial s_2} \Delta (\psi + \psi^*) |_{n_2=0} - \\ - 2\mu\lambda \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_k \cos \sigma_k \zeta b_{k1}^{*'}(s_2) + 2\mu\lambda^2 \left\{ - \sum_{k=0}^{\infty} \cos \sigma_k \zeta \left[- \frac{a}{2R_2} b_{k1}^*(s_2) + \sigma_k b_{k2}^*(s_2) \right] \right\} + \dots \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\sigma_z = \sigma_z^{\circ} + \sigma_z^* = 2\mu\lambda^2 \sum_{p=1}^{\infty} t_p(\zeta) c_{p3}^*(s_2) + \dots \quad (2.28)$$

Соотношение (2.24) показывает, что напряжение σ_s на Γ_2 имеет вид

$$\sigma_s = \sigma_{s1}\lambda + \sigma_{s2}\lambda^2 + \sigma_{s3}\lambda^3 + \dots \quad (2.29)$$

где член $\sigma_{s1}\lambda$ соответствует решению прикладной теории.

Таким образом, погрешность в определении напряжения σ_s по прикладной теории имеет порядок относительно λ по крайней мере на единицу больший, чем само напряжение. Этот вывод является важным, так [как очень часто коэффициент концентрации напряжений у отверстия определяется по значению σ_s .

Напряжения τ_{ns} и τ_{nz} при точном решении равны нулю на Γ_2 . Однако прикладная теория дает для них в общем случае значения, отличные от нуля. Таким образом, здесь имеем хорошо известное неудовлетворение граничных условий относительно касательных напряжений. Эти граничные условия удовлетворяются в прикладной теории лишь в смысле Кирхгофа. Тем не менее, это обстоятельство, как здесь показано, дает возможность определить напряжение σ_s асимптотически точно.

Несколько сложнее дело обстоит с τ_{sz} . Из (2.27) для τ_{sz} получаем

$$\begin{aligned} \tau_{sz} = & 2\mu\nu\lambda^2(1 - \zeta^2) \frac{\partial}{\partial s_2} \Delta(\psi_0 + \psi_0^*) \Big|_{n_2=0} - 2\mu\lambda \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_k \cos \sigma_k \zeta b_{k1}^*(s_2) + \\ & + 2\mu\nu\lambda^2 \left\{ - \sum_{k=0}^{\infty} \cos \sigma_k \zeta \left[- \frac{a}{2R_2} b_{k1}^*(s_2) + \sigma_k b_{k2}^*(s_2) \right] \right\} + \dots \end{aligned} \quad (2.30)$$

где первый член соответствует решению прикладной теории. Из (2.30) видно, что τ_{sz} имеет на самом деле в точном решении первый порядок относительно λ в общем случае, в то время как в прикладной теории принимается, что τ_{sz} имеет второй порядок относительно λ . Таким образом, прикладная теория приносит здесь искажение самого порядка рассматриваемой величины.

Далее, напряжение σ_z , согласно прикладной теории, равно нулю, на самом же деле оно имеет второй порядок относительно λ .

Из вышесказанного следует, что если концентрацию напряжений на Γ_2 определять не на основе σ_s , а по какой-либо сложной характеристике напряженного состояния, содержащей τ_{sz} (например, по максимальному напряжению), то использование прикладной теории может повлечь погрешность того же порядка относительно λ , что и сама величина, характеризующая концентрацию напряжений.

Рассмотрим теперь вопрос о том, в каких же случаях исчезнет член с первой степенью λ в выражении для τ_{sz} . Очевидно, для этого необходимо и достаточно, чтобы все $b_{k1}^*(s_2)$ оказались равными нулю. Из (2.19) в этом случае следует

$$\frac{2(-1)^{k+1}}{\sigma_k^3} (\nu + 1) \left(\frac{\partial^2 \psi_0^*}{\partial s_2 \partial n_2} - \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi_0^*}{\partial s_2} \right) \Big|_{n_2=0} = \frac{1}{2\mu} T_{k1} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.31)$$

Подставив (2.31) в (2.18) и учтя (2.21) — (2.22), в этом случае получаем

$$\frac{4}{3} \nu \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial n_2} \Big|_{n_2=0} = \frac{1}{2\mu} Q_{02} = - \frac{4}{3} \nu \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial n_2} \Big|_{n_2=0} \quad (2.32)$$

$$\frac{2}{3} (\nu + 1) \left(\frac{\partial^2 \psi_0^*}{\partial n_2 \partial s_2} - \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi_0^*}{\partial s_2} \right) \Big|_{n_2=0} = \frac{1}{2\mu} G_{11} = - \frac{2}{3} (\nu + 1) \left(\frac{\partial^2 \psi_0}{\partial n_2 \partial s_2} - \frac{a}{R_2} \frac{\partial \psi_0}{\partial s_2} \right) \Big|_{n_2=0} \quad (2.33)$$

из которых следует, что решение прикладной теории должно удовлетворять граничным условиям в отдельности для τ_{ns} и τ_{nz} , а не только в смысле Кирхгофа.

Отметим, что в этих условиях имеют место соотношения $c_{p3}^*(s_2) \equiv 0$ ($p = 1, 2, 3, \dots$).

Весьма важным с практической точки зрения является вопрос о расчете концентрации напряжений на основе прикладной теории в случае подкрепленного отверстия.

Очень часто [4] расчет самого подкрепляющего кольца также производится на основе прикладной теории изгиба плит. Из предыдущего становится ясно, что прикладная теория может дать асимптотически правильное значение коэффициента концентрации (если его определять по напряжению σ_s) лишь в случае, когда ширина подкрепляющего кольца в несколько раз больше его толщины. Если же ширина подкрепляющего кольца соразмерима с его толщиной или даже меньше ее, то в этом случае краевые эффекты, связанные с вихревым и потенциальным напряженными состояниями в подкреплении, не будут успевать затухнуть. Возможность использования прикладной теории в этом случае должна быть изучена дополнительно. Точно так же дополнительно нужно рассмотреть случай, когда деформированное состояние в подкрепляющем кольце описывается на базе теории тонких стержней Кирхгофа.

Поступила 2 I 64

Ростовский университет

ЛИТЕРАТУРА

1. А к с е н т я н О. К., В о р о в и ч И. И. Напряженное состояние плиты малой толщины. ПММ, 1963, т. XXVII, вып. 6.
2. С а в и н Г. Н. Концентрация напряжений около отверстий. Гостехиздат, 1951.
3. Л у р ь е А. И. К теории толстых плит. ПММ, 1942, т. VI, вып. 2, 3.
4. Ш е р е м е т ь е в М. П. Пластины с подкрепленным краем. Львов, 1961.